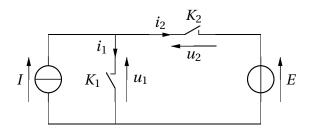
TD d'électronique de puissance

Conversion statique

3 — Hacheur parallèle

- 1. Quand les sources ne sont pas interconnectées :
- on ne peut pas laisser la source de courant en circuit ouvert; il faut donc placer un interrupteur fermé en parallèle à cette source;
- on ne peut pas court-circuiter la source de tension; il faut donc séparer la source de tension du circuit de charge par un interrupteur placé en série.



Nous pouvons donc énoncer les deux phases de fonctionnement :

1re phase interconnexion des sources : K_1 est ouvert, K_2 est fermé.

2e phase déconnexion des sources : K_1 est fermé, K_2 est ouvert.

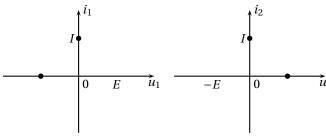
2. Orientons les deux interrupteurs en convention récepteur (dans un sens arbitraire) afin de déterminer leurs points de fonctionnement.

1re phase

On a $i_1 = 0$ (K_1 ouvert) et $i_2 = I$ (K_2 fermé). De même $u_2 = 0$ et $u_1 = E$ avec la maille « de droite ».

2e phase

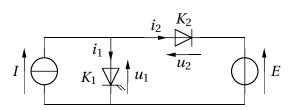
On a $i_2 = 0$ (K_2 ouvert) et $i_1 = I$ (K_1 fermé). De même $u_1 = 0$ et $u_2 = -E$ avec la maille « de droite ».



Interrupteur K_1 .

Interrupteur K_2 .

L'interrupteur K_1 est donc un transistor, tandis que l'interrupteur K_2 est une diode.



On parle de hacheur parallèle car l'interrupteur commandé est situé en parallèle avec le générateur.

3. Pour $0 \le t < \alpha T$: $i_2 = I$, $u_1 = E$ (K_1 est ouvert, K_2 fermé). Pour $\alpha T \le t < T$: $i_2 = 0$, $u_1 = 0$ (K_2 est ouvert, K_1 fermé). La puissance moyenne fournie par la source d'entrée est (la tension aux bornes de la source de courant est u_1)

$$P_{e} = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} Iu_{1}(t) dt = \frac{1}{T} \int_{0}^{\alpha T} IE dt = \frac{\alpha IET}{T}$$

soit $P_e = \alpha EI$.

La puissance moyenne reçue par la source de sortie est

$$P_{s} = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} Ei_{2}(t) dt = \frac{1}{T} \int_{0}^{\alpha T} IE dt = \frac{\alpha IET}{T}$$

soit $P_s = \alpha EI$.

Le rendement de la conversion de puissance est

$$\eta = \frac{P_{\rm s}}{P_{\rm e}} = 100 \%$$

4. La tension moyenne aux bornes de la charge est E. La tension moyenne aux bornes du générateur est

$$\langle u_1 \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T u_1(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^{\alpha T} E dt = \alpha E.$$

Comme $\alpha < 1$, on a $E > \langle u_1 \rangle$: la tension de sortie du hacheur est supérieure à sa tension d'entrée, d'où le qualificatif de « survolteur ».

4 — Hacheur à accumulation inductive

1. On remarque que les deux interrupteurs ne peuvent être ouverts en même temps ou fermés en même temps du fait des règles d'associations des sources de courant.

Pour $0 \le t < \alpha T$, la maille « de gauche » permet d'écrire

$$L\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} - E = 0$$
 soit $\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} = \frac{E}{L}$.

Avec $i_L(0) = I_{\rm m}$, on en déduit

$$i_L(t) = \frac{E}{L}t + I_{\text{m}}$$
 pour $0 \leqslant t < \alpha T$.

Pour $\alpha T \leq t < T$, la maille « de droite » permet d'écrire

$$L\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} + E' = 0$$
 soit $\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} = -\frac{E'}{L}$.

