

DS n° 1

Électronique

Le sujet comporte quatre parties indépendantes.

Il est assez long (46 questions), mais il ne faut pas chercher à tout faire ! (Considérez la fin de la partie IV — « stabilité de l'oscillateur » — comme facultative).

Merci de suivre les conseils suivants :

- laisser un espace en début de copie pour la note et les commentaires;
- laisser une marge à chaque page pour les commentaires et décompte des points;
- respecter et indiquer la numérotation des questions;
- souligner ou encadrer les résultats.

Partie I — Mesure de température (CCINP TSI 2025)

On désire mesurer la température θ de l'eau afin de réguler le chauffage d'une piscine. On utilise ainsi une sonde Pt100, capteur résistif de température dont la résistance R_{Pt} suit une fonction affine de θ :

$$R_{Pt} = R_0(1 + a\theta) \quad \text{avec} \quad R_0 = 100 \, \Omega \quad \text{et} \quad a = 3,85 \times 10^{-3} \, ^\circ\text{C}^{-1}.$$

Il faut d'abord inclure ce capteur dans le montage avec ALI de la figure I-1 avant de traiter le signal analogique par une chaîne numérique, en particulier pour en effectuer une conversion analogique-numérique (CAN).

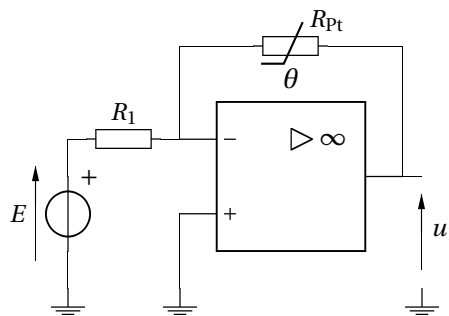


FIGURE I-1 – Schéma du montage incluant le capteur de température Pt100

- Q 1.** Exprimer u_1 en fonction de R_1 , R_0 , a , E et θ dans le cas où l'ALI est parfait et de gain infini.
- Q 2.** Évoquer une limitation de l'ALI qui pourrait nuire au fonctionnement correct de ce montage.
- Q 3.** Exprimer la sensibilité s du montage en $\text{V}^\circ\text{C}^{-1}$ en fonction de R_1 , R_0 , a et E .
- Q 4.** En prenant $R_1 = R_0 = 100 \, \Omega$ et $E = 1,0 \, \text{V}$, calculer cette sensibilité s .

La tension $u_1(t)$ doit ensuite être numérisée via un convertisseur analogique-numérique (CAN)

- Q 5.** Expliquer pourquoi une valeur aussi faible de sensibilité risque de ne pas permettre un suivi convenable de la température du bassin.

On soumet la tension $u_1(t)$ à plusieurs quadripôles, non représentés, pour des transformations telles que, en sortie de l'ensemble des quadripôles, on obtient

$$u_e(t) = 2 + 3\cos(2\pi 50t) \quad \text{avec} \quad u_e \text{ en V et } t \text{ en s.}$$

La partie de la tension $u_e(t)$ variable périodiquement en fonction du temps est due à des parasites électriques de fréquence 50 Hz, amplifiées par les différents quadripôles intermédiaires. Il faudrait garder uniquement la composante continue de ce signal car elle seule contient l'information dépendante de la température. On utilise pour cette fonction le circuit de la figure I-2.

- Q 6.** Préciser, parmi les graphes suivants, celui qui représente le spectre en amplitude de $u_e(t)$. Préciser pourquoi les autres graphes ne conviennent pas.

