TD d'électronique n° 5 — Modulation, démodulation

1 — Modulation BLU

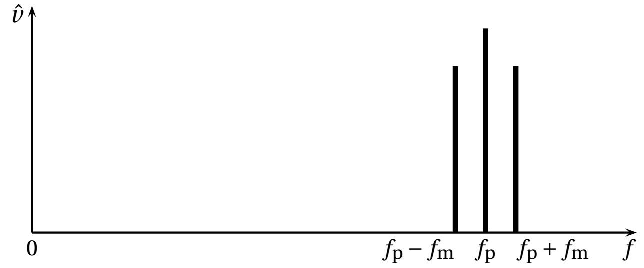
1. En sortie du multiplieur, on a le signal

$$s(t) = kV_m V_p \cos(\omega_m t)\cos\omega_p t) = \frac{kV_m V_p}{2}\left[\cos[(\omega_p+\omega_m)t] + \cos(\omega_p-\omega_m)t]\right].$$

On en déduit le signal en sotie du sommateur :

$$v(t) = \frac{kV_m V_p}{2}\left[\cos[(\omega_p+\omega_m)t] + \cos(\omega_p-\omega_m)t]\right] + V_p\cos(\omega_p t).$$

Son spectre en fréquence est donc



avec $f_p = 500$ kHz, $f_p + f_m = 500{,}2$ kHz et $f_p - f_m = 499{,}8$ kHz. Le filtre passe-haut de fréquence de coupure $f_c = 500{,}1$ kHz ne laisse passer que la fréquence la plus élevée. On a donc en sortie le signal

$$\boxed{V(t) = \frac{kV_m V_p}{2}\cos[(\omega_p+\omega_m]t]}$$

de spectre

➤ On parle de modulation à bande latérale unique car le spectre ne comporte plus la porteuse, et ne comporte que la bande latérale supérieure du spectre de $v(t)$.

Multiplions ce signal par la porteuse :

$$w(t) = V(t)v_p(t) = \frac{kV_m V_p^2}{2}\cos[(\omega_p+\omega_m)t]\cos(\omega_p t) = \frac{kV_m V_p^2}{4}\left[\cos[(2\omega_p+\omega_m)t] + \cos(\omega_m t)\right].$$

On peut retrouver le signal informatif à l'aide d'un filtre passe-bas de fréquence de coupure f_c' telle que

$$f_m \ll f_c' \ll 2f_p + f_c$$

ce qui est tout à fait réalisable car $f_m = 20$ kHz au plus, et $2f_p + f_m = 1000{,}2$ kHz.

2 — Démodulation

2. 1. La fréquence de la porteuse est f_p, celle du signal modulant f_m.
L'ordre de grandeur de f_m est le kilohertz, celui de f_p la centaine de kilohertz.

2. Le signal modulé s'écrit

$$s(t) = A\cos(2\pi f_p t) + mA\cos(2\pi f_p t)\cos(2\pi f t).$$

À partir du signal $e(t) = A_m\cos(2\pi f_m t)$ et de la porteuse $p(t) = A_p\cos(2\pi f_p t)$, un multiplieur et un sommateur permettent de réaliser

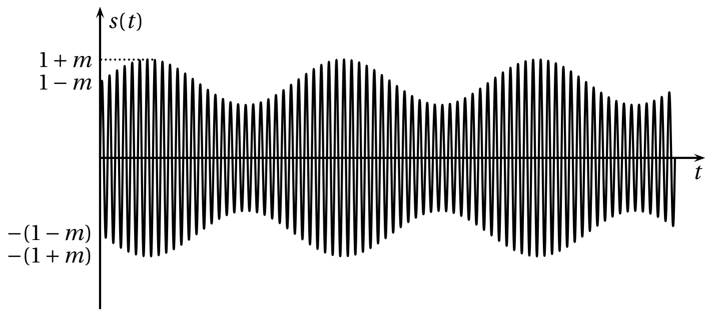
$$s(t) = ke(t)p(t) + p(t) = kA_m A_p\cos(2\pi f_m t)\cos(2\pi f_p t) + A_p\cos(2\pi f_p t)$$

