

Sujet d'entraînement n° 1

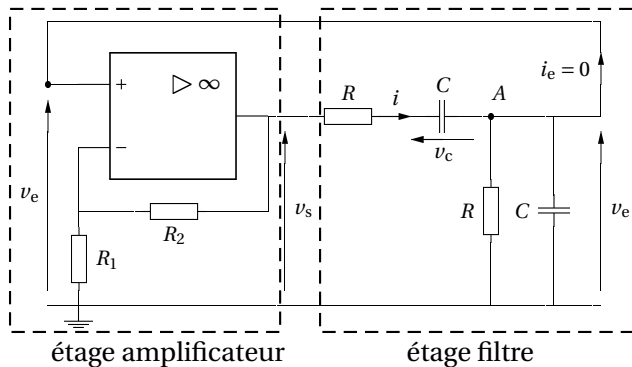
Solution

Oscillateurs en électronique

1 — Réalisation d'un oscillateur quasi-sinusoïdal

1 Généralités

1. La partie amplificatrice est le montage à ALI, la partie filtre est le pont de Wien.



2. Le courant noté i_e arrive sur l'entrée non inverseuse de l'ALI : **il est nul l'impédance d'entrée de l'ALI est infinie.**

2 Étude du filtre de Wien

3. Pour un condensateur, on a

$$i = C \frac{dv_c}{dt} \quad (1)$$

4. La loi des nœuds en A peut s'écrire $i = i'_R + i'_C$, où i'_R est l'intensité traversant R « vers le bas » et i'_C celle traversant C « vers la bas ». On a donc

$$i'_R = \frac{v_e}{R} \quad \text{et} \quad i'_C = C \frac{dv_e}{dt}$$

d'où

$$i = \frac{v_e}{R} + C \frac{dv_e}{dt} \quad (2)$$

5. Une loi des mailles conduit à

$$v_s = v_e + v_c + Ri$$

6. Dérivons l'équation (3) par rapport au temps :

$$\frac{dv_s}{dt} = \frac{dv_e}{dt} + \frac{dv_c}{dt} + R \frac{di}{dt}$$

D'après les équations (1) et (2) on a

$$\frac{dv_c}{dt} = \frac{i}{C} = \frac{v_e}{RC} + \frac{dv_e}{dt} = \frac{v_e}{\tau} + \frac{dv_e}{dt}$$

En dérivant (2) on obtient

$$R \frac{di}{dt} = \frac{dv_e}{dt} + \tau \frac{d^2 v_e}{dt^2}$$

On en déduit

$$\frac{dv_s}{dt} = \frac{dv_e}{dt} + \frac{v_e}{\tau} + \frac{dv_e}{dt} + \frac{dv_e}{dt} + \tau \frac{d^2 v_e}{dt^2}$$

soit

$$\frac{dv_s}{dt} = \tau \frac{d^2 v_e}{dt^2} + 3 \frac{dv_e}{dt} + \frac{v_e}{\tau} \quad (4)$$

3 Amplificateur

7. Le courant étant nul dans l'entrée non inverseuse de l'ALI, les résistances R_1 et R_2 sont traversées par le même courant. L'ALI étant linéaire, $V_- = v_e$; on a donc une structure pont diviseur de tension, d'où

$$v_e = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_s$$

Le gain $A = v_s / v_e$ de l'amplificateur vaut donc

$$A = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

4 Conditions d'oscillation

8. En remplaçant $v_e = \frac{v_s}{A}$ dans l'équation (4), on obtient

$$\frac{dv_s}{dt} = \frac{\tau}{A} \frac{d^2 v_s}{dt^2} + \frac{3}{A} \frac{dv_s}{dt} + \frac{v_s}{A\tau}$$

soit $A\tau \frac{dv_s}{dt} = \tau^2 \frac{d^2 v_s}{dt^2} + 3\tau \frac{dv_s}{dt} + v_s$.