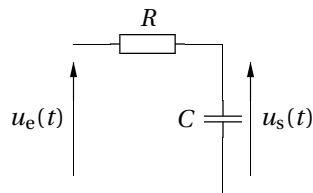
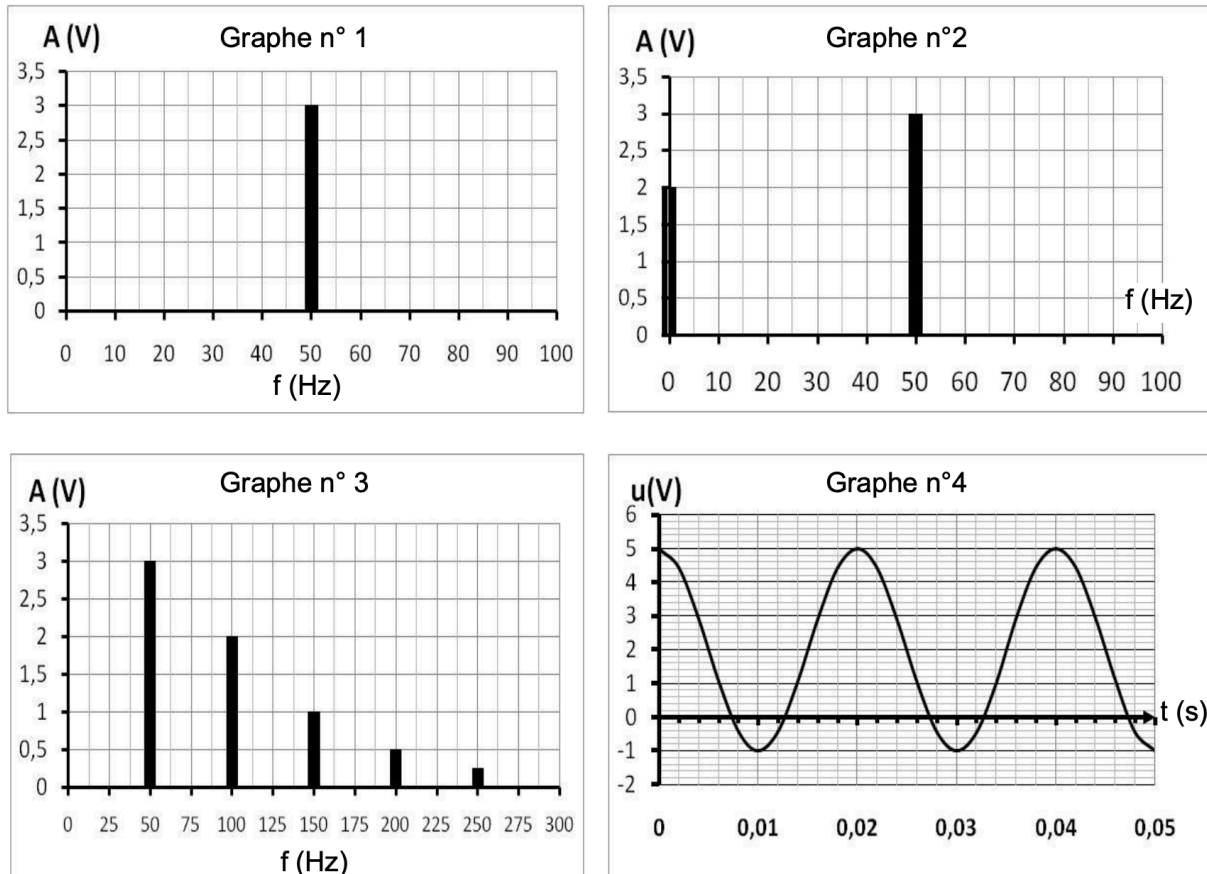


FIGURE I-2 – Schéma du montage utilisé pour le traitement de $u_e(t)$



Q 7. À l'aide des équivalents en haute et basse fréquences des composants, déterminer la nature du filtre réalisé avec le circuit de la figure I-2. Justifier si ce circuit permet d'isoler la composante continue du signal.

La fonction de transfert du montage peut se mettre sous la forme

$$\underline{H} = \frac{\underline{u}_s}{\underline{u}_e} = \frac{H_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}}.$$

Q 8. Nommer H_0 et en donner la valeur en justifiant.

