TD ondes n° 6 — Interface & ondes acoustiques

1 — Transmission par une paroi

Un tuyau acoustique cylindrique est rempli d'air d'impédance Z_0. Une paroi de masse volumique ρ et d'épaisseur a est placée en $x = 0$. Une onde sinusoïdale est émise selon x croissant ; la surpression acoustique complexe est :

$$\underline{p}_i(x,t) = p_{i0}\exp\big(\mathrm{j}(\omega t - kx)\big)\,.$$

On donne $c = 340\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ et $\mu_{\mathrm{air}} = 1300\ \mathrm{g\cdot m^{-3}}$.

1. L'amplitude transmise s'écrivant

$$\underline{p}_{\mathrm{t}}(0,t) = \underline{t}\,\underline{p}_{\mathrm{i}}(0,t)\,,$$

pourquoi le coefficient $\underline{t}$ est-il *a priori* complexe ? À quelle condition peut-on assimiler la paroi à une masse surfacique σ, c'est-à-dire être considérée comme infiniment mince ? Montrer que sous cette hypothèse, le coefficient de transmission s'écrit :

$$\underline{t} = \frac{1}{1 + \mathrm{j}\frac{\sigma\omega}{2Z_0}}\,.$$

2. Déterminer le coefficient T de transmission en énergie.

Tracer l'allure du diagramme de Bode $G_{\mathrm{dB}} = 10\log T(\omega)$. Quelle est la nature du filtrage ? Déterminer la fréquence de coupure.

3. Où se trouve la fréquence de coupure f_{c} pour avoir une atténuation de 40 dB à 100 Hz ?

En déduire σ puis a dans le cas où la cloison est en briques, de masse volumique $\mu_0 = 1000\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$, et dans le cas où la cloison est en béton cellulaire, de masse volumique $\mu_0 = 450\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$.

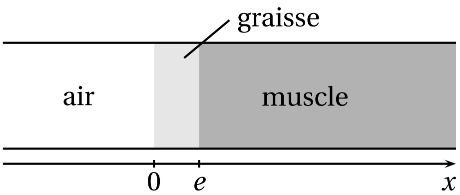
L'approximation de la première question est-elle vérifiée ? Conclure quant aux capacités d'absorption d'une paroi.

2 — Couche anti-reflet en échographie

1. Les impédances acoustiques de l'air et des tissus musculaires pour les ultrasons valent $Z_{\mathrm{a}} = 400\ \mathrm{kg\cdot m^2\cdot s^{-1}}$ et $Z_{\mathrm{m}} = 1{,}7\times10^6\ \mathrm{kg\cdot m^2\cdot s^{-1}}$.

Calculer le coefficient de transmission des puissances sonores à l'interface air-muscle et commenter.

Pour supprimer l'onde réfléchie, on réalise une couche anti-reflet d'épaisseur e en graisse, d'impédance Z_{g}.



On note c_{a}, c_{g} et c_{m} la célérité du son dans chacun des trois milieux, et on pose $k_{\mathrm{a}} = \omega/c_{\mathrm{a}}$, $k_{\mathrm{g}} = \omega/c_{\mathrm{g}}$, $k_{\mathrm{m}} = \omega/c_{\mathrm{m}}$.

On cherche alors en notation complexe le champ des vitesse dans les trois milieux sous la forme

$$\underline{v}(x<0) = A_{\mathrm{a}}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t - k_{\mathrm{a}}x)}$$
$$\underline{v}(x>e) = A_{\mathrm{m}}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t - k_{\mathrm{m}}x)}$$
$$\underline{v}(0<x<e) = A_{\mathrm{g}}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t - k_{\mathrm{g}}x)} + B_{\mathrm{g}}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t + k_{\mathrm{g}}x)}$$

2. Justifier la forme de ces expression.

3. Quelle est la forme du champ de surpression dans les trois milieux ?

4. Écrire les conditions aux limites et en déduire les valeurs qu'il faut choisir pour e et Z_{g}.

5. Commenter la puissance acoustique reçue dans le muscle, dans cette configuration.

3 — Silencieux automobile

Dans la plupart des véhicules à combustion, les constructeurs ajoutent un « silencieux » avant l'extrémité du tuyau d'échappement. Le tuyau d'échappement est modélisé par un cylindre d'axe Ox, de section S_1. Le silencieux est un cylindre de section $S_2 > S_1$ et de longueur L.

Une onde incidente de fréquence f arrive des $x < 0$ et se propage selon les x croissants. La surpression engendrée est de la forme $\underline{p}_{\mathrm{i}}(x,t) = P_{\mathrm{i}}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t - kx)}$. On assiste à la formation d'une onde réfléchie d'amplitude P_{r} en $x < 0$ et d'une onde transmise d'amplitude P_{t} en $x > L$.

1. Expliquer la formation de chaque onde et donner l'expression des surpressions dans les différentes zones.

2. Dans la section S_2, deux ondes d'amplitudes respectives P_1 et P_2, se propageant en sens opposés, se superposent. Exprimer les deux surpressions. Utiliser les continuités du débit volumique et de la surpression à l'entrée et à la sortie du cylindre de section S_2. En déduire les amplitudes P_1 et P_2.

