

## DS n° 5

## Sujet « facile » — solution

## Partie I — Un peu d'aviation, beaucoup de physique (Mines PC 2011)

## Les premiers avions, quelques connaissances de base

□ 1 — D'après la relation de Bernoulli, l'augmentation du débit d'air entraîne une diminution de la pression. Si le débit est plus important au voisinage de l'extrados qu'au voisinage de l'intrados, la pression est plus importante sur l'intrados que sur l'extrados; la résultante des forces de pression est donc « vers le haut » et s'oppose au poids.

► Cet argument est fort discutable. On fait d'ailleurs étudier par la suite une aile plane telle que le débit est le même près de l'extrados et près de l'intrados!

□ 2 — La portance compensant le poids, on a

$$mg = F_p = C_p(0) \frac{\mu V^2}{2} S$$

d'où

$$C_p(0) = \frac{2mg}{\mu V^2 S}.$$

On calcule  $C_p(0) = 0,85$ .

□ 3 — L'avion se déplaçant à une vitesse de module constant, son énergie cinétique reste constante. Le théorème de la puissance cinétique s'écrit alors

$$0 = \mathcal{P} - F_{t,\text{totale}} V$$

où  $F_{t,\text{totale}}$  est le module de la traînée totale. La traînée totale de l'avion étant due pour les deux tiers aux ailes, on  $F_{t,\text{totale}} = \frac{3}{2}F_t$ , d'où

$$F_t = \frac{2\mathcal{P}}{3V}.$$

On en déduit

$$C_T(0) = \frac{4\mathcal{P}}{3\mu V^3 S}.$$

On calcule  $C_T(0) = 0,10$ .

□ 4 — Le débit massique du fluide dévié par l'aile s'écrit

$$D_m = \mu S V = \mu L h V.$$

□ 5 — La conservation du débit massique s'écrit

$$\mu L h V = \mu L h' V'.$$

On a d'après le schéma  $h' = \frac{h}{\cos \alpha}$ , d'où

$$V' = V \cos \alpha.$$

□ 6 — Le système  $\Sigma^*$  constitué de l'air compris entre les sections  $S$  et  $S'$  est un système ouvert. On définit le système fermé  $\Sigma(t)$  associé :

- à  $t$ ,  $\Sigma t$  est constitué de la réunion de  $\Sigma^*$  et de la masse  $D_m dt$  d'air rentrant à travers  $S$  entre  $t$  et  $t + dt$ ;
- à  $t + dt$ ,  $\Sigma t + dt$  est constitué de la réunion de  $\Sigma^*$  et de la masse  $D_m dt$  d'air sortant à travers  $S'$  entre  $t$  et  $t + dt$ .

En notant  $\vec{P}^*$  la quantité de mouvement constante (l'écoulement est stationnaire) de  $\Sigma^*$ , la quantité de mouvement de  $\Sigma$  vaut :

$$\vec{P}(t) = D_m dt \vec{V} + \vec{P}^*$$

et

$$\vec{P}(t + dt) = D_m dt + \vec{P}^*.$$

On en déduit le taux de variation

$$\frac{D \vec{P}}{Dt} = D_m [\vec{V}' - \vec{V}].$$

Le système est soumis :

- à la résultante des forces de pression extérieure, nulle car  $P_0$  est uniforme;
- à la force  $\vec{F}_{a/e}$  exercée par l'aile.

Le bilan de quantité de mouvement s'écrit alors

$$D_m [\vec{V}' - \vec{V}] = \vec{F}_{a/e}.$$

On en déduit

$$\begin{aligned} \vec{F}_{a/e} &= D_m [V' \cos \alpha \hat{e}_x - V' \sin \alpha \hat{e}_y - V \hat{e}_x] \\ &= D_m [V(\cos^2 \alpha - 1) \hat{e}_x - V \cos \alpha \sin \alpha \hat{e}_y] \\ &= -D_m V [\sin^2 \alpha \hat{e}_x - \sin \alpha \cos \alpha \hat{e}_y], \end{aligned}$$

soit

$$\vec{F}_{a/e} = -\mu L h V^2 \sin \alpha [\sin \alpha \hat{e}_x + \cos \alpha \hat{e}_y].$$

► On remarque que l'on peut écrire

$$\vec{F}_{a/e} = -\mu L h V^2 \sin \alpha \vec{n}$$

où  $\vec{n} = \sin \alpha \hat{e}_x + \cos \alpha \hat{e}_y$  est le vecteur unitaire normal à l'aile « vers le haut ». Cette force est normale à l'aile, ce qui est attendu car on a négligé les frottements.