Avec $i_L(\alpha T) = I_M$, on en déduit

$$i_L(t) = -\frac{E'}{L}(t - \alpha T) + I_{\text{M}} \quad \text{pour } \alpha T \leqslant t < T.$$

En écrivant que $i_L(\alpha T) = I_M$ on obtient

$$\frac{E}{L}\alpha t + I_{\rm m} = I_{\rm M}$$

soi

$$I_{\rm M} - I_{\rm m} = \frac{E}{I} \alpha T$$
.

En écrivant d'autre part que $i_L(T) = i_L(0) = I_m$, on obtient

$$I_{\rm m} = -\frac{E'}{I}(1-\alpha)T + I_{\rm M}$$

soit

$$I_{\rm M} - I_{\rm m} = \frac{E'}{L} (1 - \alpha) T.$$

Des deux expressions de $I_{\rm M}$ – $I_{\rm m}$ donnent

$$\frac{E'}{L}(1-\alpha)T = \frac{E}{L}\alpha T$$

soit

$$(1-\alpha)E'=\alpha E$$

2. Nous allons exprimer la puissance moyenne échangée : c'est la puissance moyenne fournie par la source de tension, ou la puissance moyenne reçue par la source de courant (elles sont égales).

On peut écrire

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T Ei_{\mathbf{e}}(t) \, \mathrm{d}t.$$

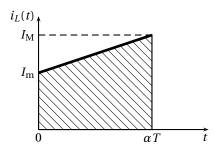
On a

$$i_{e}(t) = \begin{cases} i_{L}(t) & \text{pour } 0 \leq t < \alpha T \text{ } (K_{1} \text{ ferm\'e}) \\ 0 & \text{pour } \alpha T \leq t < T \text{ } (K_{1} \text{ ouvert}) \end{cases}$$

donc

$$P = \frac{E}{T} \int_0^{\alpha T} i_L(t) \, \mathrm{d}t.$$

Une méthode graphique est ici bien plus simple que le calcul algébrique. Représentons $i_L(t)$ pour $t \in [0, \alpha T]$:



L'intégrale représente l'aire sous la courbe, soit

$$\int_0^{\alpha T} i_L(t) dt = \frac{I_{\rm m} + I_{\rm M}}{2} \alpha T.$$

On a donc

$$P = \frac{I_{\rm m} + I_{\rm M}}{2} \alpha E.$$

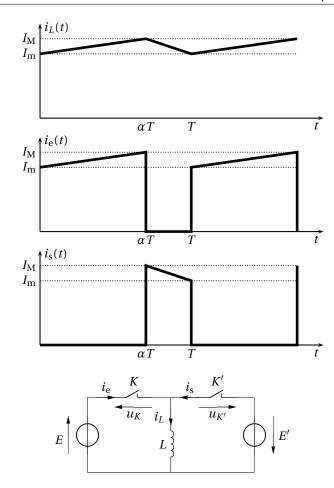
Les courants minimum et maximum vérifient donc le système

$$I_{\rm M}-I_{\rm m}=\frac{\alpha ET}{L}\quad {\rm et}\quad I_{\rm M}+I_{\rm m}=\frac{2P}{\alpha E}\,.$$

On calcule $I_{\rm M}+I_{\rm m}=4.0~{\rm A}$ et $I_{\rm M}-I_{\rm m}=0.18~{\rm A}$, d'où

$$I_{\rm m} = 1.91 \, {\rm A}$$
 et $I_{\rm M} = 2.09 \, {\rm A}$.

3. Traçons les chronogrammes des intensités :



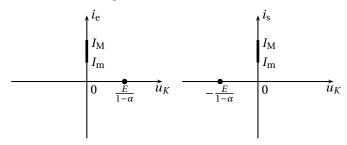
Phase $t \in [0, \alpha T[:$

$$i_e = i_L(t)$$
 $i_s = 0$ $u_K = 0$ $u_{K'} = -E - E' = -\frac{E}{1 - \alpha}$

Phase $t \in [\alpha T, T[:$

$$i_{e} = 0$$
 $i_{s} = i_{L}(t)$
 $u_{K} = E + E' = \frac{E}{1 - \alpha}$ $u_{K'} = 0$

Zones de fonctionnement sur les caractéristiques couranttension des interrupteurs :



Interrupteur *K*.