Q 9. Préciser la valeur du gain en décibel, G_{dB} , lorsque $\omega \ll \omega_c$.

Q 10. Rappeler la définition de la fréquence de coupure à -3 dB. Donner l'expression de cette fréquence de coupure, notée f_c , en fonction de R et C pour ce circuit.

Comme précisé précédemment, on applique en entrée de ce circuit le signal $u_e(t)$ d'expression

$$u_e(t) = 2 + 3\cos(2\pi 50t) \quad \text{avec } u_e \text{ en V et } t \text{ en s.}$$

Q 11. Déterminer l'expression numérique de $u_s(t)$ en prenant $f_c = 0,5$ Hz. Conclure.

Partie II – Mesures de températures (d'après X-ENS PSI 2025)

On désire mesurer une température θ à l'aide d'une sonde Pt100, capteur résistif de température dont la résistance R_{Pt} suit une fonction affine de θ :

$$R_{Pt} = R_0(1 + a\theta) \quad \text{avec} \quad R_0 = 100 \, \Omega \quad \text{et} \quad a = 3,85 \times 10^{-3} \, ^\circ\text{C}^{-1}.$$

Pour mesurer précisément la valeur de la résistance de la sonde, on utilise le montage, appelé pont de Wheatstone, représenté figure II-1, qui permet de déduire la valeur d'une résistance *a priori* inconnue à partir de la valeur des autres composants et d'une mesure de la tension U . La mesure de la tension U s'effectue avec un voltmètre, dont l'impédance d'entrée est très élevée.

La résistance de la sonde est notée $R = R_0 + R'$, avec $R_0 = R(\theta = 0)$. On choisit pour la tension d'alimentation $E = 10 \, \text{V}$.

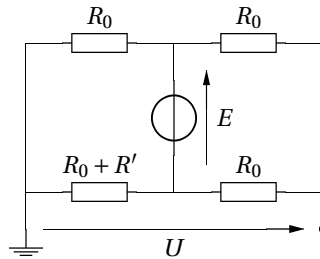


FIGURE II-1 – Montage permettant de déterminer la valeur de R' en mesurant la tension U . La valeur de la tension E est fixée par l'utilisateur. On prendra $E = 10 \, \text{V}$. Les valeurs des résistances usuelles sont prises à R_0 .

Q 1. Établir l'expression de la tension U en fonction de R' , R_0 et E , puis en déduire l'expression de U en fonction de θ notamment.

Q 2. La sensibilité du système de mesure est définie par $\sigma_\theta = \frac{dU}{d\theta}$. Déduire des expressions de U et σ_θ deux inconvénients de ce montage pour réaliser une mesure de température.

Afin d'améliorer le dispositif précédent de mesure de température, on adapte le montage électronique représenté sur la figure II-2, en introduisant deux ALI (amplificateur linéaire intégré), supposés idéaux et en fonctionnement linéaire. La grandeur physique mesurée est maintenant le potentiel V_s .

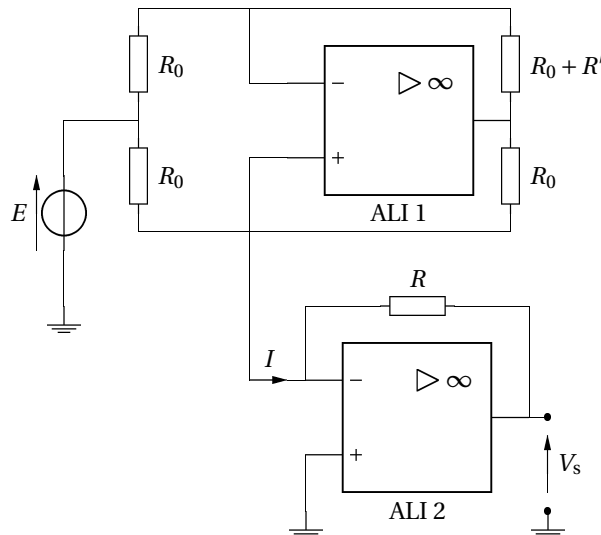


FIGURE II-2 – Montage de mesure de température. Les ALI sont supposés idéaux et fonctionnent en régime linéaire.

