

DS n° 1

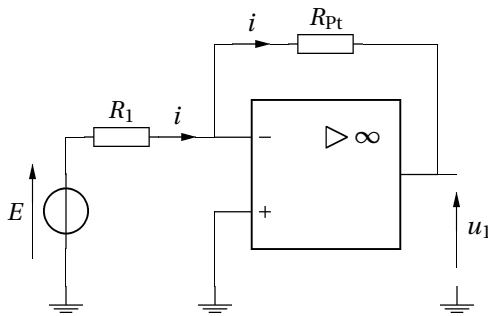
Solution

Partie I — Mesure de température (CCINP TSI 2025)

Q 1. La rétroaction se faisant sur l'entrée non inverseuse de l'ALI, on peut considérer que ce dernier fonctionne en régime linéaire. On a donc

$$V_- = V_+ = 0.$$

Comme $i_- = 0$, les deux résistances sont traversées par le même courant i :



On a donc

$$E = R_1 i \quad \text{et} \quad u_1 = -R_{pt} i$$

d'où

$$u_1 = -\frac{R_{pt}}{R_1} E$$

soit

$$u_1 = -\frac{R_0}{R_1} (1 + a\theta) E.$$

Q 2. On a considéré l'ALI en fonctionnement linéaire, cela suppose $|u_1| < V_{sat}$.

La tension d'entrée ne doit donc pas être trop élevée :

$$E < \frac{R_1}{R_{pt}} V_{sat}.$$

Q 3. La relation $u_1(\theta)$ étant affine, quand θ varie de $\Delta\theta$, u_1 varie de

$$\Delta u_1 = -\frac{R_0}{R_1} a E \Delta\theta.$$

La sensibilité est définie par

$$s = \left| \frac{\Delta u_1}{\Delta\theta} \right|$$

d'où ici

$$s = \frac{r_0}{R_1} a E.$$

Q 4. On calcule $s = 3,85 \times 10^{-3} \text{ V} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$.

► Cette valeur est faible...

Q 5. La température variant de quelques degrés, la tension u_1 présentera une variation de l'ordre de la dizaine de millivolts, ce qui peut être trop faible pour réaliser une bonne conversion analogique-numérique (seuil de conversion non atteint).

Q 6. Le signal $u_e(t) = 2 + 3 \cos(2\pi 500 t)$ est composé de :

- une composante continue d'amplitude 2 V ;
- une composante harmonique de fréquence 50 Hz et d'amplitude 3 V.

C'est le graphe n° 2 qui convient.

Explication des graphes incorrects.

Graphe n° 1 : ne possède pas de composante continue, c'est le graphe d'une tension sinusoïdale.

Graphe n° 3 : possède plusieurs harmoniques, la partie variable du signal n'est pas sinusoïdale.

Graphe n° 4 : ce n'est pas une représentation fréquentielle. Il s'agit de la représentation temporelle (correcte) du signal $u_e(t)$.

Q 7. En haute fréquence, le condensateur équivaut à un court-circuit, et $u_s(t) = 0$.

En basse fréquence, le condensateur équivaut à un interrupteur ouvert. Le courant dans la résistance est alors nul et $u_s(t) = u_e(t)$.

Il s'agit donc d'un **filtre passe-bas**.

Ce filtre permet donc d'isoler la composante continue du signal.

Q 8. Le terme H_0 est le **gain statique** (gain maximal) du filtre.

On a

$$\underline{H} = \frac{\frac{1}{jC\omega}}{R + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{1}{1 + jRC\omega}$$

d'où $H_0 = 1$.

Q 9. Lorsque $\omega \ll \omega_c$, on a $\underline{H} \approx 1$, soit $G \approx 1$. On a donc

$$G_{dB} \approx 0.$$

Q 10. La fréquence de coupure à -3 dB est définie par

$$G_{dB}(f_c) = G_{dB,max} - 3$$

soit ici

$$G_{dB}(f_c) = -3,$$

ce qui correspond à

$$G(f_c) = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

On exprime

$$G(f_c) = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi RC f_c)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

d'où $2\pi RC f_c = 1$, soit

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC}.$$

Q 11. On a ici $f = 100 f_c$, soit deux décades au-dessus de f_c . On a alors $G_{dB} = -40$ dB et on peut en première approximation négliger l'amplitude de la composante variable du signal de sortie :

$$u_s(t) = 2 \text{ en V}.$$

Sans approximation, on a $G(f) = 10^{-2}$.