□ 7 — On a  $\vec{F}_{e/a} = -\vec{F}_{a/e}$ , d'où

$$\begin{aligned}\vec{F}_{e/a} &= \mu L h V^2 \sin \alpha [\sin \alpha \hat{e}_x + \cos \alpha \hat{e}_y] \\ &= \frac{\mu L \ell V^2}{2} (C_x \hat{e}_x + C_y \hat{e}_y).\end{aligned}$$

Par identification, on en déduit

$$C_x = 2 \frac{h}{\ell} \sin^2 \alpha \quad \text{et} \quad C_y = 2 \frac{h}{\ell} \sin \alpha \cos \alpha,$$

soit en posant  $\lambda = h/\ell$

$$C_x = 2\lambda \sin^2 \alpha \quad \text{et} \quad C_y = 2\lambda \sin \alpha \cos \alpha.$$

□ 8 — Il s'agit d'éliminer  $\lambda$  en combinant les expressions de  $C_x$  et  $C_y$ .

On peut écrire d'une part  $C_y = \lambda \sin 2\alpha$ , d'où

$$\sin 2\alpha = \frac{C_y}{\lambda}.$$

D'autre part  $C_x = \lambda(1 - \cos 2\alpha)$ , d'où

$$\cos 2\alpha = 1 - \frac{C_x}{\lambda}.$$

La relation

$$\cos^2 2\alpha + \sin^2 2\alpha = 1$$

s'écrit alors

$$\left(\frac{C_y}{\lambda}\right)^2 + \left(1 - \frac{C_x}{\lambda}\right)^2 = 1,$$

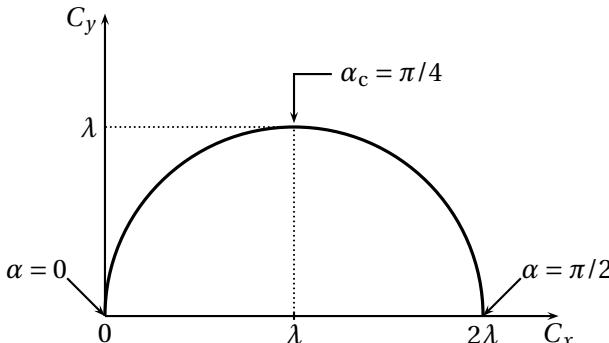
soit

$$(\lambda - C_x)^2 + C_y^2 = \lambda^2.$$

Il s'agit de l'équation paramétrée d'un cercle de centre  $(\lambda, 0)$ , de rayon  $\lambda$ .

Pour  $\alpha = 0$ , on a  $C_x = 0$  et  $C_y = 0$ .

Pour  $\alpha = \pi/2$ , on a  $C_x = 2\lambda$  et  $C_y = 0$ .



□ 9 — La portance s'identifie ici à la composante de  $\vec{F}_{e/a}$  selon  $\hat{e}_y$ , soit

$$C_P(\alpha) \frac{\mu V^2}{2} S = \frac{\mu L \ell V^2}{2} 2\lambda \sin \alpha \cos \alpha.$$

Le coefficient de portance est donc de la forme

$$C_P(\alpha) = \frac{2L\ell}{S} \sin \alpha \cos \alpha = \frac{L\ell}{S} \sin(2\alpha).$$

On retrouve les deux propriétés évoquées :

- pour les faibles valeurs de  $\alpha$ , on a  $C_P(\alpha) \approx \frac{L\ell}{S} 2\alpha$ . Le coefficient de portance est une fonction linéaire de  $\alpha$ ;
- le coefficient de portance est maximum pour  $\alpha_c = \frac{\pi}{4}$ . Au delà de cette valeur,  $C_P$  diminue, ce qui correspond au phénomène de décrochage.