Interrupteur K'.

L'interrupteur K est donc un transistor, tandis que l'interrupteur K' est une diode.

4. Les intensités dans les interrupteurs doivent être toujours positives quand ils sont fermés compte tenu de l'unidirectionnalité de la diode et du transistor. Il faut donc $I_{\rm m}>0$. avec

$$I_{\rm M} - I_{\rm m} = \frac{\alpha ET}{L}$$
 et $I_{\rm M} + I_{\rm m} = \frac{2P}{\alpha E}$,

on a

$$2I_{\rm m} = \frac{2P}{\alpha E} - \frac{\alpha ET}{L} \,.$$

Il faut donc

$$P > \frac{\alpha^2 E^2 T}{2L}$$

Avec L = 1 mH, on obtient $P_{min} = 30.6$ W .

$$P_{\min} = 30.6 \text{ W}$$

5 — Alimentation à découpage

1. Pour $0 \le t < \alpha T$: K est fermé, et la loi des mailles dans la maille « de gauche » s'écrit

$$L\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} = E$$
.

L'intensité $i_L(t)$ est donc une fonction croissante du temps pendant cette phase. Le fonctionnement étant périodique, l'intensité est donc minimale en t = 0; en notant $i_L(0) = I_m$, on peut donc écrire

$$i_L(t) = \frac{E}{L}t + I_{\rm m}$$
 pour $0 \leqslant t < \alpha T$. (1)

Pour $\alpha T \leq t < T : K$ est ouvert et K' est fermé. La loi des mailles dans la maille « globale » s'écrit

$$L\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} = E - E'.$$

Un fonctionnement périodique impose E - E' < 0: l'intensité doit décroitre après sa phase de croissance. L'intensité est donc maximale en $t = \alpha T$; en notant $i_L(\alpha T) = I_{\text{max}}$, on peut donc écrire

$$i_L(t) = \frac{E - E'}{L}(t - \alpha T) + I_{\text{M}} \quad \text{pour} \quad \alpha T \leqslant t < T.$$
 (2)

Le fonctionnement étant périodique, on peut écrire d'une part $i_L(\alpha T) = I_M$ avec l'équation (1), soit

$$\frac{E}{I}\alpha T + I_{\rm m} = I_{\rm M}.$$

De même on peut écrire $i_L(T) = I_m$ avec l'équation (2), soit

$$\frac{E-E'}{L}(1-\alpha)T+I_{\rm M}=I_{\rm m}.$$

De ces deux dernières équations on tire

$$\frac{E}{L}\alpha T + \frac{E - E'}{L}(1 - \alpha)T = 0$$

d'où
$$E' = \frac{E}{1-\alpha}$$

2. Avec E = 40 V, on veut E' = 80 V = 2E. Il faut donc choisir un rapport cyclique $\alpha = 0.5$.

La variation de courant dans la bobine se déduit de l'équation (1), soit

$$\Delta i_L = I_{\rm M} - I_{\rm m} = \frac{E}{I} \alpha T.$$

On aura donc $\Delta i_L \leqslant \Delta i_{L,\max}$ pour

$$L \geqslant \frac{E\alpha T}{\Delta i_{L,\max}}$$
.

On calcule $L \geqslant 5 \text{ mH}$.

3. La puissance moyenne échangée peut être calculée comme la puissance moyenne fournie par le générateur, soit

$$P = \langle Ei_I \rangle = E \langle I_I \rangle$$
.