Le déphasage du signal de sortie est donné par $\tan \varphi = -100$, soit $\varphi \approx -\pi/2$.

On a donc

$$u_s(t) = 2 + 3 \times 10^{-2} \cos(2\pi 50 t - \pi/2)$$

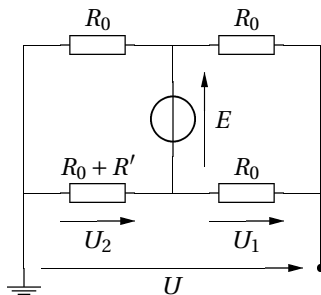
soit

$$u_s(t) = 2 + 0,03 \sin(2\pi 50 t).$$

Déterminer l'expression numérique de $u_s(t)$ en prenant $f_c = 0,5$ Hz. Conclure.

Partie II — Mesures de températures (d'après X-ENS PSI 2025)

Q 1. Introduisons les deux tensions U_1 et U_2 :



Par la formule du pont diviseur de tension, on a

$$U_1 = \frac{R_0}{R_0 + R_0} E = \frac{E}{2}$$

et

$$U_2 = -\frac{R_0 + R'}{R_0 + R_0 + R'} E = -\frac{R_0 + R'}{2R_0 + R'} E.$$

On a alors

$$U = U_1 + U_2 = \frac{E}{2} - \frac{R_0 + R'}{2R_0 + R'} E = \frac{2R_0 + R' - 2R_0 - 2R'}{2(2R_0 + R')} E$$

soit

$$U = -\frac{R'}{2(2R_0 + R')} E.$$

On donne $R' = R_0 a\theta$, d'où

$$U = -\frac{a\theta}{2(2 + a\theta)} E.$$

Q 2. On a

$$U(\theta) = -\frac{\theta}{2 + a\theta} \frac{aE}{2}$$

d'où

$$\sigma_\theta = \frac{dU}{d\theta} = \left(-\frac{1}{2 + a\theta} + \frac{a\theta}{(2 + a\theta)^2} \right) \frac{aE}{2}$$

soit

$$\sigma_\theta = -\frac{aE}{(2 + a\theta)^2}.$$

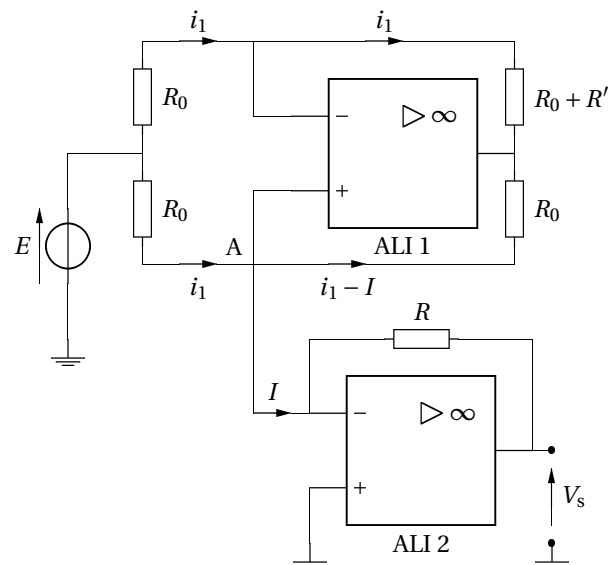
- L'expression de $U(\theta)$ n'est pas linéaire, ce qui rend l'étalonnage délicat.
- La sensibilité σ_θ diminue lorsque la température augmente (et n'est pas constante). Sa valeur maximale est $\sigma_{\theta, \max} = -\frac{aE}{4} \approx 10 \text{ mV}/^\circ\text{C}$ ce qui n'est pas si élevé (c'est la valeur maximale).

Q 3. L'ALI 2 étant linéaire, on a $V_- = 0$, d'où

$$V_s = -RI.$$

La tension de sortie étant proportionnelle au courant d'entrée, l'ALI 2 se comporte comme un **convertisseur courant-tension**.