□ 10 — La tangente à la polaire est horizontale pour  $\alpha = \alpha_c$  : diminuer  $\alpha$  revient donc à diminuer de façon significative la traînée (l'abscisse  $C_x$  diminue) en gardant une portance (l'ordonnée  $C_y$ ) à peu près constante. On aura donc intérêt à se placer dans un domaine intermédiaire entre 0 et  $\alpha_c$  :

- se placer proche de  $\alpha_c$  augmente la traînée sans augmenter la portance;
- se placer proche de  $\alpha = 0$  diminue la traînée, mais la portance aussi tend vers zéro...

□ 11 — Pour perdre de l'altitude, le pilote peut :

- diminuer l'angle  $\alpha$  ce qui diminue la portance;
- diminuer la vitesse (la force de portance varie comme  $V^2$ );
- augmenter la surface  $S$  de projection de l'aile en ouvrant des volets.

## Partie II — Ondes élastiques dans les milieux solides (E3A 2007)

### 1 — Propagation d'onde longitudinale dans une barre

□ 1 — Le terme  $\frac{\partial u}{\partial x}$  est sans dimension, donc  $[F_g] = [E]L^2$ . Le module d'Young a donc la dimension d'une **pression** (force surfacique).

En considérant une tranche dont l'épaisseur tend vers 0, sa masse tend alors vers 0 et le principe fondamental de la dynamique s'écrit

$$\vec{0} = \vec{F}_g + \vec{F}_d.$$

On a donc  $\vec{F}_d = -\vec{F}_g$ .

□ 2 — En présence de l'onde, la tranche initialement comprise entre les abscisses  $x$  et  $x + dx$  est comprise entre les abscisses

$$x + u(x, t) \quad \text{et} \quad x + dx + u(x + dx, t).$$

Son volume vaut alors

$$\begin{aligned} dV' &= S[x + dx + u(x + dx, t) - x - u(x, t)] \\ &= S \left[ dx + \frac{\partial u}{\partial x} dx \right] \\ &= S \left[ 1 + \frac{\partial u}{\partial x} \right] dx. \end{aligned}$$

On a donc  $dV' - dV = S \frac{\partial u}{\partial x} dx = \frac{\partial u}{\partial x} dV$ , d'où

$$\delta = \frac{\partial u}{\partial x}.$$

□ 3 — Le principe fondamental de la dynamique appliquée à la tranche considérée s'écrit

$$\rho S dx \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \vec{e}_x = \vec{F}_g(x, t) + \vec{F}_d(x + dx, t),$$

soit en projetant selon  $\vec{e}_x$  :

$$\begin{aligned} \rho S \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} dx &= -E \frac{\partial u}{\partial x}(x, t)S + E \frac{\partial u}{\partial x}(x + dx, t)S \\ &= ES \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dx. \end{aligned}$$

On a donc

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{E}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0.$$

Le déplacement vérifie l'équation de d'Alembert

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad \text{avec} \quad C = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

### 2 — Liaison inter-atomique et module d'Young

□ 4 — On a

$$\vec{F} = F(r) \vec{u} = -\vec{\text{grad}} E_p = -\frac{dE_p}{dr} \vec{u}$$

d'où

$$F(r) = -\frac{2\lambda}{r^3} + \frac{10\mu}{r^{11}}.$$

L'équilibre correspond à  $F(r_0) = 0$ , d'où

$$r_0^8 = \frac{5\mu}{\lambda}.$$

□ 5 — On calcule

$$\mu = \frac{\lambda}{5} r_0^8 = \frac{0,37}{5} (0,274)^8$$

soit  $\mu = 2,35 \times 10^{-6} \text{ eV} \cdot \text{nm}^{10}$ .

On a  $E_p(r_0) = -3,94 \text{ eV}$ .

La grandeur  $E_p(r_0)$  représente l'énergie nécessaire pour casser la liaison entre deux atomes voisins au sein du réseau métallique.

