

Sujet d'entraînement

Bilans

Partie I : Mégagaf (CCINP PSI 2024)

Les calculatrices sont interdites

Dans cette épreuve, après une démonstration de Mégagaf (Vincent Lagaffe), un des candidats doit s'élever, à l'aide d'un flyboard, à environ cinq mètres de la surface de l'eau afin d'attraper la clé suspendue dans les airs (figure 1).



FIGURE 1 – Mégagaf et son flyboard

1 — Présentation du système

Un flyboard est une plateforme sur laquelle les pieds d'un individu sont fixés et qui est composée :

- d'un tuyau de section S_e amenant jusqu'au flyboard de l'eau pompée par un jetski situé plus loin à la surface de l'eau;
- de deux tuyères de section S_s évacuant l'eau à grande vitesse vers le bas dans l'air extérieur à la pression uniforme P_0 (indépendante de z).

Dans toute la suite, on adopte les notations et la géométrie simplifiée de la figure 2 sur laquelle le tuyau central, beaucoup plus long si on respecte l'échelle, a été tronqué par aspect pratique, mais il fait partie du système.

On ne s'intéresse pas au système de pompage (jetski) et on suppose que l'eau est propulsée depuis la surface de l'eau ($z = 0$) à la vitesse \vec{v}_e et à la pression P_e .

L'eau est considérée comme un fluide parfait homogène incompressible de masse volumique μ .

On note :

- M_{eau} la masse d'eau contenue dans le dispositif flyboard (ensemble des tuyaux);
- $M = M_c + M_{\text{fly}}$ la masse de l'ensemble {candidat = flyboard (sans l'eau qu'il contient)};
- $v_e = \|\vec{v}_e\|$ la vitesse de l'eau à l'entrée du flyboard;
- $v_s = \|\vec{v}_s\|$ la vitesse de l'eau à la sortie du flyboard.

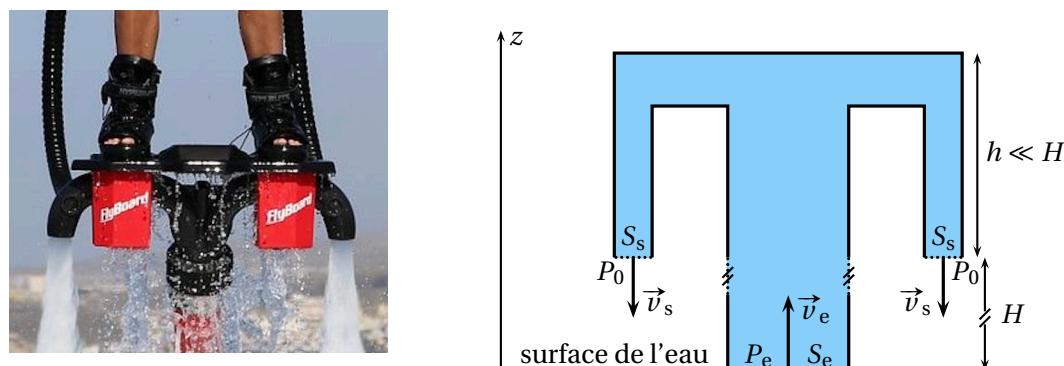


FIGURE 2 – Schématisation du flyboard

2 — Vitesse d'expulsion nécessaire à l'équilibre

1. Peut-on appliquer le principe fondamental de la dynamique (deuxième loi de Newton) au système {candidat + flyboard + eau qu'il contient} ? Justifier.

On désire effectuer un bilan de quantité de mouvement pour le système $\Sigma^* = \{\text{eau contenue dans le flyboard}\}$, en bleu et délimité par les pointillés dans la figure 2. Pour ce faire, on se place en régime stationnaire et on suppose le candidat en équilibre à l'altitude $H = 5 \text{ m}$.

