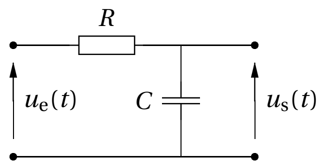
TP n° 8 Autour des cellules *RC*

➤ **Notez sur votre compte-rendu les valeurs de *R* et *C* utilisées.**

1 — Cellule *RC* unique

On considère une cellule RC en sortie ouverte :



La tension $e(t)$ est sinusoïdale, délivrée par un GBF.

❑ **1 —** Tracer expérimentalement le diagramme de Bode en gain.

❑ **2 —** Déterminer l'expression de la fonction de transfert $\underline{H}_1(\mathrm{j}\omega)$ de la cellule sous la forme canonique

$$\underline{H}_1(\mathrm{j}\omega) = \frac{H_0}{1 + \mathrm{j}\frac{\omega}{\omega_0}} \tag{1}$$

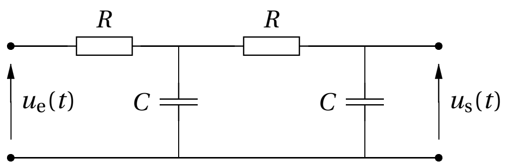
où l'on exprimera H_0 et ω_0 en fonction de caractéristiques du circuit.

❑ **3 —** Déterminer H_0 et ω_0 à partir du diagramme de Bode expérimental. Comparer aux valeurs théoriques attendues.

❑ **4 —** Exprimer le retard de phase φ de $u_s(t)$ par rapport à $u_e(t)$.
Dans le cas où $RC\omega \ll 1$, montrer que le retard *temporel* τ de la tension de sortie est indépendant de la fréquence. Vérifier expérimentalement la validité de ce résultat.

2 — Double cellule *RC*

On considère deux cellules RC identiques en cascade :



❑ **5 —** Tracer expérimentalement le diagramme de Bode en gain, en le superposant au diagramme précédent.

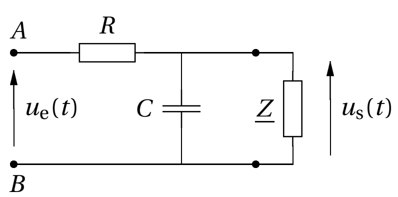
❑ **6 —** Vérifier quantitativement l'ordre de chacun des deux filtres étudiés à partir des diagrammes de Bode.

❑ **7 —** A-t-on $\underline{H}_2(\mathrm{j}\omega) = \underline{H}_1(\mathrm{j}\omega) \cdot \underline{H}_1(\mathrm{j}\omega)$? Justifiez votre réponse.
Proposez, sans le réaliser, un montage à l'aide d'un ALI de façon à avoir $\underline{H}_2(\mathrm{j}\omega) = \underline{H}_1(\mathrm{j}\omega) \cdot \underline{H}_1(\mathrm{j}\omega)$.

3 — Impédance itérative

3.1 Préliminaire

On considère une cellule RC branchée sur une impédance $\underline{Z}$:



On appelle impédance itérative $\underline{Z}_\mathrm{i}$ est la valeur de $\underline{Z}$ telle que $\underline{Z}_{AB} = \underline{Z}_\mathrm{i}$: l'impédance d'entrée du montage est égale à l'impédance itérative.

❑ **8 —** Montrer que $\underline{Z}_\mathrm{i}$ est donnée par une équation du second degré que l'on explicitera.

On montre que l'impédance itérative est donnée par

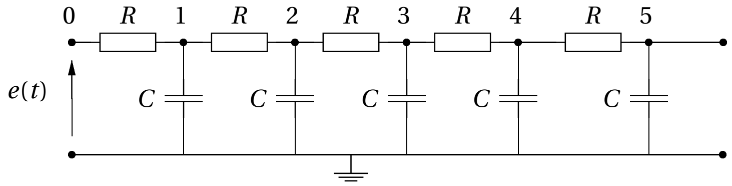
$$\underline{Z}_\mathrm{i} = \frac{R}{2}\left[1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{1+\sqrt{1+\frac{16}{(RC\omega)^2}}}\right] - \frac{\mathrm{j}}{C\omega}\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1+\sqrt{1+\frac{16}{(RC\omega)^2}}}}$$

❑ **9 —** Montrer que l'on peut réaliser expérimentalement $\underline{Z}_\mathrm{i}$ à l'aide d'une résistance R_i et d'un condensateur C_i dont on précisera les valeurs en fonction de R, C et ω. Faut-il les associer en série ou en parallèle ?

Vous trouverez sur `cahier-de-prepa` le fichier `Zi.py` dans lequel est définie une procédure `Zi(R,C,f)` qui admet en argument les valeurs de R et C ainsi que la fréquence f, et qui retourne les valeurs de R_i et C_i.

3.2 Étude expérimentale

On considère une ligne constituée de 5 cellules RC identiques en cascade.



Résumé de l'épisode précédent…
On a vu que pour une ligne RC, l'amplitude de la tension aux bornes des condensateurs varie selon

$$U_n = U_0\,\mathrm{e}^{-n/n_0} \quad \text{avec} \quad n_0 = \frac{1}{\sqrt{\pi RCf}}$$

sous réserve des hypothèses suivantes :

H1 : la ligne est infinie, soit $n_{\max} > 5n_0$.

H2 : on peut passer à la limite continue, soit $RC\omega \ll 1$.

❑ **10 —** Réaliser le montage de la ligne sur la plaquette d'essai. Le signal d'entrée, sinusoïdal, est délivré par un GBF.

❑ **11 —** Pour les fréquences $f = 10$ Hz, $f = 20$ Hz, $f = 35$ Hz et $f = 50$ Hz, relever les amplitudes (ou les valeurs efficaces) U_0 à U_5.

❑ **12 —** La loi $U_n = U_0\,\mathrm{e}^{-n/n_0}$ est-elle vérifiée ?
On justifiera par une construction graphique adaptée.
Si elle n'est pas vérifiée, quelle hypothèse n'est pas vérifiée ?

❑ **13 —** Pour chacune des fréquences précédentes :

— déterminer à l'aide de la procédure python les valeurs de R_i et C_i permettant de réaliser l'impédance itérative ;
— réaliser le montage en reliant l'impédance itérative $\underline{Z}_\mathrm{i}$ en bout de ligne (aux bornes de la sortie 5) ;
— reprendre les mesures de tensions U_i pour les même fréquences que précédemment.

❑ **14 —** La relation $U_n = U_0\,\mathrm{e}^{-n/n_0}$ est-elle vérifiée ? On reprendra la construction graphique de la question **12**.

A-t-on une loi $n(f) = Af^\alpha$? Si oui, déterminer α et comparer à la formule attendue $n_0 = \dfrac{1}{\sqrt{\pi RCf}}$.

❑ **15 —** À partir de la définition de l'impédance itérative montrer que lorsque le nombre de cellules RC tend vers l'infini, l'impédance d'entrée [1] de la ligne tend vers l'impédance itérative $\underline{Z}_\mathrm{i}$, quelle que soit l'impédance branchée en sortie de ligne.
Indication : on établira une relation de récurrence entre $\underline{Z}_n$ et $\underline{Z}_{n+1}$, où $\underline{Z}_n$ est l'impédance d'entrée d'une ligne comportant n cellules, et on considérera la limite $n \to \infty$.

❑ **16 —** À l'aide de la propriété précédente, justifier le résultat de la question **14**.

1. L'impédance d'entrée est l'impédance vue des deux bornes d'entrée.