Q 3. En reliant V_s et I par une expression mathématique, déterminer la fonction réalisée par l'ALI 2.

Q 4. Établir la relation entre V_s et R' et en déduire une expression de V_s en fonction de la température θ .

Q 5. Déterminer la sensibilité de ce nouveau montage, définie par $\tilde{\sigma}_\theta = \frac{dV_s}{d\theta}$, où la grandeur thermométrique est maintenant V_s . Commenter l'expression de la sensibilité obtenue, et proposer des préconisations concernant le choix des valeurs de R et E . On prendra $R = R_0$. Évaluer alors numériquement $\tilde{\sigma}_\theta$.

Partie III — Contrôle d'un clignotant (Centrale TSI 2025)

Le *Blue Fire* est l'une des montagnes russes du parc d'attraction Europa-Park, situé à Rust, en Allemagne. Elle est en service depuis le 4 avril 2009. Le nom de l'attraction a été choisi en référence à la couleur de la flamme émise par la combustion du gaz naturel, vecteur énergétique important.



FIGURE III-1 – Vue d'ensemble du *Blue Fire*

Cette montagne russe fait partie de la famille des montagnes russes lancées (*launched coaster*) : l'accélération principale du train a lieu en effet dans la zone de départ, à l'aide d'une longue zone accélératrice rectiligne. Une fois le train parti de la plateforme d'embarquement, il roule lentement vers la zone de départ, puis s'immobilise. Une mise en scène a alors lieu avec effets visuels et sonores pour faire « monter la pression » chez les passagers. En particulier, au cours de cette mise en scène, un panneau « DANGER » clignote en rouge (voir figure III-2), accompagné d'un signal sonore synchronisé avec ce clignotement, juste avant le départ du train. Nous proposons ici d'étudier un modèle de circuit électronique pouvant contrôler le phénomène de clignotement des ampoules situées dans ces panneaux.

Données relatives à l'ALI, utiles pour le traitement du sujet

- Tension de saturation en sortie : $V_{\text{sat}} = 14,0 \text{ V}$
- Intensité maximale en sortie : $I_{\text{s,max}} = 25 \text{ mA}$
- Vitesse de balayage (*slew-rate*) : $\sigma \approx 10 \text{ V} \cdot \mu\text{s}^{-1}$

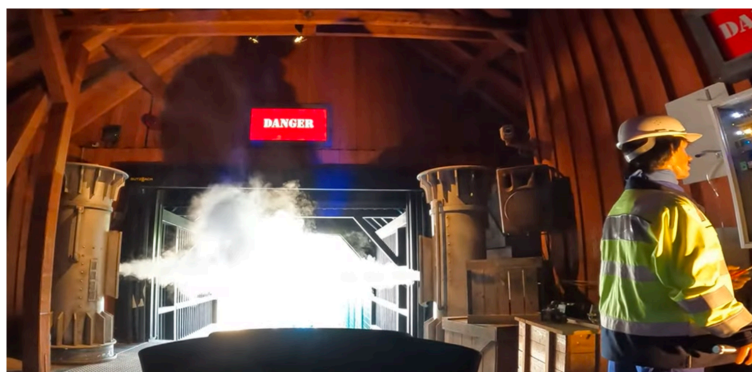


FIGURE III-2 – Le panneau DANGER en fonctionnement juste avant le départ du train

On considère le circuit électronique représenté sur la figure III-3.

On note V_+ le potentiel électrique à l'entrée non-inverseuse et V_- le potentiel électrique à l'entrée inverseuse.

Q 1. Rappeler ce qui caractérise un ALI idéal de gain infini, et tracer l'allure de la caractéristique $V_s = f(V_+ - V_-)$ sous ces hypothèses.