2. Que signifie concrètement, pour les grandeurs v_e , v_s , S_e et S_s , le fait de se placer en régime stationnaire ?
3. Définir le système fermé Σ correspondant au système ouvert Σ^* en précisant sa composition à l'instant t et à l'instant $t + dt$.
4. Rappeler la définition générale du débit volumique D_v et justifier qu'il se conserve ici le long de l'écoulement. En déduire deux expressions de D_v en fonction de v_e , v_s , S_e et S_s .
5. Effectuer le bilan de quantité de mouvement en projection sur \vec{e}_z . En notant $F \vec{e}_z$ la force exercée **par l'eau sur les parois** intérieures du flyboard, montrer que

$$F = P_e S_e + 2P_0 S_s - M_{\text{eau}} g + \mu D_v^2 \alpha$$

où α est une constante dont on déterminera l'expression en fonction de S_e et de S_s .

6. Après avoir vérifié toutes les hypothèses nécessaires, appliquer le théorème de Bernoulli entre deux points à préciser afin d'exprimer P_e en fonction de P_0 , μ , g , H , D_v , S_e et S_s .

7. Déduire des trois questions précédentes que

$$F = P_0(2S_s + S_e) - M_{\text{eau}} g + \mu g H S_e + \mu D_v^2 \beta$$

où β est à expliciter en fonction de S_e et S_s .

La masse d'eau contenue dans le flyboard se décompose en deux parties :

- première partie : la masse d'eau contenue dans le tube d'alimentation de hauteur H et de section S_e ;
- deuxième partie : la masse d'eau contenue dans les tuyaux de la plateforme, à une distance h sous les pieds du candidat.

Puisque l'on s'intéresse à un vol stationnaire à une altitude de cinq mètres, on a $H \gg h$ et on néglige donc la masse d'eau contenue dans cette deuxième partie.

8. Donner l'expression de M_{eau} en fonction de H . En déduire une expression simplifiée de F .
9. Appliquer le PFD, toujours en projection sur \vec{e}_z au système {candidat + flyboard (sans l'eau qu'il contient)} considéré comme étant à l'équilibre à l'altitude H dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Montrer que le débit volumique $D_{v,\text{éq}}$ permettant cet équilibre s'écrit

$$D_{v,\text{éq}} = \sqrt{\frac{Mg}{\mu\beta}}.$$

10. L'application numérique donne $D_{v,\text{éq}} = 6,0 \times 10^{-2} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. En déduire les valeurs numériques de v_e et v_s à $0,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ près, avec $S_e = 80 \text{ cm}^2$ et $S_s = 25 \text{ cm}^2$.

3 — Puissance de la pompe

L'eau de mer est poussée vers le flyboard à travers le tube d'alimentation par la pompe d'un jetski qui pompe de l'eau à la surface de la mer (pression P_0) et l'injecte à la base du tube, lui aussi à la surface de la mer, à la pression $P_e > P_0$.

On néglige les variations d'énergie cinétique, d'énergie interne et d'énergie potentielle de pesanteur entre l'entrée et la sortie de la pompe.

On cherche à évaluer la puissance minimale de la pompe permettant la pratique du flyboard.

1 Non prise en compte des pertes de charge dans le tuyau d'alimentation

11. En prenant $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $H = 5,0 \text{ m}$, $\mu = 1,0 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ et en reprenant les valeurs de la question 10 pour S_e et S_s , déterminer par un calcul d'ordre de grandeur, la bonne valeur numérique pour $\Delta P = P_e - P_0$ parmi

$$\Delta P = 0,09 \text{ bar} ; \quad \Delta P = 0,9 \text{ bar} ; \quad \Delta P = 9 \text{ bar}.$$

2 Prise en compte des pertes de charge dans le tuyau d'alimentation

Le tuyau d'amenée d'eau qui va du jetski au flyboard est cylindrique. On note ℓ sa longueur et d son diamètre. Pour éviter que le tuyau ne soit tendu et retienne le sportif et pour laisser du mou au conducteur du jetski, la longueur de ce tuyau est très supérieure à la hauteur maximale que peut atteindre le flyboarder. En pratique $\ell = 20$ m et $d = 10$ cm.