□ 6 — En écrivant  $E_p(r) = \frac{\mu}{r^{10}}(1 - \lambda r^8)$ , on a

$$\lim_{r \rightarrow 0} E_p(r) = +\infty.$$

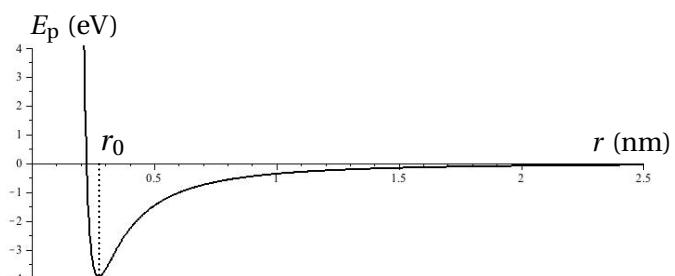
On a  $\lim_{r \rightarrow \infty} E_p(r) = 0$ , par valeurs négatives car

$$E_p(r) = -\frac{\lambda}{r^2} \left( 1 + \frac{\mu}{r^8} \right) \approx -\frac{\lambda}{r^2} < 0.$$

L'extremum est

$$E_p(r_0) = -\frac{\lambda}{r_0^2} \left( 1 - \frac{\mu}{\lambda r_0^8} \right) = -\frac{\lambda}{r_0^2} \left( 1 - \frac{1}{5} \right) = -\frac{4\lambda}{5r_0^2} < 0.$$

On peut tracer le graphe de  $E_p(r)$ .



Pour  $r < r_0$ ,  $E_p(r)$  est une fonction décroissante, donc  $F(r) > 0$ .

Pour  $r > r_0$ ,  $E_p(r)$  est une fonction croissante, donc  $F(r) < 0$ .

La force entre les deux atomes est attractive pour  $r > r_0$  et répulsive pour  $r < r_0$ .

□ 7 — Au voisinage de  $r_0$ , on peut écrire

$$F(r) = F(r_0) + (r - r_0)F'(r_0) = (r - r_0)F'(r_0)$$

car  $F(r_0) = 0$  (position d'équilibre). On a donc  $F(r) = -K(r - r_0)$  avec

$$K = -F'(r_0) = -\frac{6\lambda}{r_0^4} + \frac{110\mu}{r_0^{12}} = -\frac{6\lambda}{r_0^4} + \frac{110\lambda}{5r_0^4} = -\frac{80\lambda}{5r_0^4}$$

soit  $K = \frac{16\lambda}{r_0^4}$ .

On a

$$\lambda = 0,37 \text{ eV} \cdot \text{nm}^2 = 0,37 \times 1,6 \times 10^{-19} \times (10^{-9}) \text{ J} \cdot \text{m}^2.$$

On calcule  $K = 10,5 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ .

□ 8 — La diagonale d'une maille cubique de côté  $a$  est  $d = a\sqrt{3}$ . L'atome central étant à la distance  $r_0$  des sommets (ses plus proches voisins), on a  $d = 2r_0$ .

On en déduit  $a = \frac{2}{\sqrt{3}}r_0$ . On a  $a = 0,316 \text{ nm}$ .

□ 9 — Dans le système cubique centré, on a  $1+8\times\frac{1}{8}$  soit **2 atomes par maille**. Le volume d'une maille est  $a^3$ , sa masse  $2m$ . On a donc

$$\rho = \frac{2m}{a^3}.$$

□ 10 — On a

$$C = \sqrt{\frac{K}{3m}}a = \sqrt{\frac{E}{\rho}}a,$$

d'où

$$E = \frac{K\rho a^2}{3m} = \frac{2mKa^2}{3ma^3}$$

soit

$$E = \frac{2K}{3a}.$$

On a d'une part  $K = \frac{16\lambda}{r_0^4}$  et d'autre part  $a = \frac{2}{\sqrt{3}}r_0$ . On en déduit

$$E = \frac{2}{3} \frac{16\lambda}{r_0^4} \frac{\sqrt{3}}{2r_0},$$

d'où

$$E = \frac{16}{\sqrt{3}} \frac{\lambda}{r_0^5}.$$

□ 11 — On calcule  $E = 2,2 \times 10^{10} \text{ Pa}$ .