La tension de sortie vérifie donc l'équation différentielle

$$\tau^2 \frac{d^2 v_s}{dt^2} + \tau(3 - A) \frac{dv_s}{dt} + v_s = 0 \quad (5)$$

9. On obtient des oscillations harmoniques pour $A = 3$.

10. Avec $A = 3$, l'équation (5) devient $\frac{d^2 v_s}{dt^2} + \frac{1}{\tau^2} v_s = 0$.

La pulsation des oscillations est $\omega_0 = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{RC}$, soit

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$$

11. L'énergie nécessaire pour garantir l'oscillation provient de l'alimentation de l'ALI, non représentée sur le schéma.

5 Qualité du signal fourni

12. Le signal n'est pas sinusoïdal car son spectre fait apparaître deux harmoniques, aux fréquences f_0 et f_1 .

13. Il faudrait éliminer l'harmonique de fréquence f_1 . En remarquant que $f_1 = 10f_0$, on peut envisager l'utilisation d'un filtre passe-bas de fréquence de coupure $f_0 < f_c < f_1$ en sortie de montage.

► On pourrait utiliser un filtre du premier ordre (circuit RC par exemple), mais les fréquences f_0 et f_1 n'étant séparées que d'une décade (rapport de 10), il serait difficile d'atténuer fortement f_1 en gardant f_0 . Par exemple en prenant $f_c = 4 \text{ kHz}$, on obtient $G(f_0) = \frac{1}{\sqrt{1+1/16}} \approx 0,97$ et $G(f_1) = \frac{1}{\sqrt{1+100/16}} \approx 0,37$. Il vaudrait mieux utiliser un filtre d'ordre deux.

► Si le filtre n'a pas une impédance d'entrée infinie (c'est le cas si l'on envisage un filtre RLC en prenant la tension aux bornes de C), il faut placer un suiveur à la sortie de l'oscillateur pour ne pas modifier ses caractéristiques.

2 — Oscillateur à relaxation

14. L'ALI idéal du circuit 1 fonctionne en **régime saturé** : le rétroaction se fait sur l'entrée non inverseuse.

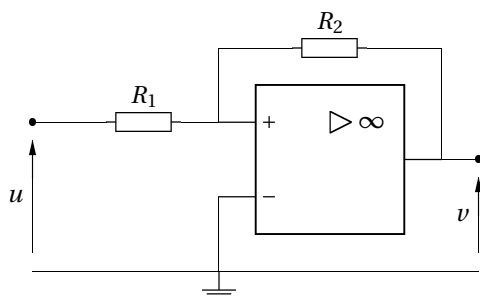
La sortie peut donc prendre les valeurs

$$v = \pm V_{\text{sat}}.$$

Comme $V_- = 0$, on a

$$\varepsilon = V_+ - V_- = V_+.$$

La tension de sortie v bascule-t-elle de $+V_{\text{sat}}$ à $-V_{\text{sat}}$ pour $\varepsilon < 0$.



Les résistances R_1 et R_2 sont traversées par le même courant ($i_+ = 0$) ; on a donc un pont diviseur de tension :

$$V_+ - u = \frac{R_1}{R_1 + R_2}(v - u),$$

soit

$$\varepsilon = V_+ = u + \frac{R_1}{R_1 + R_2}(v - u) = \frac{R_2 u + R_1 v}{R_1 + R_2}.$$

1. Il s'agit de l'entrée du circuit 1, qui est la sortie du montage intégrateur!

2. On peut raisonner plus simplement : on a une variation affine de u de $2u_{\text{seuil2}}$ pendant une durée $T/2$ avec une pente $\frac{V_{\text{sat}}}{RC}$, soit $\frac{2u_{\text{seuil2}}}{T/2} = \frac{V_{\text{sat}}}{RC}$ et on retrouve l'expression de T .

Partant de $v = +V_{\text{sat}}$, la sortie ne bascule pas tant que $\varepsilon > 0$, soit

$$R_2 u + R_1 V_{\text{sat}} > 0.$$

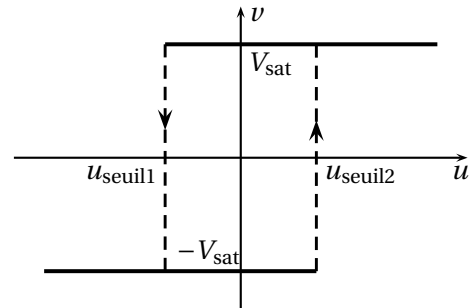
La bascule se produit donc pour la valeur

$$u_{\text{seuil1}} = -\frac{R_1}{R_2} V_{\text{sat}}.$$

Le sortie reste à $+V_{\text{sat}}$ tant que $u > u_{\text{seuil1}}$.