L'eau, de viscosité dynamique $\eta = 1,0 \times 10^{-3}$ Pl, y circule avec le même débit volumique qu'à la question 10, soit $D_V = 6,0 \times 10^{-2}$ m³ · s⁻¹. La rugosité absolue du tuyau, quant à elle, vaut $\varepsilon = 0,05$ mm.

On admet que la viscosité de l'eau implique une perte de charge ΔP_c telle que la pression en entrée du tuyau est en fait $P_e + \Delta P_c > P_e$ avec

$$\Delta P_c = \frac{\mu v_e^a \ell \varepsilon^b}{K d^2} \quad \text{avec } a, b \in \mathbf{Q} \quad \text{et } K \text{ un coefficient adimensionné.}$$

12. Par analyse dimensionnelle, établir les valeurs numériques de a et de b .

13. En admettant que la puissance P_{pompe} fournie par la pompe est égale à la puissance des forces de pression, exprimer P_{pompe} en fonction de la rehausse de pression totale qu'elle procure $P_e + \Delta P_c - P_0$. On admet que l'application numérique donne $P_{\text{pompe}} = 12$ kW.

Commenter la faiblesse de la valeur obtenue sachant que la gamme de puissance recommandée pour le jetski pilotant le flyboard est de 75 kW – 125 kW.

Une centrale nucléaire utilise l'énergie dégagée par la fission nucléaire des atomes d'uranium placés au cœur du réacteur. La chaleur générée par la fission est transférée à un fluide caloporteur, généralement de l'eau qui circule dans le circuit primaire. L'eau du circuit primaire est portée à très haute température par l'effet des réactions de fission nucléaire qui ont lieu au sein du cœur du réacteur. Elle passe ensuite dans un pressuriseur qui maintient sa pression constante et égale à $p = 155$ bar, puis effectue un échange thermique avec le circuit secondaire dans un générateur de vapeur : l'énergie thermique dégagée par l'eau du premier circuit vaporise alors l'eau du second, qui fait ensuite tourner plusieurs turbines génératrices d'énergie mécanique, elle-même enfin transformée en énergie électrique par un alternateur.