### 3 — Étude des ondes sismiques terrestres

□ 12 — L'onde, de célérité  $C_1$ , se propage sur une distance  $x$  en un temps

$$\tau_1 = \frac{x}{C_1}.$$

□ 13 — La distance parcourue est

$$d = 2 \times \sqrt{h^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2}.$$

Le temps de parcours est donc  $\tau_2 = d/C_1$ , soit

$$\tau_2 = \frac{\sqrt{x^2 + 4h^2}}{C_1}.$$

□ 14 — Le cas où l'onde réfractée se propage le long de l'interface correspond à  $r = \pi/2$ , soit  $\sin r = 1$ . On a alors

$$\sin \alpha = \frac{C_1}{C_2}.$$

On a  $x = PP' + 2h \tan \alpha$ .

Pour que cette onde puisse être détectée, il faut  $PP' > 0$ , soit

$$x > 2h \tan \alpha = 2h \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}} = 2h \frac{\frac{C_1}{C_2}}{\sqrt{1 - \frac{C_1^2}{C_2^2}}}.$$

On a donc

$$x_m = 2h \frac{\frac{C_1}{C_2}}{\sqrt{\frac{C_2^2}{C_1^2}}}.$$

□ 15 — L'onde parcourt la distance  $PP'$  à la célérité  $C_2$  et la distance  $SP + P'M$  à la célérité  $C_1$ . On a

$$SP = P'M = \frac{h}{\cos \alpha} = \frac{h}{\sqrt{1 - \frac{C_1^2}{C_2^2}}}.$$

D'autre part

$$PP' = x - x_m = x - 2h \frac{\frac{C_1}{C_2}}{\sqrt{1 - \frac{C_1^2}{C_2^2}}}.$$

Le temps de propagation est

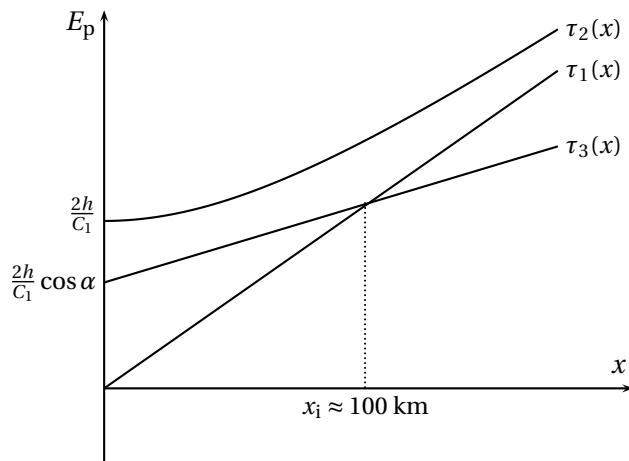
$$\begin{aligned} \tau_3 &= 2 \frac{SP}{C_1} + \frac{PP'}{C_2} \\ &= 2 \frac{h}{C_1 \sqrt{1 - \frac{C_1^2}{C_2^2}}} + \frac{x}{C_2} - 2 \frac{h}{C_2} \frac{\frac{C_1}{C_2}}{\sqrt{1 - \frac{C_1^2}{C_2^2}}} \\ &= \frac{x}{C_2} + \frac{2h}{C_1} \frac{1 - \frac{C_1}{C_2}}{\sqrt{1 - \frac{C_1^2}{C_2^2}}} \end{aligned}$$

soit

$$\tau_3 = \frac{x}{C_2} + \frac{2h}{C_1} \sqrt{1 - \left(\frac{C_1}{C_2}\right)^2}.$$

□ 16 — Le graphe de  $\tau_1(x)$  est une droite passant par l'origine, de pente  $\frac{1}{C_1}$ .

Le graphe de  $\tau_3(x)$  est une droite de pente  $\frac{1}{C_2} < \frac{1}{C_1}$ , d'origine à l'origine  $\frac{2h\cos\alpha}{C_1}$ .