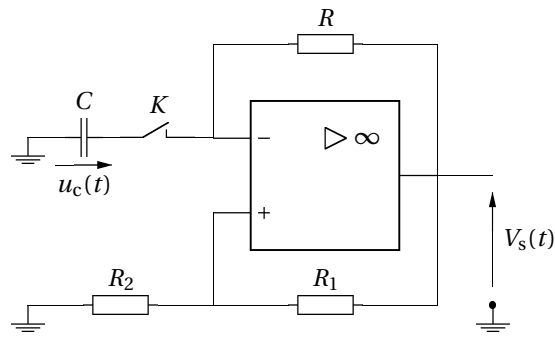


FIGURE III-3 – Circuit proposé pour l'alimentation de la LED du panneau DANGER

Dans la suite, on supposera l'ALI idéal de gain infini. À $t = 0$, le condensateur est déchargé et on ferme l'interrupteur K . La tension de sortie $V_s(t = 0^+)$ vaut alors $+V_{\text{sat}}$ juste après la fermeture de K . L'ALI fonctionne en régime saturé.

Q 2. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $u_c(t)$ après la fermeture de l'interrupteur.

Q 3. Montrer qu'à un instant t_1 à exprimer en fonction de R_1 , R_2 , R et C , la tension V_s bascule de $+V_{\text{sat}}$ à $-V_{\text{sat}}$.

Q 4. Montrer que la sortie va basculer de nouveau de $-V_{\text{sat}}$ à $+V_{\text{sat}}$ à l'instant t_2 tel que

$$t_2 = t_1 + RC \ln \left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \right).$$

Par une méthode similaire, on peut montrer que la sortie va basculer à nouveau de $+V_{\text{sat}}$ à $-V_{\text{sat}}$ à l'instant t_3 tel que $t_3 - t_2 = t_2 - t_1$, ce que l'on pourra admettre dans la suite.

Q 5. Représenter sur un même graphique les évolutions temporelles de $u_c(t)$, $V_+(t)$ et $V_s(t)$ entre $t = 0$ et $t = t_3$.

Q 6. On construit ce montage avec $R = 470,0 \text{ k}\Omega$, $C = 500,0 \text{ nF}$, $R_1 = 1,000 \text{ k}\Omega$ et $R_2 = 3,300 \text{ k}\Omega$. Déterminer numériquement la fréquence de l'oscillateur en régime établi avec 4 chiffres significatifs.

Q 7. On dispose au laboratoire des composants requis, sauf pour le condensateur : on ne dispose que de condensateurs de capacité $1,000 \mu\text{F}$. Comment peut-on faire pour construire quand même le montage avec les valeurs de la question précédente ? Justifier.

Un groupe de 15 ingénieurs et ingénieures en devenir construit alors individuellement ce montage, avec les valeurs indiquées à la question **Q 6**. On relève précisément pour chacun des 15 montages la fréquence mesurée. On donne ci-après les résultats obtenus, indiqués en Hz, ainsi que la valeur moyenne et l'écart-type :

1,016	1,041	1,081	1,047	1,023
1,051	1,093	1,073	1,019	1,065
1,087	1,041	1,029	1,075	1,051

Moyenne : $\bar{f} = 1,053 \text{ Hz}$

Écart-type : $\sigma = 0,025$

Q 8. Pourquoi les différents expérimentateurs obtiennent-ils des valeurs différentes ? Déterminer la valeur numérique de l'incertitude-type sur la fréquence de l'oscillateur $u(f)$ que l'on peut déduire de cette série de valeurs. Calculer l'écart normalisé (ou Z-score) entre la valeur de la fréquence calculée à la question **Q 6** et celle obtenue par cette expérience et commenter le résultat obtenu.

La lampe utilisée dans le panneau « DANGER » est une LED ne s'allumant que si la tension à ses bornes est positive, et consommant une puissance de 25 W lorsqu'elle est allumée. On envisage de la brancher directement entre la sortie de l'ALI et la masse.

Q 9. Ce montage seul permet-il de générer le clignotement de la lampe ? Justifier la réponse.