soit

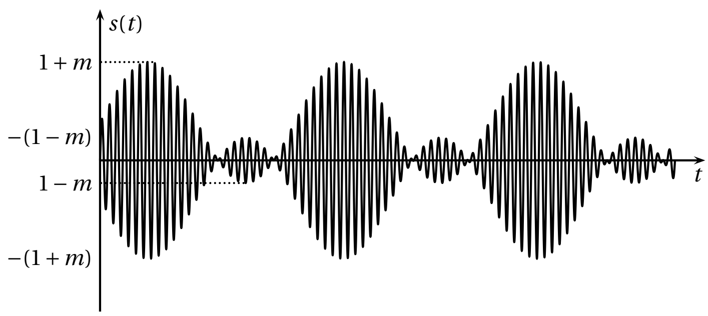
$$s(t) = A_p\left[1 + kA_m\cos(2\pi f_m t)\right]\cos(2\pi f_p t).$$

On réalise bien une modulation d'amplitude, avec un taux de modulation $m = kA_m$.

3. Pour $m < 1$, on a



Si $m > 1$, on a $1 - m < 0$ et $-(1-m) > 0$; on observe une **surmodulation** :



Donner le graphe du signal $s(t)$ pour $m < 1$. Que se passe-t-il si $m > 1$?

4. On développe

$$s(t) = A\cos(2\pi f_p t) + \frac{mA}{2}\left[\cos(2\pi(f_p+f_m)t) + \cos(2\pi(f_p-f_m)t)\right]$$

d'où le spectre

5. À la sortie du multiplicateur on a le signal

$$s'(t) = \frac{A^2}{2} + \frac{mA^2}{2}\cos(2\pi 2 f_p t) + \frac{mA^2}{4}\cos\left[2\pi(2f_p + f_m)t\right] + \frac{mA^2}{4}\cos(2\pi f_m t) + \frac{mA^2}{4}\cos\left[2\pi(2f_p - f_m)t\right] + \frac{mA^2}{4}\cos(2\pi f_m t)$$

soit par ordre croissant des fréquences

$$s'(t) = \frac{A^2}{2} + \frac{mA^2}{2}\cos(2\pi f_m t) + \frac{mA^2}{4}\cos\left[2\pi(2f_p - f_m)t\right] + \frac{mA^2}{2}\cos(2\pi 2 f_p t) + \frac{mA^2}{4}\cos\left[2\pi(2f_p + f_m)t\right]$$

Se reporter au cours pour le spectre.

6.a) On a

$$\boxed{s''(t) = \frac{A^2}{2} + \frac{mA^2}{2}\cos(2\pi f_m t)}\,.$$

6.b) Le condensateur C' sert à supprimer la composante continue. On a alors

$$\boxed{d(t) = \frac{mA^2}{2}\cos(2\pi f_m t)}\,.$$

6.c) À la sortie du filtre 2 on a la composante continue

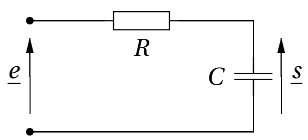
$$\boxed{a(t) = \frac{A^2}{2}}\,.$$

6.d) Ls signal variable donne la fréquence f_m du signal à transmettre.

Le rapport des amplitudes des signaux $d(t)$ et $a(t)$ donne $m = kA_m$, ce qui donne accès à l'amplitude A_m du signal à transmettre (la constante k est une donnée connue d'un multiplieur).

3 — Mesure d'impédance

1. Filtre passe-bas du premier ordre :



Fonction de transfert

$$\underline{H}(\mathrm{j}\omega) = \frac{1}{1 + \mathrm{j}RC\omega}\,.$$

La fréquence de coupure est

$$f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = \frac{1}{2\pi RC}\,.$$

On peut réaliser $f_c = 100$ Hz en prenant $C = 100$ nF et $R = 16$ kΩ.