□ 17 — La pente de la droite passant par l'origine est

$$\frac{1}{C_1} = \frac{23}{150} \text{ s} \cdot \text{km}^{-1}$$

d'où  $C_1 \approx 6,5 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ .

L'autre droite a pour pente

$$\frac{1}{C_2} = \frac{21 - 7}{150} \text{ s} \cdot \text{km}^{-1}$$

d'où  $C_2 \approx 11 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Les deux courbes se croisent en  $x_i$  tel que

$$\frac{x_i}{C_2} + \frac{2h}{C_1} \sqrt{1 - \left(\frac{C_1}{C_2}\right)^2} = \frac{x_i}{C_1}$$

soit numériquement ( $x_i \approx 100 \text{ km}$ ) :

$$\frac{100}{11} + \frac{2h}{6,5} \sqrt{1 - \left(\frac{6,5}{11}\right)^2} = \frac{100}{6,5} - \frac{100}{11},$$

d'où  $h \approx 25 \text{ km}$ .

□ 18 — L'ordonnée à l'origine de la deuxième courbe est

$$\frac{2h}{C_1} \sqrt{1 - \left(\frac{C_1}{C_2}\right)^2} \approx 6,5 \text{ km}$$

d'où l'on déduit  $h \approx 26 \text{ km}$ .

Les deux résultats sont en accord ; la précision des mesures est très bonne compte tenu des hypothèses simplificatrices du modèle (milieu homogène).

## Partie III — Accumulateur au plomb (CCINP PSI 2019)

### 1 — Composition de l'atome de plomb

□ 1 — Le noyau de l'atome de plomb contient 82 protons et 125 neutrons.

### 2 — Diagramme potentiel-pH du plomb

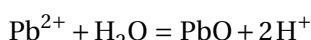
□ 2 — Nombre d'oxydation du plomb :

espèce	n.o. du plomb	type de domaine
Pb(s)	0	existence
Pb <sup>2+</sup> (aq)	II	prédominance
PbO(s)	II	existence
HPbO <sub>2</sub> <sup>-</sup> (aq)	II	prédominance
Pb <sub>3</sub> O <sub>4</sub> (s)	8/3	existence
PbO <sub>2</sub> (s)	IV	existence

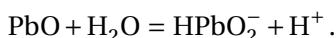
On place les espèces dans le diagramme de telle sorte que le nombre d'oxydation croît avec  $E$ .

Les espèces les plus basiques apparaissent aux pH les plus élevés.

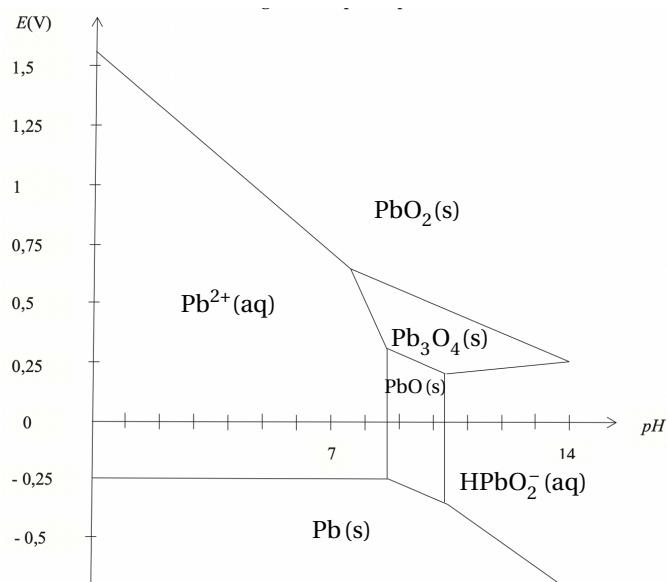
On peut remarquer que



et



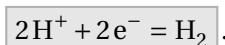
Donc Pb<sup>2+</sup> est la forme acide associée à la forme basique PbO, et PbO est la forme acide associée à la forme basique HPbO<sub>2</sub><sup>-</sup>.