L'intensité $i_L(t)$ variant périodiquement entre $I_{\rm m}$ et $I_{\rm M}$ de façon affine par morceaux, on a $\langle I_L \rangle = \frac{I_{\rm m} + I_{\rm M}}{2}$ et

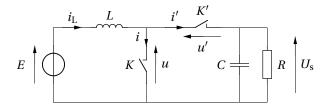
$$P = E \frac{I_{\rm m} + I_{\rm M}}{2}.$$

On a donc

$$I_{\rm m} + I_{\rm M} = \frac{2P}{E} = 8.0 \, \rm A.$$

Avec $I_{\rm M}+I_{\rm m}=0.2$ A, on en déduit

$$I_{\rm m} = 3.9 \, {\rm A}$$
 et $I_{\rm M} = 4.1 \, {\rm A}$

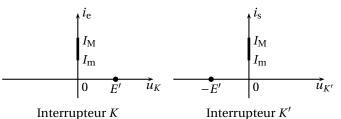


Lorsque K est fermé, on a u = 0 et $i = i_L$ qui varie entre I_m et $I_{\rm M}$.

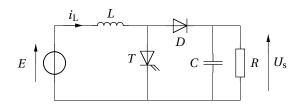
Lorsque K est ouvert, on a u = E' et i = 0.

Lorsque K' est fermé, on a u' = 0 et $i' = i_L$ qui varie entre I_m

Lorsque K' est ouvert (et K fermé), on a u = -E' et i = 0.



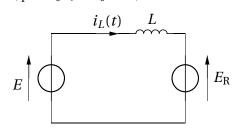
L'interrupteur K est donc un transistor, et l'interrupteur K'une diode, tous deux dans le sens direct.



6 — Régime transitoire d'un hacheur série

1. 1re phase

À l'instant $t_0 = nT$, on est au début d'une période : le transistor est passant et la diode est bloquée. Le schéma est donc équivalent, pour $t_0 \le t < t_0 + \alpha T$, à



La loi des mailles s'écrit

$$E_{\rm R} + L \frac{\mathrm{d}i_L(t)}{\mathrm{d}t} - E = 0,$$

ďoù

$$\frac{\mathrm{d}i_L(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{E - E_{\mathrm{R}}}{L}.$$

On intègre sachant que $i(t_0) = i_0$, d'où

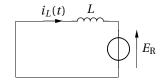
$$i_L(t) = \frac{E - E_{\mathrm{R}}}{L}(t - t_0) + i_0 \quad \text{pour } t_0 \leqslant t < t_0 + \alpha T.$$

À la fin de cette phase, on a

$$i_L(t_0 + \alpha T) = \frac{E - E_{\rm R}}{I} \alpha T + i_0.$$

2e phase

Le transistor est bloqué tandis que la diode est passante, d'où le schéma équivalent



On a donc

$$\frac{\mathrm{d}i_L(t)}{\mathrm{d}t} = -\frac{E_{\mathrm{R}}}{L}$$

On en déduit

$$i_L(t) = -\frac{E_R}{I_L}(t - t_0 - \alpha T) + i_L(t_0 + \alpha T)$$

soit avec l'expression de $i_L(t_0 + \alpha T)$ établie précédemment

$$i_L(t) = -\frac{E_{\rm R}}{I_{\rm c}}(t - t_0 - \alpha T) + \frac{E - E_{\rm R}}{I_{\rm c}}\alpha T + i_0.$$

Après simplification on obtient

$$i_L(t) = -\frac{E_{\rm R}}{L}t + \frac{E_{\rm R}}{L}t_0 + \frac{E}{L}\alpha T + i_0.$$

Au bout d'une période, en $t = t_0 + T$, on a

$$i_L(t_0+T)=\frac{\alpha E-E_{\rm R}}{L}T+i_0.$$

La variation de courant pendant la durée *T* est

$$\Delta i = i(t_0 + T) - i(t_0) = \frac{\alpha E - E_{\rm R}}{L} T.$$

Elle ne dépend pas de t_0 , donc pas de n; elle reste alors encore valable si n n'est pas entier (peu importe à quel instant on commence à compter une période).

$$\langle \frac{\mathrm{d}i_L(t)}{\mathrm{d}t} \rangle = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \frac{\mathrm{d}i_L(t)}{\mathrm{d}t} \, \mathrm{d}t = \frac{1}{T} \int_{i_L(t_0)}^{i_L(t_0+T)} \! \mathrm{d}i_L = i(t_0+T) - i(t_0) \,. \quad \text{qui varie de } u_{C,\max} \, \grave{\mathbf{a}} \, u_{C,\min}$$

soit

$$\langle \frac{\mathrm{d}i_L(t)}{\mathrm{d}t} \rangle = \frac{\alpha E - E_{\mathrm{R}}}{L}$$

On a $\langle \frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} \rangle \neq 0$ si $E_R \neq \alpha E$: nous ne sommes alors pas en régime périodique, mais en régime transitoire.