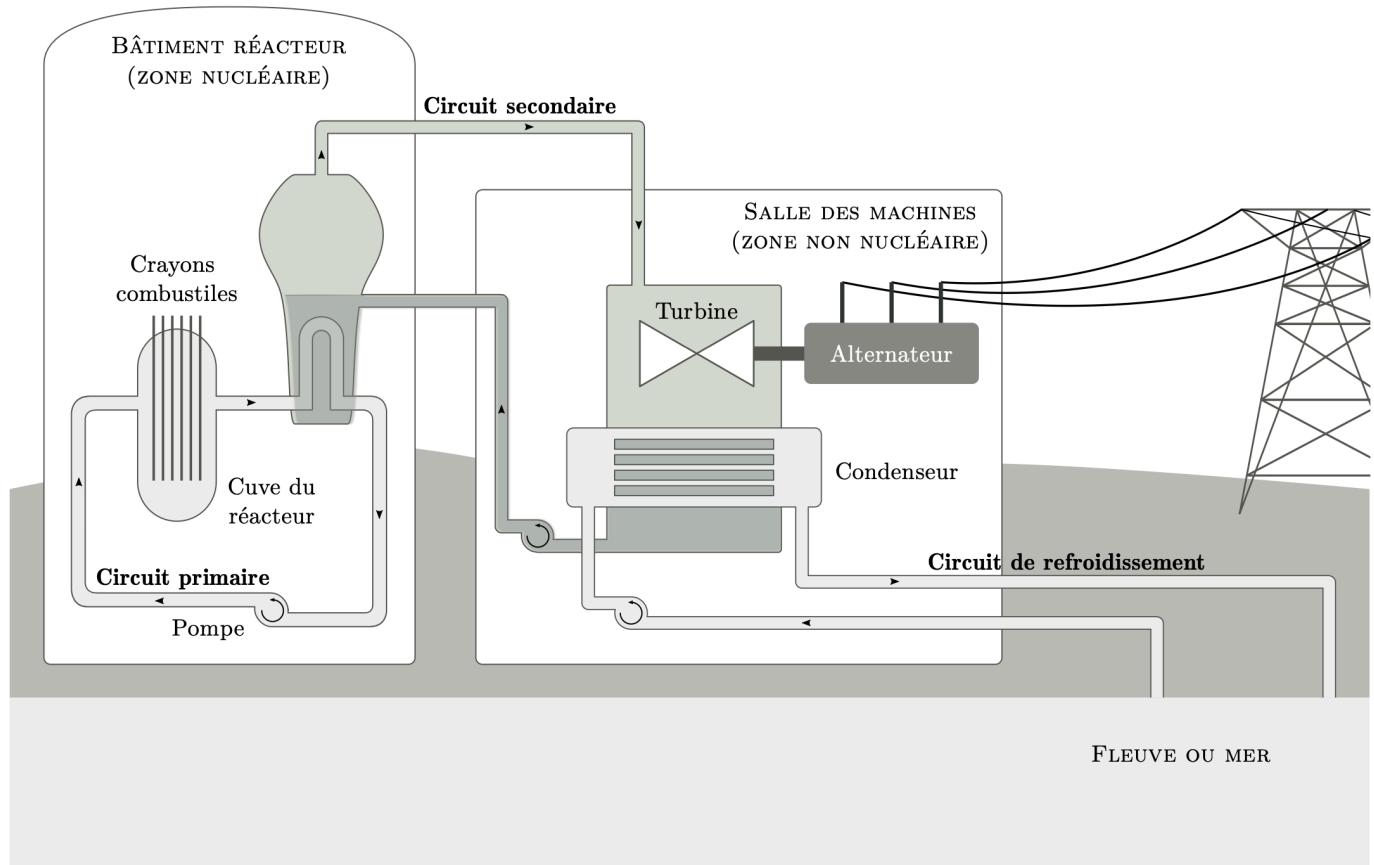


FIGURE 3 – Principe d'un réacteur nucléaire. Librement adapté d'une illustration EDF.

On se propose d'étudier le circuit secondaire.

Certaines questions, repérées par une barre en marge, ne sont pas guidées et demandent de l'initiative de la part du candidat. Les pistes de recherche doivent être consignées par le candidat sur sa copie ; si elles sont pertinentes, elles seront valorisées. Le barème tient compte du temps nécessaire pour explorer ces pistes et élaborer un raisonnement, il valorise ces questions de façon très significative.

Un formulaire et certaines données numériques sont disponibles en fin d'énoncé.

1 — Préliminaire

On considère un fluide en écoulement stationnaire, sans variation notable de son énergie mécanique, dans une machine. Il y entre dans l'état E (pression p_e , température T_e , enthalpie massique h_e) et en sort dans l'état S (pression p_s , température T_s , enthalpie massique h_s). On note w_u le travail utile massique et q le transfert thermique massique reçus algébriquement par le fluide lors de la traversée de la machine.

1. Établir soigneusement la relation vérifiée dans ce cas par $h_s - h_e$, w_u et q .