L'espèce Pb<sub>3</sub>O<sub>4</sub>(s) semble ne pas respecter la quantification de la charge (nombre d'oxydation fractionnaire, alors que la charge doit être un multiple de la charge élémentaire). Cela s'explique par le fait que le plomb existe dans deux degrés d'oxydation différents dans cette espèce (deux atomes au degré +II et un atome au degré

+IV) : il s'agit d'un composé à valence mixte. Finalement, la quantification de la charge est bien respectée.

□ 3 — Pour le couple H<sup>+</sup>/H<sub>2</sub> (équivaut à H<sub>2</sub>O/H<sub>2</sub>) :



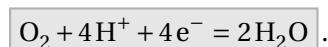
La loi de Nernst s'écrit :

$$E = E^\circ(\text{H}^+/\text{H}_2) + \frac{0,06}{2} \log \left( \frac{P^\circ[\text{H}^+]^2}{P(\text{H}_2)} \right).$$

Avec  $P(\text{H}_2) = P^\circ$  à la frontière, on obtient l'équation

$$E = -0,06\text{pH}.$$

Pour le couple O<sub>2</sub>/H<sub>2</sub>O :



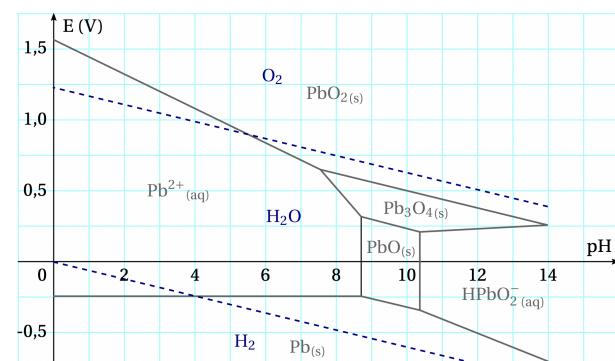
La loi de Nernst s'écrit :

$$E = E^\circ(\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}) + \frac{0,06}{4} + \log \left( \frac{P(\text{O}_2)}{P^\circ} [\text{H}^+]^4 \right).$$

Avec  $P(\text{O}_2) = P^\circ$  à la frontière, on obtient l'équation

$$E = 1,23 - 0,06\text{pH}.$$

□ 4 — On superpose le diagramme  $E$ -pH de l'eau au diagramme  $E$ -pH du plomb :

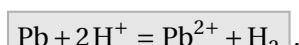


En milieu acide, les domaines de Pb et de H<sub>2</sub>O sont disjoints : **le plomb n'est pas stable en milieu acide**.

À partir des demi-équations



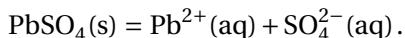
on en déduit la réaction d'oxydation du plomb dans l'eau en milieu acide



En milieu basique, le plomb a une partie de son domaine en commun avec celui de l'eau : **le plomb est stable en milieu basique**.

### 3 — Solubilité du sulfate de plomb dans une solution d'acide sulfurique

□ 5 — La réaction de dissolution du sulfate de plomb s'écrit



Sa constante d'équilibre est le produit de solubilité du sulfate de plomb, soit

$$K_s = [\text{Pb}^{2+}]_{\text{éq}}[\text{SO}_4^{2-}]_{\text{éq}} = 1,6 \times 10^{-8}.$$

La solubilité  $s$  du sulfate de plomb est la quantité maximum de sulfate de plomb que l'on peut dissoudre dans un litre de la solution considérée.

On se place à l'équilibre, à la limite de la dissolution du sulfate de plomb : on a dissous  $s$  moles de  $\text{PbSO}_4$ , mais l'équilibre est encore réalisé avec  $[\text{Pb}^{2+}]_{\text{éq}} = s$ , ce qui permet d'écrire

$$K_s = s[\text{SO}_4^{2-}]_{\text{éq}}.$$

La concentration  $[\text{SO}_4^{2-}]$  étant élevée dans la solution considérée ( $0,5 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ ), et la constante  $K_s$  étant très faible, on peut négliger les  $\text{SO}_4^{2-}$  apportés par la dissolution de  $\text{PbSO}_4$ , ce qui permet d'écrire  $[\text{SO}_4^{2-}] = 0,5 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ .

On a donc

$$s = \frac{K_s}{[\text{SO}_4^{2-}]} = \frac{1,6 \times 10^{-8}}{0,5}$$

soit  $s = 3,2 \times 10^{-8} \text{ mol}$ .

Il était légitime de négliger les ions sulfates issus de la dissolution devant ceux initialement présents.

**Le sulfate de plomb est très peu soluble dans une solution d'acide sulfurique concentrée.**

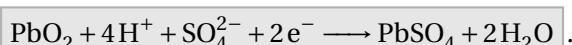
### 4 — Accumulateur au plomb en fonctionnement génératrice

□ 6 — Couple  $\text{PbO}_2/\text{PbSO}_4$ .

Dans  $\text{PbO}_2$ , on a  $\text{no}(\text{Pb})=\text{IV}$ .

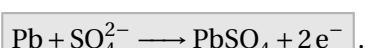
Dans  $\text{PbSO}_4$ , on a  $\text{no}(\text{Pb})=\text{II}$ .

On peut écrire la demi-réaction électronique :



C'est une **réduction** : le compartiment de gauche est la **cathode**.

Couple  $\text{PbSO}_4/\text{Pb}$  :



C'est une **oxydation** : le compartiment de droite est la **anode**.

La réaction globale de fonctionnement de l'accumulateur est donc



□ 7 — Le potentiel de la borne  $\oplus$  est

$$E_\oplus = E^\circ(\text{PbO}_2/\text{PbSO}_4) + \frac{0,06}{2} \log([{\text{H}^+}]^4[\text{SO}_4^{2-}]).$$

Le potentiel de la borne  $\ominus$  est

$$E_\ominus = E^\circ(\text{PbSO}_4/\text{Pb}) + \frac{0,06}{2} \log\left(\frac{1}{[\text{SO}_4^{2-}]}\right).$$

La fém  $e = E_\oplus - E_\ominus$  de l'accumulateur est donc

$$e = E^\circ(\text{PbO}_2/\text{PbSO}_4) - E^\circ(\text{PbSO}_4/\text{Pb}) + 0,06 \log[\text{SO}_4^{2-}] - 0,12 \text{ pH}.$$

**La fém de l'accumulateur au plomb dépend du pH.**

Elle est d'autant plus élevé que le pH est faible : **il est préférable d'utiliser de l'acide sulfurique très concentré.**

### 5 — Masse d'une batterie au plomb

□ 8 — La mise en série de plusieurs éléments permet de délivrer une **tension plus élevée**.

La mise en parallèle de plusieurs éléments permet de délivrer une plus grande intensité : **on augmente la capacité**.

□ 9 — La tension à vide d'un élément est

$$U_0 = 1,68 - (-0,33) = 2,01 \text{ V}.$$

Il faut donc 6 cellules en série pour obtenir 12 V à vide.

Compte tenu de la baisse de tension lorsque l'accumulateur débite, il faut prévoir **7 cellules** pour maintenir une tension supérieure à 12 V en fonctionnement.

□ 10 — En notant  $n(\text{e}^-)$  le nombre total (en moles) d'électrons échangés, la capacité s'écrit

$$Q = n(\text{e}^-)F.$$

La quantité de plomb consommée, compte tenu de la stœchiométrie de la demi-réaction d'oxydation, est  $n(\text{Pb}) = \frac{n(\text{e}^-)}{2}$ . La masse de plomb correspondante est  $m(\text{Pb}) = n(\text{Pb})M(\text{Pb})$ . On a donc

$$Q = 2n(\text{Pb})F = 2 \frac{m(\text{Pb})}{M(\text{Pb})} F$$

d'où

$$m(\text{Pb}) = \frac{QM(\text{Pb})}{2F}.$$

On calcule

$$m(\text{Pb}) = \frac{50 \times 3600 \times 207}{2 \times 96500}$$

soit pour l'accumulateur

$$m(\text{Pb}) = 0,19 \text{ kg}.$$