Q 4. Représentons le schéma :



En notant i_1 le courant traversant l'une des résistances R_0 , on en déduit le même courant i_1 traversant l'autre résistance R_0 car l'ALI 1 fonctionne en régime linéaire. Comme $i_+ = 0$ pour l'ALI 1, la loi des nœuds en A permet d'écrire le courant $I - i - 1$ traversant la 3^e résistance R_0 . On a $V_A = 0$ du fait de la linéarité de l'ALI 2, donc

$$E = R_0 i_1.$$

La maille entourant l'ALI 1 permet d'écrire

$$(R_0 + R')i_1 - R_0(i_1 - I)$$

d'où $R'i_1 = -R_0I$ et

$$I = -\frac{R'}{R_0}i_1 = -\frac{R'}{R_0^2}E.$$

La relation $V_s = -RI$ conduit à

$$V_s = \frac{RR'}{R_0^2}E.$$

Avec $R' = R_0a\theta$, on obtient

$$V_s = \frac{R}{R_0}Ea\theta.$$

Q 5. La sensibilité du montage vaut

$$\tilde{\sigma}_\theta = \frac{R}{R_0}aE.$$

La sensibilité ne dépend plus de la température θ avec ce montage.

On peut augmenter la sensibilité en prenant R et E suffisamment élevés. Il faut cependant s'assurer que les ALI ne saturent pas en sortie.

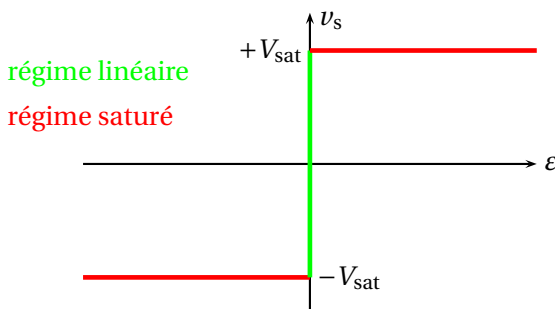
Avec $R = R_0$, on a $\tilde{\sigma}_\theta = aE$, soit $\tilde{\sigma}_\theta = 3,85 \times 10^{-2} \text{ V/}^\circ\text{C}$.

Partie III — Contrôle d'un clignotant (Centrale TSI 2025)

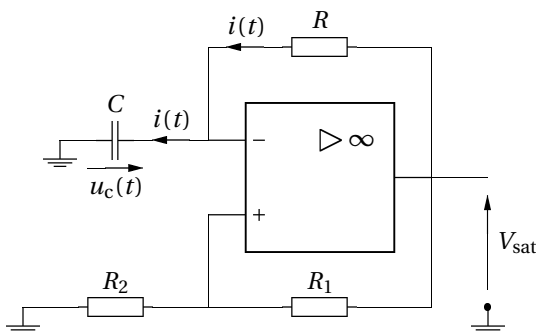
Q 1. Modèle de l'ALI idéal de gain infini :

- gain infini : $A_0 = \infty$;
- résistance d'entrée infinie ($i_+ = i_- = 0$);
- résistance de sortie nulle.

Sa caractéristique $V_s = f(V_+ - V_-)$ est alors



Q 2. Circuit après fermeture de l'interrupteur :



La tension V_s étant entre la masse et la sortie de l'ALI, on peut écrire

$$V_{\text{sat}} = u_c(t) + Ri(t).$$

On a de plus

$$i(t) = C \frac{du_c}{dt}$$

d'où

$$\frac{du_c}{dt} + \frac{u_c}{\tau} = \frac{V_{\text{sat}}}{\tau} \quad \text{avec} \quad \tau = RC.$$

Q 3. La solution générale de l'équation différentielle précédente est de la forme

$$u_c(t) = Ae^{-t/\tau} + V_{\text{sat}}.$$

Par continuité de la tension aux bornes du condensateur, on a

$$u_c(t = 0^+) = u_c(t = 0^-) = 0$$

d'où $A + V_{\text{sat}} = 0$. On en déduit

$$u_c(t) = V_{\text{sat}}(1 - e^{-t/\tau}).$$

Les résistances R_1 et R_2 étant parcourues par le même courant (car $i_+ = 0$), la formule du pont diviseur de tension s'applique et donne

$$V_+ = \frac{R_2}{R_1 + R_2}V_{\text{sat}}.$$

On en déduit

$$\varepsilon(t) = V_+(t) - V_-(t) = \frac{R_2}{R_1 + R_2}V_{\text{sat}} - V_{\text{sat}}(1 - e^{-t/\tau}).$$

► On remarque que $\varepsilon(t = 0^+) = \frac{R_2}{R_1 + R_2}V_{\text{sat}} > 0$, en accord avec $V_s(0^+) = +V_{\text{sat}}$.