Partie IV — Temps-fréquence : oscillateur quasi-sinusoïdal (Banque PT 2020)

Les systèmes étudiés dans cette partie utilisent des amplificateurs linéaires intégrés. Il est important de se rappeler des principes propriétés de ces circuits.

Q 1. Quelles sont les principales caractéristiques d'un amplificateur linéaire intégré, en le supposant tout d'abord idéal, puis en considérant un amplificateur réel de type standard.

Q 2. Donner des ordres de grandeur pour les caractéristiques d'un amplificateur réel standard.

On étudie un oscillateur quasi-sinusoïdal construit autour d'un filtre et d'un montage amplificateur. Ces deux blocs fonctionnels sont tout d'abord étudiés séparément.

1 Étude du filtre

Sur la figure IV-1 on donne le schéma d'un filtre. On note $\underline{H}_F(\omega)$ sa fonction de transfert.

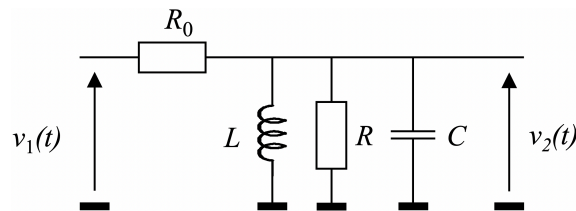


FIGURE IV-1 – Schéma du filtre

Q 3. Déterminer l'expression de $\underline{H}_F(\omega)$ et la mettre sous la forme $\underline{H}_F(\omega) = \frac{H_0}{1 + jQ_F \left[x - \frac{1}{x} \right]}$ avec $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ où ω_0 est la pulsation propre du filtre.

Expliciter littéralement Q_F , H_0 et la fréquence caractéristique f_0 .

Q 4. Donner l'expression reliant le facteur de qualité, la fréquence propre et la bande passante à -3 dB.

On choisit $R_0 = 470 \, \Omega$, $R = 120 \, \Omega$, $L = 50 \, \mu\text{H}$ et $C = 50 \, \text{nF}$ de sorte que $H_0 \approx 0,2$, $f_0 \approx 100 \, \text{kHz}$ et $Q_F \approx 3$.

Q 5. Faire une représentation graphique approchée du gain en décibel G_{dB} en fonction de $\log(x)$; préciser quelques valeurs sur ce graphe. Faire apparaître la « bande passante à -3 dB ».

2 Étude de l'amplificateur

On considère deux structures possibles à placer en sortie du filtre pour amplifier le signal (figures IV-2a et IV-2b). Le circuit U1 est un amplificateur linéaire intégré supposé idéal.

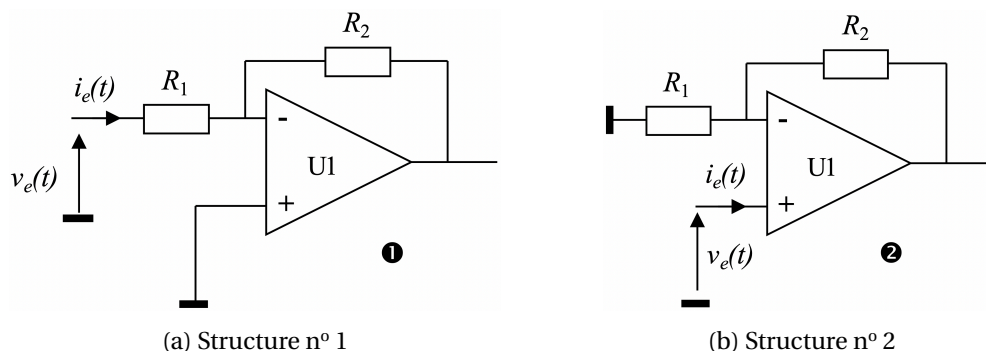


FIGURE IV-2 – Structures amplificatrices

Q 6. Déterminer, en précisant bien les hypothèses faites, les fonctions de transfert de ces deux structures, notées respectivement $\underline{A}_1$ et $\underline{A}_2$.

