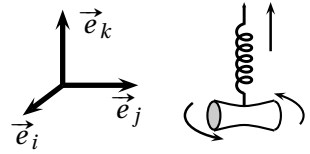


Mathématiques et physique

Les systèmes de coordonnées

Systèmes de coordonnées

Il est d'usage de repérer un point dans l'espace à l'aide d'une **base orthonormée directe**, constitués de trois vecteur ($\vec{e}_i, \vec{e}_j, \vec{e}_k$) unitaires ($\|\vec{e}_i\| = 1$) et orthogonaux¹. L'espace est conventionnellement orienté dans le sens direct. On retiendra la convention usuelle à l'aide de l'image d'un tire-bouchon : la base ($\vec{e}_i, \vec{e}_j, \vec{e}_k$) est directe si en tournant $\vec{e}_i$ vers $\vec{e}_j$, le tire-bouchon s'enfonce dans la direction de $\vec{e}_k$.



Coordonnées cartésiennes

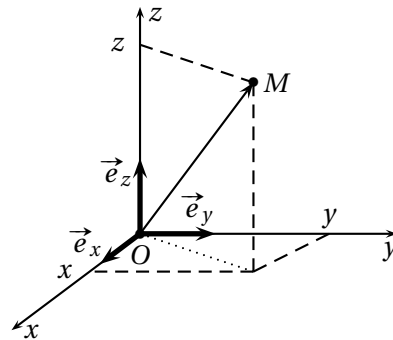
Un point est repéré par ses trois coordonnées x, y et z : $M(x, y, z)$.

Le vecteur position s'écrit $\vec{OM} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z$.

Le vecteur déplacement élémentaire $d\vec{\ell} = \vec{MM'}$, avec $M'(x + dx, y + dy, z + dz)$, s'écrit

$$d\vec{\ell} = dx\vec{e}_x + dy\vec{e}_y + dz\vec{e}_z.$$

Le volume élémentaire s'écrit $d\tau = dx dy dz$.



Coordonnées cylindriques

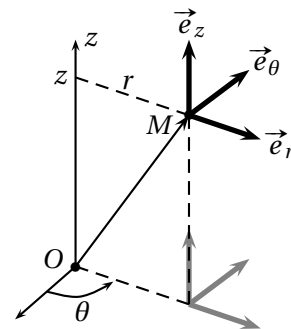
Un point est repéré par ses trois coordonnées r, θ et z : $M(r, \theta, z)$.

Le vecteur position s'écrit $\vec{OM} = r\vec{e}_r + z\vec{e}_z$.

Le vecteur déplacement élémentaire $d\vec{\ell} = \vec{MM'}$, avec $M'(r + dr, \theta + d\theta, z + dz)$, s'écrit

$$d\vec{\ell} = dr\vec{e}_r + r d\theta\vec{e}_\theta + dz\vec{e}_z.$$

Le volume élémentaire s'écrit $d\tau = r dr d\theta dz$.



► La base cylindrique est une **base locale** : les vecteurs $\vec{e}_r$ et $\vec{e}_\theta$ dépendent du point M .

Coordonnées sphériques

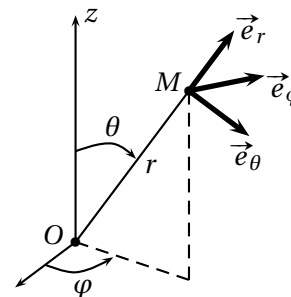
Un point est repéré par ses trois coordonnées r, θ et φ : $M(r, \theta, \varphi)$.

Le vecteur position s'écrit $\vec{OM} = r\vec{e}_r$.

Le vecteur déplacement élémentaire $d\vec{\ell} = \vec{MM'}$, avec $M'(r + dr, \theta + d\theta, \varphi + d\varphi)$, s'écrit

$$d\vec{\ell} = dr\vec{e}_r + r d\theta\vec{e}_\theta + r \sin\theta d\varphi\vec{e}_\varphi.$$

Le volume élémentaire s'écrit $d\tau = r^2 \sin\theta dr d\theta d\varphi$.



► La base sphérique est une **base locale** : les vecteurs $\vec{e}_r, \vec{e}_\theta$ et $\vec{e}_\varphi$ dépendent du point M .

1. Ces deux propriétés peuvent se résumer en $\vec{e}_i \cdot \vec{e}_j = \delta_{ij}$ à l'aide du symbole de Kronecker.