La tension $\varepsilon(t)$ est une fonction décroissante du temps, qui part de $\varepsilon(0^+) = \frac{R_2}{R_1 + R_2}V_{\text{sat}} > 0$, et tend vers $\varepsilon(t \rightarrow \infty) = -\frac{R_1}{R_1 + R_2}V_{\text{sat}} < 0$. Cette fonction étant continue, il existe t_1 tel que $\varepsilon(t_1) = 0$. On a alors

$$\frac{R_2}{R_1 + R_2} - 1 + e^{-t_1/\tau} = 0$$

soit

$$e^{-t_1/\tau} = 1 - \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}.$$

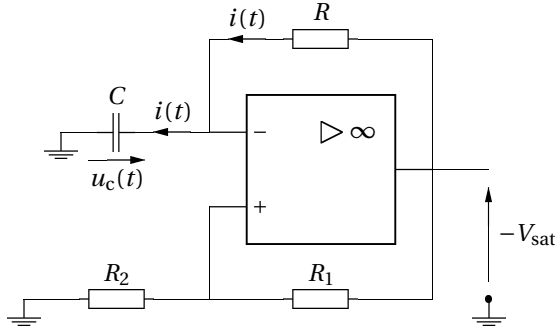
On a donc

$$t_1 = -\tau \ln\left(\frac{R_1}{R_1 + R_2}\right)$$

soit

$$t_1 = RC \ln\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right).$$

Q 4. Pour $t > t_1$, la sortie de l'ALI bascule à $-V_{\text{sat}}$:



Comme précédemment, on établit pour $t > t_1$

$$\frac{du_c}{dt} + \frac{u_c}{\tau} = -\frac{V_{\text{sat}}}{\tau}.$$

La solution générale s'écrit

$$u_c(t) = B e^{-t/\tau} - V_{\text{sat}}.$$

La continuité de $u_c(t)$ en t_1 s'écrit¹

$$B e^{-t_1/\tau} - V_{\text{sat}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{\text{sat}}$$

d'où

$$B = \frac{R_1 + 2R_2}{R_1 + R_2} V_{\text{sat}} e^{t_1/\tau}.$$

On a donc

$$u_c(t) = \left(\frac{R_1 + 2R_2}{R_1 + R_2} e^{-(t-t_1)/\tau} - 1 \right) V_{\text{sat}}.$$

Comme $V_+ = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{\text{sat}}$, on a

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) &= V_+ - u_c(t) \\ &= \left(-\frac{R_2}{R_1 + R_2} + 1 - \frac{R_1 + 2R_2}{R_1 + R_2} e^{-(t-t_1)/\tau} \right) V_{\text{sat}}. \end{aligned}$$

La sortie bascule à l'instant t_2 tel que $\varepsilon(t_2) = 0$, soit

$$-\frac{R_2}{R_1 + R_2} + 1 - \frac{R_1 + 2R_2}{R_1 + R_2} e^{-(t_2-t_1)/\tau} = 0.$$

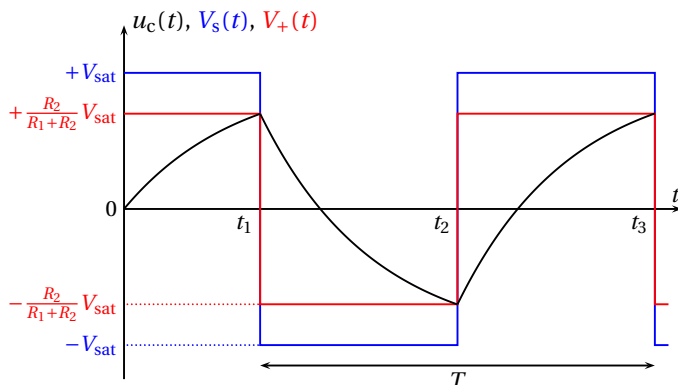
On a donc

$$e^{-(t_2-t_1)/\tau} = \frac{R_1}{R_1 + 2R_2}$$

d'où

$$t_2 = t_1 + RC \ln \left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \right).$$

Q 5. Représentons les évolutions temporelles de $u_c(t)$, $V_+(t)$ et $V_s(t)$ entre $t = 0$ et $t = t_3$:



1. Par définition de t_1 , on a $u_c(t_1) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{\text{sat}}$.

Q 6. La période des oscillations est

$$T = t_3 - t_1 = 2(t_2 - t_1) = 2RC \ln \left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \right).$$

Leur fréquence vaut donc

$$f = \frac{1}{2RC \ln \left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \right)}.$$

On calcule $f = 1,049 \text{ Hz}$.