Q 7. Déterminer les impédances d'entrée Z_{e1} et Z_{e2} de chaque montage et expliquer pourquoi la structure n° 2 est *a priori* un meilleur choix pour l'application envisagée.

Q 8. En déduire alors l'expression de la fonction de transfert globale du montage associant les deux blocs fonctionnels filtre puis amplificateur en la mettant sous la forme $\underline{H}_{\text{FA}} = \frac{H_1}{1 + jQ \left[x - \frac{1}{x} \right]}$. Expliciter H_1 et Q .

3 Étude des oscillations

On associe maintenant les deux blocs en connectant la sortie du montage amplificateur à l'entrée du filtre, réalisant le système dont le schéma est donné figures IV-3.

La sortie de l'amplificateur U1, toujours supposé dans un premier temps comme idéal, est connectée à l'entrée du filtre au travers d'un interrupteur K.

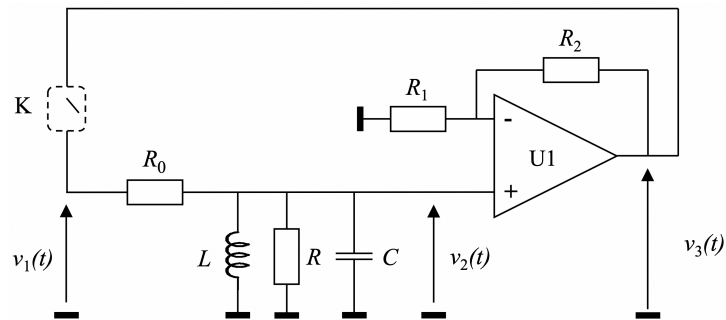


FIGURE IV-3 – Structure bouclée associant le filtre et l'étage amplificateur

À l'instant $t = 0$ on ferme l'interrupteur K, le condensateur C étant déchargé.

Q 9. Déterminer l'équation différentielle régissant l'évolution de la tension $v_3(t)$; on fera apparaître dans cette équation la pulsation propre, le facteur de qualité et le gain maximal.

On désire obtenir, à la fermeture de l'interrupteur des oscillations pseudo-périodiques d'amplitude croissante.

Q 10. À quelle condition sur H_1 cela sera-t-il possible?

Q 11. Que vaut la fréquence d'oscillation pendant la phase de démarrage?

Q 12. À quelles conditions la fréquence des oscillations peut-elle être considérée comme égale à la fréquence propre du filtre?

Q 13. En considérant d'une part l'étude précédente, et d'autre part le fait que le circuit U1 n'est pas idéal, expliquer pourquoi il est préférable que le gain de l'étage amplificateur ne soit pas trop grand.

4 Schéma réel de l'oscillateur

Le schéma réel de l'oscillateur est donné figure IV-4, indiquant des composants réactifs *réels* à implémenter sur un circuit imprimé.

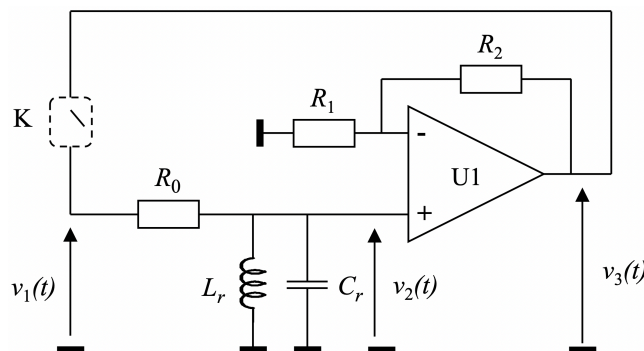


FIGURE IV-4 – Schéma réel de l'oscillateur

Q 14. Quelle différence voit-on entre les schémas des figures IV-3 et IV-4?