2. Notons $\underline{v}$ la tension en sortie de l'ALI. On a

$$\underline{v} = -\frac{\underline{Z}}{R_0}\underline{u}\,.$$

On peut décomposer l'impédance selon

$$\underline{Z} = R + \mathrm{j}X\,,$$

d'où

$$\underline{v}(t) = -\frac{R}{R_0}\underline{u}(t) - \mathrm{j}\frac{X}{R_0}\underline{u}(t)$$

avec $\underline{u}(t) = U_m \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_e t}$ où $\omega_e = 2\pi f_e$, soit

$$\underline{v}(t) = -\frac{R}{R_0}U_m \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_e t} + \frac{X}{R_0}U_m \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega_e t - \pi/2)}\,.$$

Le multiplieur étant un opérateur non linéaire, on ne peut plus utiliser la notation complexe. On a $v(t) = \mathrm{Re}(\underline{v}(t))$,soit

$$v(t) = -\frac{R}{R_0}U_m\cos(\omega_e t) + \frac{X}{R_0}U_m\sin(\omega_e t)\,.$$

La tension en sortie du multiplieur est alors

$$p(t) = v(t)u(t) = -\frac{R}{R_0}U_m^2\cos^2(\omega_e t) + \frac{X}{R_0}U_m^2\sin(\omega_e t)\cos(\omega_e t)$$

soit

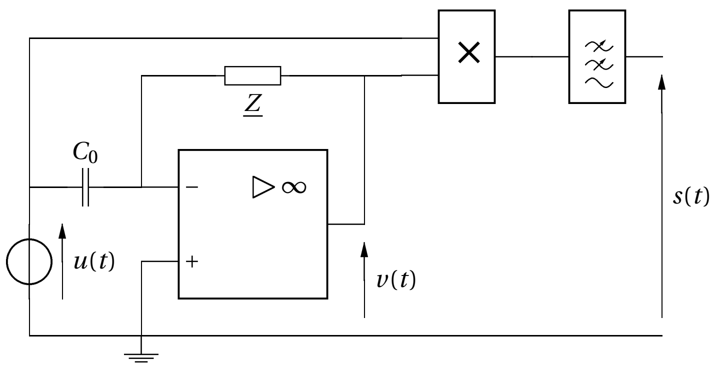
$$p(t) = -\frac{RU_m^2}{2R_0} - \frac{RU_m^2}{2R_0}\cos(2\omega_e t) + \frac{XU_m^2}{2R_0}\sin(2\omega_e t)\,.$$

La fréquence de coupure du filtre passe-bas est bien inférieure à $2f_e$; on en déduit

$$s(t) = -\frac{RU_m^2}{2R_0}\,.$$

On a ainsi accès à R, partie réelle de $\underline{Z}$.

3. Pour avoir accès à la partie imaginaire de $\underline{Z}$, on peut remplacer R_0 par un condensateur C_0 :



La tension en sortie de l'ALI est alors

$$\underline{v} = -\frac{\underline{Z}}{\underline{Z}_C}\underline{u} = -\mathrm{j}C\omega_e\underline{Z}\,\underline{u} = -\mathrm{j}C\omega_e RU_m \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_e t} + C\omega X \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_e t}$$

soit

$$v(t) = C\omega_e RU_m\sin(\omega_e t) + C\omega_e XU_m\cos(\omega_e t)\,.$$

On a alors en sortie du multiplieur

$$p(t) = C\omega_e RU_m^2\sin(\omega_e t)\cos(\omega_e t) + C\omega_e XU_m^2\cos^2(\omega_e t)$$

Par un calcul similaire à précédemment, on en déduit la tension en sortie du filtre passe-bas :

$$s(t) = \frac{C\omega_e U_m^2}{2}X$$

qui donne accès à X, partie imaginaire de $\underline{Z}$.