Q 7. L'impédance de deux condensateurs identiques associés en série est

$$\underline{Z} = \frac{1}{jC\omega} + \frac{1}{jC\omega} = \frac{2}{jC\omega} = \frac{1}{j\frac{C}{2}\omega}.$$

La capacité équivalente est donc $C/2$.

On associe deux condensateurs de $1,000 \mu\text{F}$ en série pour obtenir une capacité de $500,0 \text{ nF}$.

Q 8. Causes possibles des différentes valeurs obtenues :

- incertitudes sur les valeurs des composants (dispersions des données);
- incertitude associée à l'appareil de mesure;
- éventuelle incertitude associée à la lecture de la valeur par l'expérimentateur (position d'un curseur sur l'oscilloscope par exemple).

Avec $N = 15$ mesures, l'incertitude-type est donnée par

$$u(f) = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

soit $u(f) = 0,0065 \text{ Hz}$.

Le Z-score est donné par

$$Z = \frac{|f - \bar{f}|}{u(f)}.$$

On calcule $Z = 0,62$. On a $Z < 2$: les valeurs sont compatibles.

Q 9. La puissance maximale délivrée par un ALI est $P_{\text{max}} = V_{\text{sat}} I_{s,\text{max}} = 14 \times 25 \times 10^{-3} = 0,35 \text{ W}$.

L'ALI ne peut donc alimenter la LED qui nécessite une puissance de 25 W .

Partie IV — Temps-fréquence : oscillateur quasi-sinusoïdal (Banque PT 2020)

Q 1. ALI idéal : gain statique infini, impédance d'entrée infinie, impédance de sortie nulle.

ALI standard : gain statique très élevé, impédance d'entrée très grande, impédance de sortie faible.

Q 2. Le gain statique d'un ALI réel a pour ordre de grandeur $A_0 \approx 10^5$.

L'impédance d'entrée a pour ordre de grandeur $Z_e \approx 10^6 \Omega$ à $10^{12} \Omega$.

L'impédance de sortie a pour ordre de grandeur $Z_s \approx 100 \Omega$.

1 Étude du filtre

Q 3. L'admittance de l'association de R , L et C en parallèle est

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{jL\omega} + jC\omega.$$

On a une structure en pont diviseur de tension, d'où

$$\underline{v}_2 = \frac{\underline{Z}}{\underline{Z} + R} \underline{v}_1 = \frac{1}{1 + \underline{Y}R} \underline{v}_1.$$

On a donc

$$\begin{aligned} \underline{H}_F(\omega) &= \frac{1}{1 + \frac{R_0}{R} + \frac{R_0}{jL\omega} + jR_0C\omega} = \frac{1}{\frac{R+R_0}{R} + \frac{R_0}{jL\omega} + jR_0C\omega} \\ &= \frac{\frac{R}{R+R_0}}{1 + j\frac{RR_0}{R+R_0}C\omega - j\frac{RR_0}{(R+R_0)L\omega}} = \frac{H_0}{1 + jQ_F\left[\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right]}. \end{aligned}$$

On identifie

$$H_0 = \frac{R}{R + R_0}.$$

On a ensuite

$$\frac{Q_F}{\omega_0} = \frac{RR_0C}{R + R_0} \quad \text{et} \quad Q_F\omega_0 = \frac{RR_0}{(R + R_0)L}$$

On a donc d'un part

$$\omega_0^2 = \frac{RR_0}{(R + R_0)L} \frac{R + R_0}{RR_0C} = \frac{1}{LC}$$

d'où

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

La fréquence caractéristique vaut donc

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

D'autre part

$$Q_F^2 = \frac{RR_0C}{R + R_0} \frac{RR_0}{(R + R_0)L} = \left(\frac{RR_0}{R + R_0}\right)^2 \frac{C}{L}$$