Par symétrie, la sortie reste à $-V_{\text{sat}}$ tant que $u < u_{\text{seuil2}} = -u_{\text{seuil1}}$.

15. On en déduit le cycle d'hystérésis du circuit :



16. Avec $v = +V_{\text{sat}}$, la sortie de l'intégrateur vaut

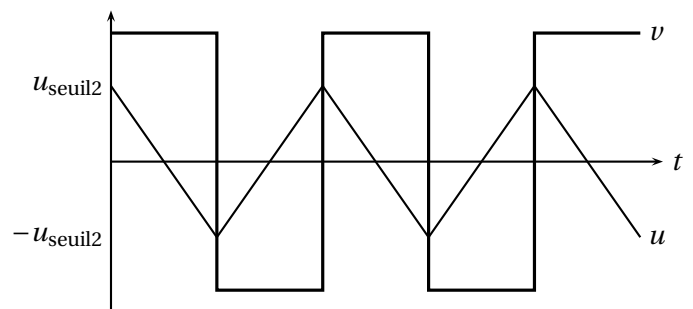
$$u = -\frac{V_{\text{sat}}}{RC}t + A.$$

Le signal d'entrée¹ est donc une droite décroissante.

► En prenant la condition $u(0) = 0$, on obtient

$$u(t) = -\frac{V_{\text{sat}}}{RC}t.$$

17. D'après l'étude précédente, la tension u varie entre $-u_{\text{seuil2}}$ et u_{seuil2} , et la tension v entre $-V_{\text{sat}}$ et $+V_{\text{sat}}$.



Initialement, on a $u(0) = u_{\text{seuil2}}$ et $v = +V_{\text{sat}}$. D'après la question 16, on a

$$u(t) = u_{\text{seuil2}} - \frac{V_{\text{sat}}}{RC}t.$$

Cette phase de décroissance se termine à l'instant t_1 tel que $u(t_1) = -u_{\text{seuil2}}$, soit

$$-u_{\text{seuil2}} = u_{\text{seuil2}} - \frac{V_{\text{sat}}}{RC}t_1$$

d'où

$$t_1 = 2 \frac{u_{\text{seuil}2}}{V_{\text{sat}}} RC = 2 \frac{R_1}{R_2} RC.$$

Cette phase représente une demi-période²; la période vaut donc $T = 2t_1$, soit une fréquence

$$f = \frac{R_2}{4R_1 RC}.$$

► En prenant la condition $u(0) = 0$ de l'énoncé, on a $u(t) = -\frac{V_{\text{sat}}}{RC} t$. La première phase se termine quand $u(t'_1) = -u_{\text{seuil}2}$, soit

$$-\frac{V_{\text{sat}}}{RC} t'_1 = -u_{\text{seuil}2}$$

pour

$$t'_1 = \frac{u_{\text{seuil}2}}{V_{\text{sat}}} RC.$$

On remarque sur le graphe précédent que cette première phase correspond à un quart de période, soit $T = \frac{4u_{\text{seuil}2}}{V_{\text{sat}}} RC$, et on retrouve l'expression de la fréquence.

18. L'amplitude du signal triangulaire est donnée par

$$V_{\text{max}} = u_{\text{seuil}2} = \frac{R_1}{R_2} V_{\text{sat}},$$

d'où $R_1 = R_2 \frac{V_{\text{max}}}{V_{\text{sat}}}$. On calcule $R_1 = 133 \Omega$.

On a alors $C = \frac{V_{\text{sat}}}{4RfV_{\text{max}}}$. On calcule $C = 1,88 \mu\text{F}$.

19. C'est la **vitesse de balayage** (*slew rate*) de l'ALI qui limite la fréquence de fonctionnement du montage.