Q 15. Quel composant du schéma de la figure IV-4 peut expliquer, par une étude de son modèle physique, le fait que les deux schémas des figures IV-3 et IV-4 puissent bien être équivalents?

5 Stabilité de l'oscillateur

La stabilité d'un oscillateur est un critère fondamental de sa qualité, qu'il est indispensable de prendre en compte selon la précision nécessaire pour une application. On considère en général la stabilité à court terme et la stabilité à long terme.

5.1 Oscillateur quasi-sinusoïdal

On considère (figure IV-5) le schéma théorique de l'oscillateur, comme à la figure IV-3. On suppose qu'il fonctionne en régime permanent et pour simplifier on fait l'hypothèse que l'oscillateur est de type quasi-sinusoïdal. Les signaux $v_1(t)$, $v_2(t)$ et $v_3(t)$ sont alors considérés comme sinusoïdaux; on peut donc raisonner dans l'espace des fréquences et noter les signaux $\underline{V}_1$, $\underline{V}_2$ et $\underline{V}_3$ en représentation complexe.

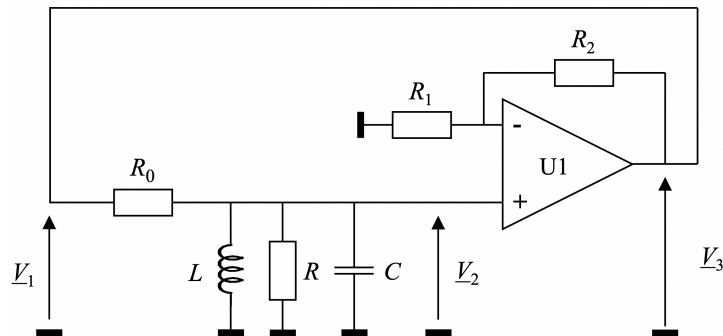


FIGURE IV-5 – Oscillateur considéré comme en fonctionnement sinusoïdal

Le filtre (entrée $\underline{V}_1$, sortie $\underline{V}_2$) a pour fonction de transfert $\underline{H}_F$.

L'amplificateur (entrée $\underline{V}_2$, sortie $\underline{V}_1$) a pour fonction de transfert $\underline{A}$.

Q 16. Exprimer $\underline{V}_2$ en fonction de $\underline{V}_1$, $\underline{V}_3$ en fonction de $\underline{V}_2$ et $\underline{V}_1$ en fonction de $\underline{V}_3$.

En déduire une relation entre $\underline{A}$ et $\underline{H}_F$ valable s'il y a effectivement oscillation. Cette relation est appelée condition d'oscillation.

Q 17. Montrer que la condition d'oscillation conduit à la relation $\arg[\underline{H}_F(\omega)] = 0$.

5.2 Stabilité à court terme

On suppose maintenant qu'en sortie de l'amplificateur, il y a une petite fluctuation de phase, exprimée par le gain de l'amplificateur $\underline{A}' = A_1 e^{j\delta\psi}$ où A_0 est un réel positif.

Q 18. Quelle est la nouvelle condition d'oscillation relative à la phase de $\underline{H}_F$?

On considère que la fluctuation de phase $\delta\psi$ induit une fluctuation $\delta\omega$ de la pulsation d'oscillation, petite par rapport à la pulsation propre. On pourra donc écrire $\omega = \omega_0 + \delta\omega$ dans l'expression de $\underline{H}_F$ sous forme canonique.

Q 19. Déduire, à partir de la condition d'oscillation et de l'expression de $\underline{H}_F$ simplifiée grâce à l'hypothèse précédente, l'expression de la variation $\delta\omega$ de la pulsation. Calculer alors la fluctuation de fréquence pour $\delta\psi = 1^\circ$.

Q 20. Que se passe-t-il si la fluctuation $\delta\psi$ varie au cours du temps mais avec une amplitude faible?

Que sera alors l'aspect du spectre du signal de l'oscillateur?

Q 21. Conclure sur la façon d'améliorer la qualité de l'oscillateur.