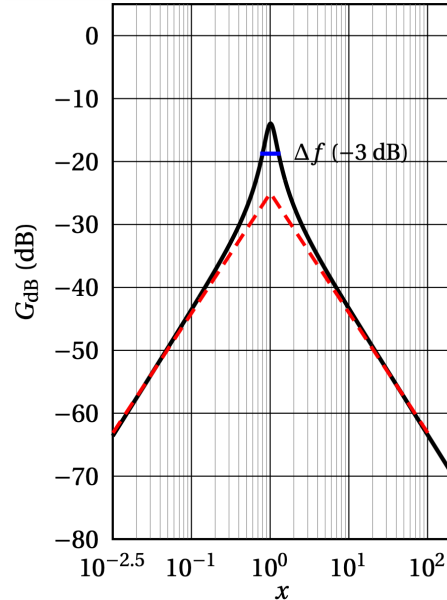
d'où

$$Q_F = \frac{RR_0}{R + R_0} \sqrt{\frac{C}{L}}.$$

Q 4. On a $Q = \frac{f_0}{\Delta f}$.

Q 5. Le diagramme de Bode du passe bande d'ordre deux présente des asymptotes de pentes $+20$ dB/décade et -20 dB/décade.

On a en $x = 1$, $G_{dB, \max} = 20 \log H_0 \approx -14$ dB.



2 Étude de l'amplificateur

Q 6. Structure 1

Les résistances étant traversées par la même intensité, on peut écrire la loi des nœuds en termes de potentiels à l'entrée inverseuse de l'ALI :

$$\frac{V_e - V^{(-)}}{R_1} + \frac{V_s - V^{(-)}}{R_2} = 0.$$

On considère l'ALI en régime linéaire (rétroaction sur l'entrée inverseuse de l'ALI), donc $V^{(-)} = V^{(+)} = 0$, d'où

$$\frac{V_e}{R_1} + \frac{V_s}{R_2} = 0.$$

On en déduit la fonction de transfert

$$\underline{A}_1 = -\frac{R_2}{R_1}.$$

Structure 2

Les résistances étant traversées par la même intensité, on a un pont diviseur de tension :

$$\underline{V}^{(-)} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \underline{V}_s.$$

On considère l'ALI en régime linéaire (rétroaction sur l'entrée inverseuse de l'ALI), donc $V^{(-)} = V^{(+)} = \underline{V}_e$, d'où la fonction de transfert

$$\underline{A}_2 = 1 + \frac{R_2}{R_1}.$$

Q 7. Pour la structure n° 1, comme $V^{(+)} = V^{(-)}$ on a $\underline{V}_e = R_1 \underline{I}_e$. On en déduit l'impédance d'entrée

$$\underline{Z}_{e1} = R_1.$$

Pour la structure n° 2, on a $\underline{I}_e = 0$ (propriété de l'ALI). On en déduit l'impédance d'entrée

$$\underline{Z}_{e2} = \infty.$$

Nous allons connecter l'amplificateur au filtre; il vaut mieux **utiliser un amplificateur d'impédance d'entrée infinie** pour ne pas perturber la fonction de transfert du filtre, donc la structure n° 2.

Q 8. Le filtre étant branché sur une impédance infinie, sa fonction de transfert est toujours

$$\underline{H}_F = \frac{H_0}{1 + jQ_F \left(x - \frac{1}{x}\right)}.$$

La fonction de transfert globale vaut alors

$$\underline{H}_{FA} = \underline{H}_F \times \underline{A}_2 = \frac{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) H_0}{1 + jQ_F \left[\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right]}$$

soit

$$\underline{H}_{FA} = \frac{H_1}{1 + jQ \left[x - \frac{1}{x}\right]}$$

avec

$$H_1 = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) H_0 \quad \text{et} \quad Q = Q_F$$

c'est-à-dire

$$H_1 = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{R}{R + R_0} \quad \text{et} \quad Q = \frac{RR_0}{R + R_0} \sqrt{\frac{C}{L}}.$$

3 Étude des oscillations

Q 9. On a

$$\underline{V}_3 = \underline{H}_{FA} \underline{V}_1.$$

Le circuit étant bouclé, on a $\underline{V}_3 = \underline{V}_1$, d'où

$$\underline{H}_{FA} \underline{V}_3 = \underline{V}_3$$

soit

$$\frac{H_1}{1 + jQ \frac{\omega}{\omega_0} + \frac{Q\omega_0}{j\omega}} \underline{V}_3 = \underline{V}_3.$$