2 — Cycle de Hirn

On considère le circuit secondaire, décrit par la figure 4 :

- la pompe d'alimentation porte l'eau liquide juste saturée (état 0) de la basse pression $p_3 = 0,04$ bar du condenseur à la pression $p_2 = 85,8$ bar du générateur de vapeur (GV) de façon isentropique (état 1) ;
- l'eau liquide entre ensuite dans le générateur de vapeur, où elle est chauffée de façon isobare jusqu'à la température T_2 du changement d'état (état 1' — liquide juste saturant), puis est totalement vaporisée jusqu'à l'état 2 (vapeur saturante sèche). Le surchauffeur (2 — 2') fonctionne de façon isobare ;
- la vapeur sèche produite (état 2') subit ensuite une détente isentropique dans une turbine calorifugée amenant le système dans l'état 3, à la température T_0 ;
- le mélange diphasé (état 3) pénètre ensuite dans le condenseur pour y être totalement condensé (état 0).

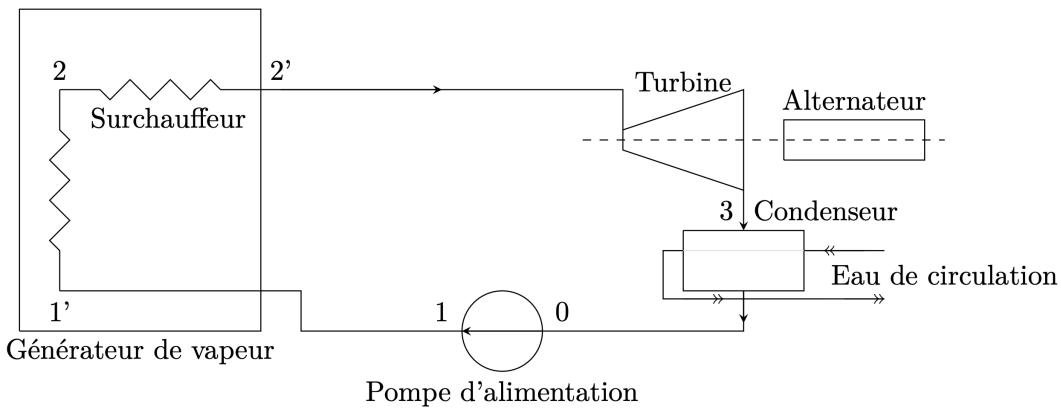


FIGURE 4 – Cycle de Hirn

On se place en régime stationnaire. On suppose l'eau liquide incompressible et on néglige le travail consommé par la pompe devant les autres termes énergétiques de l'installation.

Dans la suite, les grandeurs thermodynamiques indiquées par i sont relatives à l'état i .

On donne $T_0 \approx T_1 = 29^\circ\text{C}$, $T_2 = 300^\circ\text{C}$ et $T_{2'} = 500^\circ\text{C}$, ainsi qu'un extrait de tables thermodynamiques pour l'eau sur le tableau 1. Les données suivantes sont également fournies :

- chaleur latente massique de vaporisation de l'eau à T_2 : $L_v(T_2) = 1404 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$;
- enthalpie et entropie massiques respectives de la vapeur d'eau sèche à 500°C et $85,5$ bar : $h = 3391 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ et $s = 6,68 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

Pression de vapeur saturante (bar)	Température ($^\circ\text{C}$)	Liquide juste saturé		Vapeur saturante sèche	
		s	h	s	h
85,8	300	3,25	1345	5,70	
0,040	29	0,42	121	8,47	2554

TABLE 1 – Quelques données thermodynamiques pour l'eau. L'enthalpie massique h est exprimée en $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ et l'entropie massique en $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

- Expliquer pourquoi $T_0 \approx T_1$ et $h_0 \approx h_1$. Préciser l'allure d'une transformation isentropique dans le domaine liquide du diagramme des frigoristes (p, h).
- Donner le nom des différentes courbes du diagramme des frigoristes (p, h) du document réponse 1 et y représenter précisément le cycle décrit par le fluide.
- Calculer, à partir de données du tableau 1 pour plus de précision, le titre massique en vapeur ainsi que l'enthalpie massique de la vapeur à la sortie de la turbine. Positionner le point représentatif de cet état sur le diagramme des frigoriste du document réponse 1.
- Définir et calculer l'efficacité η de ce cycle.
- Établir l'expression de l'efficacité du cycle de Carnot η_C d'une machine cyclique ditherme fonctionnant en moteur entre une source chaude à la température T_c et une source froide à la température T_f . La calculer en prenant respectivement pour T_f et T_c les températures minimale et maximale du fluide dans le circuit secondaire. Commenter en justifiant l'écart éventuel avec la valeur de l'efficacité obtenue à la question précédente.