3. Donner l'expression du coefficient de transmission $t_{\mathrm{p}} = P_{\mathrm{t}}/P_{\mathrm{i}}$ en fonction des données du problème.

4. Montrer que le coefficient de transmissions en énergie T peut se mettre sous la forme

$$T = \frac{1}{1 + m\sin^2\frac{\pi f}{f_0}}$$

où m est à déterminer.

Étudier les extrema de $T(f)$ et donner la valeur de T en ces extrema.

5. La plupart des automobiles émettent à 250 Hz. Donner la plus petite valeur de L pour que T soit minimum.

4 — Mesure de la vitesse du son dans une mousse

Pour mesurer la vitesse du son dans une mousse, J. Pierre *et al* ont développé un protocole original fondé sur l'étude d'un coefficient de réflexion. On étudie ici le fondement théorique et un exemple d'application de cette méthode.

1. On considère deux milieux semi-infinis séparés par une interface plane que les ondes acoustiques sont susceptibles de franchir en incidence normale. Rappeler l'expression du coefficient de réflexion r pour l'onde de pression acoustique et donner son expression en fonction des impédances Z_0 et Z_1 des deux milieux.

2. Dans les questions qui suivent, l'interface occupe le plan d'équation $x = 0$. Au lieu d'être infini comme précédemment, le milieu d'impédance Z_1 est borné à la région $x \in [0, d]$ avec $d > 0$, limité à l'abscisse d par une cloison parfaitement rigide. On, définit alors l'impédance Z^* en $x = 0^+$ par

$$p(0^+, t) = Z^* \, v(0^+, t)\,.$$

On prendra garde à ne pas confondre Z^* avec l'impédance usuelle Z_1 du matériau.
Quelle est l'expression du coefficient de réflexion pour une onde plane progressive harmonique provenant de $x = -\infty$ et rencontrant l'interface en $x = 0$?

3. Pour $x \in [0, d]$, le champ de pression acoustique est formé de deux OPPH se propageant en sens inverses :

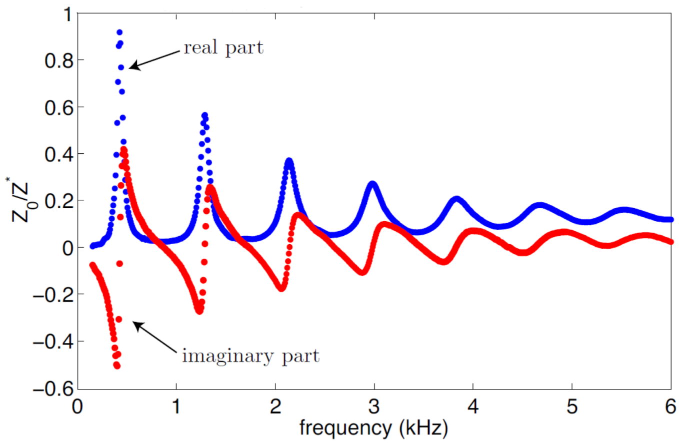
$$p(x, t) = p_{10}\, e^{j(kx-\omega t)} + p_{20}\, e^{j(-kx-\omega t)}\,.$$

Exprimer le champ de vitesse associé en utilisant Z_1.

4. En prenant en compte la présence de la cloison rigide, relier p_{10} à p_{20} puis en déduire l'expression suivante de Z^* en fonction de Z_1, k et d :

$$Z^* = \frac{jZ_1}{\tan(kd)}\,.$$

5. Dans les travaux de J. Pierre, le milieu 1 est une mousse produite en laboratoire d'épaisseur d = 1,93 cm. Des montages à tubes de Kundt permettent la mesure de r d'où l'on peut déduire Z^*. En suivant cette voie, on a obtenu les résultats de la figure suivante.



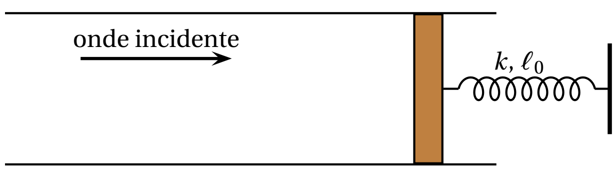
Interpréter la forme de la courbe et en déduire la célérité du son dans la mousse. On ne prendra pas en considération la courbe bleue (partie réelle).

5 — Réflexion d'une onde sonore sur une paroi élastique

1. Retrouver l'équation de propagation pour la surpression, dans l'air, dans le cadre de l'approximation acoustique. Quelle est la célérité des ondes ? Application en considérant l'air comme un gaz parfait diatomique, à 20 °C.

2. Quelle relation existe-t-il entre $v(x, t)$ et $p(x, t)$ pour une onde plane progressive monochromatique se propageant dans le sens des x croissants ? Et décroissants ?

3. On dispose du système suivant :



À l'arrivée sur le piston de masse M, calculer le coefficient de réflexion.

4. Peut-on annuler l'onde réfléchie ? Comment ?