On peut écrire

$$\frac{H_1 \frac{j\omega}{Q\omega_0}}{\frac{j\omega}{Q\omega_0} + \frac{(j\omega)^2}{\omega_0^2} + 1} \underline{V}_3 = \underline{V}_3,$$

soit

$$\frac{H_1}{Q\omega_0} j\omega \underline{V}_3 = \underline{V}_3 + \frac{1}{Q\omega_0} j\omega \underline{V}_3 + \frac{1}{\omega_0^2} (j\omega)^3 \underline{V}_3$$

qui équivaut dans le domaine temporel à

$$\frac{H_1}{Q\omega_0} \frac{dv_3(t)}{dt} = v_3(t) + \frac{1}{Q\omega_0} \frac{dv_3}{dt} + \frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2 v_3(t)}{dt^2}.$$

La tension $v_3(t)$ vérifie donc l'équation différentielle

$$\frac{d^2 v_3(t)}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} (1 - H_1) \frac{dv_3(t)}{dt} + \omega_0^2 v_3(t) = 0.$$

Q 10. On veut :

- des oscillations pseudo-périodiques;
- une amplitude croissante des oscillations.

Le discriminant de l'équation caractéristique

$$r^2 + \frac{\omega_0}{Q} (1 - H_1) r + \omega_0^2 = 0$$

est

$$\Delta = \frac{\omega_0^2}{Q^2} (1 - H_1)^2 - 4\omega_0^2.$$

On observe des oscillations si $\Delta < 0$, c'est-à-dire si

$$\frac{(1 - H_1)^2}{Q^2} < 4$$

soit $(1 - H_1)^2 < 4Q^2$.

L'amplitude des oscillations est croissante si le coefficient de la dérivée première est négatif, c'est-à-dire si $H_1 > 1$.

La condition précédente $(H_1 - 1)^2 < 4Q^2$ donne, comme $H_1 - 1 > 0$, la condition

$$H_1 - 1 < 2Q.$$

Finalement, on observe des oscillations pseudo-périodiques d'amplitude croissante si

$$1 < H_1 < 1 + 2Q.$$

Q 11. La pseudo-pulsation est donnée par

$$\Omega = \frac{\sqrt{-\Delta}}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{4\omega_0^2 - \frac{\omega_0^2}{Q^2} (H_1 - 1)^2} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{(H_1 - 1)^2}{4Q^2}}.$$

La fréquence correspondante vaut

$$f = f_0 \sqrt{1 - \frac{(H_1 - 1)^2}{4Q^2}} \quad \text{avec} \quad f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}.$$

Q 12. On peut considérer la fréquence des oscillations comme égale à la fréquence propre du filtre sous deux conditions :

$H_1 = 1$, où l'équation différentielle devient celle de l'oscillateur harmonique. Dans la pratique, il faudra $H_1 = 1^+$ pour observer un accrochage des oscillations; $Q \gg 1$, ce qui correspond à un filtre très sélectif.

Q 13. Si le gain de l'étage amplificateur est trop grand, l'ALI sera saturé pendant une part importante de la période des oscillations; ces dernières ne seront plus quasi-sinusoïdales.

D'autre part, l'ALI réel a une bande passante limitée. On sait que dans un montage en rétroaction, comme l'amplificateur, le produit gain $\times$ bande passante est constant, soit ici pour des oscillations à la pulsation f_0

$$A_0 f_{0,ALI} = |A_2| f_0$$

Pour un ALI réel, on a typiquement $A_0 = 10^5$ et $f_{0,ALI} = 10$ Hz, soit

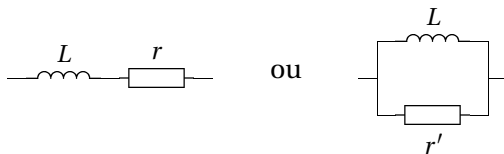
$$A_2 f_0 = 10^6.$$

On veut ici des oscillations à $f_0 \approx 1 \times 10^5$ Hz; si $A_2 > 10$, la bande passante de l'amplificateur sera inférieure à 100 kHz. Il faut donc que le gain de l'amplificateur ne soit pas trop élevé pour pouvoir l'utiliser à des fréquences de l'ordre de 100 kHz.