3 — Cycle à double surchauffe

Les gouttes d'eau liquide peuvent endommager la turbine. Aussi est-il avantageux d'utiliser une turbine à deux corps permettant d'obtenir un titre massique en vapeur en sortie de turbine proche de 1 grâce à une double sur-chauffe. Le cycle de Hirn précédent est modifié :

- de l'eau (état 1) est admise dans le générateur de vapeur (GV) d'où elle sort à l'état de vapeur saturante sèche (état 2);
 - elle passe ensuite dans le premier surchauffeur isobare (2 – 2'), pour être détendue dans la turbine haute pression (HP) (2' – 4);
 - la vapeur sèche (état 4) est envoyée dans un second surchauffeur isobare (4 – 4') pour être ensuite détendue dans l'étage de turbine basse pression (BP) (4' – 5). Le titre massique en vapeur dans l'état 5 est sensiblement égal à 1;
 - le fluide dans l'état 5 se condense totalement à la température T_0 dans le condenseur isobare (5 – 0);
 - le liquide juste saturé (état 0) est ensuite comprimé de façon isentropique à la pression p_2 du générateur de vapeur (état 1).

Les détentes dans les turbines, calorifugées, sont supposées isentropiques. On se place encore une fois en régime stationnaire et on a toujours $T_0 \approx T_1 = 29^\circ\text{C}$, $T_2 = 300^\circ\text{C}$ et $T_{2'} = 500^\circ\text{C}$. De plus, $T_4 = 300^\circ\text{C}$ et $T_{4'} = 500^\circ\text{C}$.

7. Représenter précisément le cycle décrit par le fluide dans le diagramme des frigoristes du document réponse 1. Définir et calculer l'efficacité de ce cycle.

4 — Cycle réel d'une tranche nucléaire

Pour des raisons technologiques, des limitations de pression et de température interviennent directement dans le choix des caractéristiques du cycle eau-vapeur de ces centrales thermiques nucléaires, d'où des cycles moins « poussés » que dans les centrales thermiques classiques.

Le cœur du réacteur est réfrigéré et modéré par l'eau, laquelle vient se refroidir dans les échangeurs principaux (appelés générateurs de vapeur). Les mélangeurs ou réchauffeurs sont notés R1, R2, R3, R4, R5 et R6 (figures 5). On se place toujours en régime stationnaire.