Quand le régime périodique est atteint, on a $\langle \frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} \rangle = 0$, et on retrouve la relation $E_R = \alpha E$ caractéristique du hacheur série dévolteur.

7 — Hacheur à accumulation capacitive

1. On ne peut pas interconnecter directement les deux sources de courant. On va donc alternativement les connecter au condensateur, qui sert de réservoir d'énergie.

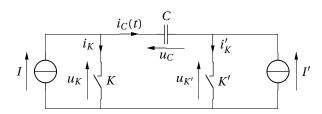
Le condensateur ayant les propriétés d'une source de tension, il n'y a pas de problème pour le connecter à une source de courant.

2. Les deux interrupteurs ne peuvent être ouverts en même temps (deux sources de courant en série) ou fermés en même temps (condensateur cout-circuité). On peut donc décrire les deux phases du fonctionnement :

 $0 \le t < \alpha T$: K est fermé et K' est ouvert.

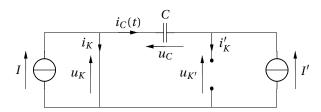
 $\alpha T \leq t < T$: *K* est ouvert et *K'* est fermé.

3. Orientons les grandeurs électriques utiles.



 1^{re} phase : $0 \le t < \alpha T$.

K est fermé et K' est ouvert.



On a donc $u_K = 0$ et $i'_K = 0$.

Le condensateur est traversé par le courant $i_C = -I'$.

La loi des nœuds donne $i_K = I + I'$.

Pour le condensateur, on a

$$i_C = -I' = C \frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$$
 d'où $\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = -\frac{I'}{C} < 0$.

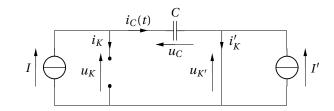
La tension $u_C(t)$ décroît au cours de cette phase; comme elle doit être périodique, elle part de sa valeur maximale que l'on note $u_{C,\max}$. On a donc

$$u_C(t) = -\frac{I'}{C}t + u_{C,\max},$$

La maille centrale conduit à $u_{K'} = -u_C(t)$, qui varie de $-u_{C,\max}$ à $-u_{C,\min}$.

2^e **phase** : $\alpha T \leqslant t < T$.

K est ouvert et K' est fermé.



On a donc $u_{K'} = 0$ et $i_K = 0$. Loi des nœuds : $i_{K'} = I + I'$.

Pour le condensateur, on a

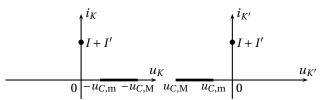
$$i_C = I = C \frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$$
 d'où $\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = \frac{I}{C} > 0$.

La tension $u_C(t)$ croît de $u_{C,\min}$ à $u_{C,\max}$ pendant cette phase. On a donc

$$u_C(t) = \frac{I}{C}(t - \alpha T) + u_{C,\min}.$$

On a alors $u_K = u_C(t)$, qui varie de $u_{C,\min}$ à $u_{C,\max}$.

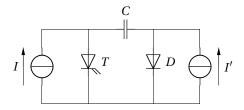
On peut représenter les états de fonctionnement des interrupteurs sur leurs caractéristiques :



Interrupteur K

Interrupteur K'

L'interrupteur K' est donc un transistor tandis que l'interrupteur K est une diode :