4 Schéma réel de l'oscillateur

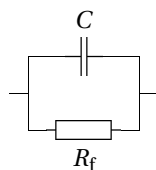
Q 14. Le schéma réel ne comporte pas de résistance en parallèle avec la bobine et le condensateur.

Q 15. Une bobine réelle possède une résistance; on peut la modéliser de deux façons :



On utilise usuellement la 1^{re} représentation, mais ici la 2^{de} est plus adaptée au schéma faisant intervenir une résistance en parallèle.

► On peut aussi remarquer d'un condensateur réel peut-être modélisé à l'aide d'une résistance de fuite R_f très élevée selon le schéma



Dans la pratique, c'est la résistance de la bobine qui va être l'écart prépondérant aux dipôles idéaux.

5 Stabilité de l'oscillateur

5.1 Oscillateur quasi-sinusoïdal

Le filtre (entrée V_1 , sortie V_2) a pour fonction de transfert H_F .

L'amplificateur (entrée V_2 , sortie V_3) a pour fonction de transfert A .

Q 16. On a $V_2 = H_F V_1$.

On a de plus $V_3 = A V_2$.

Le bouclage implique $V_3 = V_1$.

On a donc

$$V_3 = A H_F V_1 = A H_F V_1,$$

d'où la condition d'oscillation

$$A H_F = 1.$$

Q 17. La grandeur $A H_F$, égale à 1, doit être réelle. Comme A est réel, H_F doit être réel; on en déduit

$$\arg[H_F(\omega)] = 0.$$

5.2 Stabilité à court terme

Q 18. La condition d'oscillation s'écrit maintenant

$$H_F A_1 e^{j\delta\psi} = 1.$$

L'argument du membre de gauche, réel, doit être nul, soit

$$\arg[H_F(\omega)] + \delta\psi = 0.$$

On doit donc avoir

$$\arg[H_F(\omega)] = -\delta\psi.$$

Q 19. La fonction de transfert du filtre s'écrit maintenant

$$\begin{aligned} \underline{H}_F(\omega_0 + \delta\omega) &= \frac{H_0}{1 + jQ_F \left(\frac{\omega_0 + \delta\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_0 + \delta\omega} \right)} \\ &= \frac{H_0}{1 + jQ_F \left(1 + \frac{\delta\omega}{\omega_0} - \left(1 + \frac{\delta\omega}{\omega_0} \right)^{-1} \right)} \end{aligned}$$

Comme $\delta\omega \ll \omega_0$, on peut linéariser

$$\left(1 + \frac{\delta\omega}{\omega_0} \right)^{-1} \simeq 1 - \frac{\delta\omega}{\omega_0}$$

d'où

$$\underline{H}_F(\omega_0 + \delta\omega) = \frac{H_0}{1 + jQ_F \frac{2\delta\omega}{\omega_0}}$$

qui se linéarise en

$$\underline{H}_F = H_0 \left(1 - 2jQ_F \frac{\delta\omega}{\omega_0} \right).$$

On a donc maintenant

$$\arg[\underline{H}_F(\omega)] = -2Q_F \frac{\delta\omega}{\omega_0}$$

et la condition d'oscillation précédente s'écrit

$$-2Q_F \frac{\delta\omega}{\omega_0} = -\delta\psi$$

d'où la variation de la pulsation

$$\delta\omega = \frac{\omega_0}{2Q_F} \delta\psi.$$

La fluctuation de fréquence est

$$\delta f = \frac{f_0}{2Q_F} \delta \psi.$$

Avec $\delta \psi = 1^\circ = \frac{\pi}{180}$ rad, on calcule

$$\delta f = \frac{100 \times 10^3 \times \pi}{2 \times 3 \times 180}$$

soit $\delta f = 2,9 \times 10^2$ Hz .

► On a $\frac{\delta f}{f_0} = 0,3$ %.

Q 20. Si la fluctuation $\delta \psi$ varie au cours du temps, $\delta \omega$ varie aussi au cours du temps, donc **la fréquence des oscillations varie au cours du temps**.

Si l'amplitude des oscillations est faible, la fréquence des oscillations va varier dans un faible intervalle autour de f_0 ; on observera alors un **élargissement spectral** où la raie théorique à la pulsation f_0 sera remplacée par un pic de largeur $\delta f \ll f_0$.

Q 21. Pour améliorer la qualité des oscillations, il faut diminuer $\delta \omega$, c'est-à-dire **augmenter le facteur de qualité Q_F du filtre**.