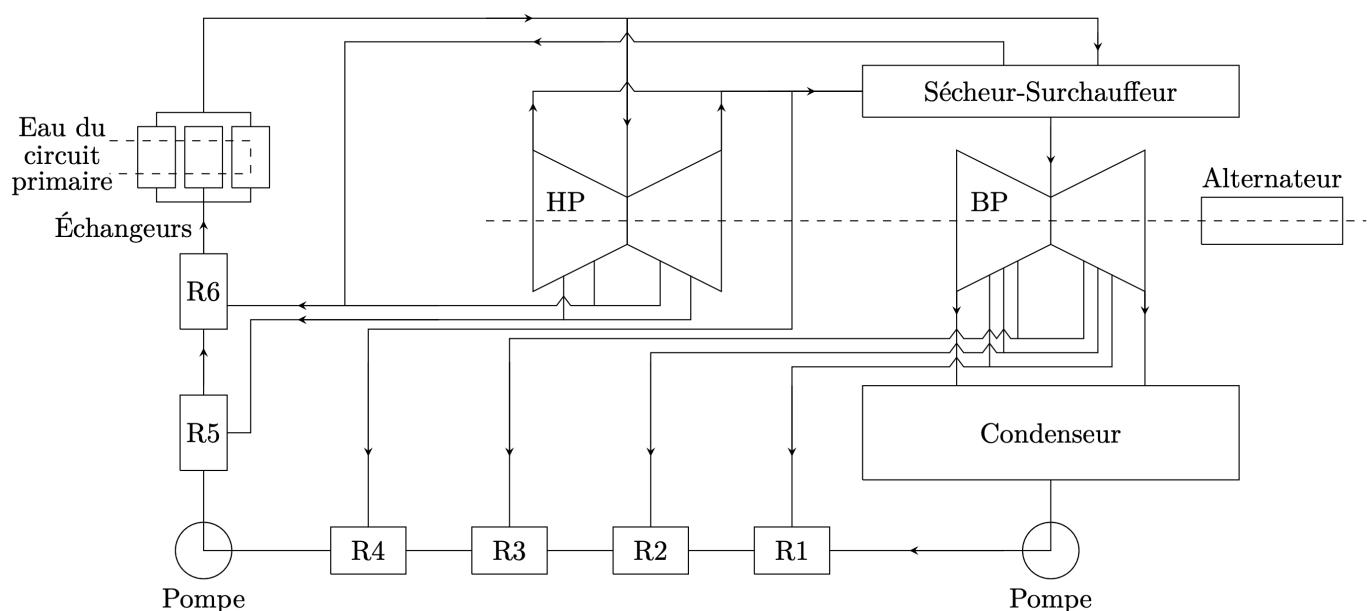


FIGURE 5 – Schéma simplifié du circuit eau-vapeur d'une centrale nucléaire

8. Calculer l'efficacité du cycle en vous appuyant notamment sur les caractéristiques thermodynamiques du cycle fournies dans le tableau 2. En déduire la puissance disponible aux bornes de l'alternateur. En réalité, cette puissance disponible n'est que de 960 MW : proposer une explication.

Eau du circuit	Débit massique (t·h ⁻¹)	Température (°C)	Pression (bar)	Enthalpie massique (kJ·kg ⁻¹)
Eau sortie condenseur		32,5	0,050	136,0
Eau sortie réchauffeur 4		181,1		768,0
Eau sortie réchauffeur 5		181,7		772,2
Eau entrée échangeurs principaux	5412,1	219,3	60	941,7
Vapeur sortie échangeurs principaux	5412,1	268,7	54	2788,4
Vapeur admission turbine HP	5001,9	266,4	52	2787,1
Vapeur alimentant le sécheur surchauffeur	403,7	266,4	52	2787,1
Vapeur soutirage 6 sortie turbine HP	214,3	223,3	26	2682,5
Vapeur soutirage 5 sortie turbine HP	208,4	203,4	17,6	2622,6
Vapeur soutirage 4 sortie turbine HP	402,1	183,8	11,5	2562,8
Vapeur à l'échappement de la turbine HP	4177,1	183,8	11,5	2562,8
Vapeur admission turbine BP	3704,0	264,1	11,2	2970,4
Vapeur soutirage 3 sortie turbine	281,4	137,8	3,6	2731,5
Vapeur soutirage 2 sortie turbine	235,4	97,4	0,97	2538,9
Vapeur soutirage 1 sortie turbine	134,2	60,8	0,22	2377,8
Vapeur entrée condenseur (en provenance de la turbine BP)	3053,0	32,9	0,050	2242,2

TABLE 2 – Caractéristiques thermodynamiques du cycle

Formulaire et données

Variation d'entropie d'une phase condensée incompressible de capacité thermique C entre un état 1 et un état 2 :

$$\Delta S = C \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

Coordonnées du point critique de l'eau : $T_c = 374$ °C, $p_c = 221$ bar.