4. En fonctionnement périodique stabilisé, on a $u_C(T) = u_C(0)$.

Pour $0 \le t < \alpha T$, on a

$$u_C(t) = -\frac{I'}{C}t + u_{C,\max}.$$

À la fin de cette phase, on a

$$u_C(\alpha T) = -\frac{I'}{C}\alpha T + u_{C,\text{max}} = u_{C,\text{min}}.$$

Pour $\alpha T \leqslant t < T$, on a

$$u_C(t) = \frac{I}{C}(t - \alpha T) + u_{C,\min}.$$

À la fin de cette phase, on a

$$u_C(T) = \frac{I}{C}(1-\alpha)T + u_{C,\min} = u_{C,\max}.$$

On peut donc écrire

$$u_{C,\text{max}} - u_{C,\text{min}} = \frac{I'}{C} \alpha T = \frac{I}{C} (1 - \alpha) T$$

ďoù

$$I' = \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right)I$$

5. Si la charge est une résistance, il faut ajouter une bobine d'inductance L en série pour simuler la source de courant I'.

8 — Étude expérimentale d'un hacheur série

On rappelle les trois branchement utilisés pour l'oscilloscope :

(1): $A \rightarrow CH1$, $B \rightarrow masse$, $C \rightarrow CH2$

(2): $B \rightarrow CH1$, $G \rightarrow masse$, $F \rightarrow CH2$

(3): $A \rightarrow CH1$, $B \rightarrow masse$, $G \rightarrow CH2$

 $E \begin{picture}(20,0) \put(0,0){\line(1,0){100}} \put(0,0){\line(1,0){1$

1. Les trois résistances r servent à visualiser les courants les traversant.

Repérons les tensions relevées :

(1): voie CH1: $u_{BA} = ri_1(t)$

voie CH2 : $u_{BC} = r i_2(t)$

(2): voie CH1 : $u_{GB} = u(t)$

voie CH2 : $u_{GF} = -ri(t)$ (3): voie CH1 : $u_{BA} = ri1_{(t)}$

voie CH2 : $u_{BG} = -u(t)$

Le courant i(t) dans la charge (L,R) subit des ondulations entre $I_{\rm m}$ et $I_{\rm M}$ et reste continu. Il croît dans la charge est connectée au générateur $(K_1$ fermé et K_2 ouvert), et décroît quand K_1 est ouvert et K_2 fermé.

La seule courbe correspondant à i(t) est donc la voie CH2 de la figure (i), en inversant la voie CH2.

La voie CH2 de la figure (ii) correspond bien à la tension u(t):

$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{quand } K_1 \text{ est ouvert} \\ E & \text{quand } K_1 \text{ est fermé} \end{cases}$$

Les courbes de la figures (iii) ne peuvent correspondre qu'à des courants (la tension u(t) est en créneaux); on les observe avec le montage (1). On a bien $i_1(t)$ sur la voie CH1 car

$$i_1(t) = \begin{cases} 0 & \text{quand } K_1 \text{ est ouvert} \\ \text{i(t)} & \text{quand } K_1 \text{ est fermé} \end{cases}$$

De même on a bien $i_2(t)$ sur la voie CH2 car

$$i_2(t) = \begin{cases} i(t) & \text{quand } K_1 \text{ est ouvert} \\ 0 & \text{quand } K_1 \text{ est fermé} \end{cases}$$

La figure (iii) correspond donc au montage (3). On a en effet $ri_1(t)$ sur la voie CH2 et u(t) sur la voie CH2 en inversant le signe.

Bilan:

courbe	(i)	(ii)	(iii)
montage	(2)à	(1)	(3)
CH2 inversée	oui	non	oui

2. 1^{re} phase $0 \le t < \alpha T$.

Le transistor est passant, donc u(t) = E. Comme $u(t) = L\frac{di}{dt} + Ri(t)$, on a

$$\tau \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + i(t) = \frac{E}{R}$$
 avec $\tau = \frac{L}{R}$

On en déduit

$$i(t) = A e^{-t/\tau} + \frac{E}{R}.$$

L'intensité étant croissante lors de cette phase, on a $i(0) = I_{\min}$, soit $A + E/R = I_{\min}$, d'où

$$i(t) = \left(I_{\min} - \frac{E}{R}\right) e^{-t/\tau} + \frac{E}{R} \quad \text{pour } 0 \leqslant t < \alpha T$$
.

2^e **phase** $\alpha T \leqslant t < T$.

La diode est passante, donc u(t) = 0, soit

$$\tau \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + i(t) = 0.$$

On a donc, comme $i(\alpha T) = I_{\text{max}}$

$$i(t) = I_{\text{max}} e^{-(t-\alpha T)/\tau}$$
 pour $\alpha T \leqslant t < T$

De même

$$i(t) = I_{\text{max}} \left(1 - \frac{t - \alpha T}{\tau} \right) \quad \text{pour } 0 \leqslant t < \alpha T \ .$$

3. Les variations du courant semblent affines sur les oscillogrammes. On en déduit que $T/\tau \ll 1$, ce qui permet de linéariser l'exponentielle.

Pour $0 \le t < \alpha T$, on a donc $e^{-t/\tau} \approx 1 - \frac{t}{\tau}$, d'où

$$i(t) = \left(I_{\min} - \frac{E}{R}\right)\left(1 - \frac{t}{\tau}\right) + \frac{E}{R},\,$$

soit

$$i(t) = I_{\min} + \left(\frac{E}{R} - I_{\min}\right) \frac{t}{\tau} \quad \text{pour } 0 \leqslant t < \alpha T$$
.

De même

$$i(t) = I_{\text{max}} \left(1 - \frac{t - \alpha T}{\tau} \right) \quad \text{pour } \alpha T \leqslant t < T \ .$$

Au vu des oscillogrammes observés, que pensez-vous du rapport T/τ ? Simplifier en conséquence les expression du courant i(t).

4. La tension moyenne aux bornes de la charge est

$$U = \frac{1}{T} \int_0^E u(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^{\alpha T} E dt$$

soit
$$U = \alpha E$$
.

On a

$$u(t) = Ri(t) + L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t},$$

ďoù

$$\langle u(t) \rangle = R \langle i(t) \rangle + L \langle \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \rangle.$$

En régime périodique, on a $\langle \frac{di}{dt} \rangle = 0$, d'où

$$U = RI$$
.

On en déduit

$$I = \frac{\alpha E}{R}$$

5. On lit $T = 5 \times 0.5$, soit T = 2.5 ms.

On lit α d'après la durée par période où u(t) = E: $\alpha = 2/5$, soit $\alpha = 0.40$.

La valeur de E se lit sur la voie CH1 de la figure (i), soit $E = 40 \,\mathrm{V}$.

Sur la voie CH2 de la figure (i), on lit $\langle u_2 \rangle = 40$ mV. On a $u_2(t) = ri(t)$, d'où

$$\langle u_2 \rangle = rI = \frac{\alpha rE}{R}.$$

On a donc

$$R = \frac{\alpha r E}{\langle u_2 \rangle} = \frac{0.4 \times 0.1 \times 40}{40 \times 10^{-3}}$$

soit $R = 40 \Omega$.

Pour la 1^{re} phase, on a

$$u_2(t) = ri(t) = rI_{\min} + r\left(\frac{E}{R} - I_{\min}\right)\frac{t}{\tau}$$

d'où comme $u_{2,\min} = rI_{\min}$

$$\frac{\mathrm{d}u_2}{\mathrm{d}t} = r\left(\frac{E}{R} - I_{\min}\right)\frac{1}{\tau} = \left(\frac{rE}{R} - u_{2,\min}\right)\frac{1}{\tau} = \frac{rE - Ru_{2,\min}}{L}.$$

On lit

$$\frac{du_2}{dt} = \frac{20 \times 10^{-3}}{2 \times 0.5 \times 10^{-3}} = 20 \text{ V} \cdot \text{s}^{-1}$$

et

$$u_{2,\text{min}} = 1.5 \times 20 \times 10^{-3} = 30 \text{ mV}.$$

On a donc

$$L = \frac{0.1 \times 40 - 40 \times 30 \times 10^{-3}}{20}$$

soit L = 140 mH.

➤ On a donc $\tau = 3.5$ ms; avec T = 2.5 ms, l'approximation $\tau \gg T$ semble osée! Même si l'on affine en disant qu'il faut en fait $\tau \gg \alpha T$ et $\tau \gg (1 - \alpha) T$.