

Conversion de puissance I — Puissance électrique en régime sinusoïdal

Grandeurs électriques en régime sinusoïdal

Valeurs instantanée, moyenne efficace

Soit $s(t)$ un signal de période T , et t_0 un instant quelconque.

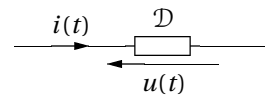
Valeur instantanée : $s(t)$	Valeur moyenne : $\langle s \rangle = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} s(t) dt$	Valeur efficace : $S_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} s^2(t) dt}$
------------------------------------	--	---

► $\langle s \rangle$ et S_{eff} sont calculées sur tout intervalle de largeur T ; en général on prend $[0, T]$ ou $[-T/2, T/2]$.

► Dans le cas d'un signal sinusoïdal $s(t) = S_m \cos(\omega t + \varphi)$, on a $\langle s \rangle = 0$ et $S_{\text{eff}} = \frac{S_m}{\sqrt{2}}$.

Impédance et admittance complexes

On considère un dipôle linéaire $\mathcal{D}$, orienté en convention récepteur :



Notation complexe en régime sinusoïdal (ou harmonique) :

valeur instantanée	signal complexe	amplitude complexe
$x(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi)$	$\underline{x}(t) = X_m e^{j(\omega t + \varphi)}$	$\underline{X} = X_m e^{j\varphi}$

► Le signal complexe dépend du temps; on a $x(t) = \text{Re}(\underline{x}(t))$.

► L'amplitude complexe ne dépend pas du temps.

► L'amplitude et la phase du signal réel sont données par $X_m = |\underline{X}|$ et $\varphi = \arg(\underline{X})$.

L'impédance complexe $\underline{Z}$ et l'admittance complexe $\underline{Y}$ du dipôle sont définies par $\underline{U} = \underline{Z} \underline{I}$ et $\underline{Y} = 1/\underline{Z}$.

► L'impédance dépend *a priori* de la pulsation des signaux : $\underline{Z}(j\omega)$.

► Le module de l'impédance s'exprime en ohm (Ω), celui de l'admittance en siemens (S).

On peut noter l'impédance d'un dipôle de deux façons : $\underline{Z} = Z e^{j\varphi} = R + jX$, où la partie réelle R est la **résistance** du dipôle et la partie imaginaire X est sa **réactance**.

dipôle	impédance	admittance	commentaire
résistance 	$\underline{Z} = R$	$\underline{Y} = 1/R$	$X = 0$: dipôle purement résistif
condensateur 	$\underline{Z} = \frac{1}{jC\omega}$	$\underline{Y} = jC\omega$	$R = 0$: dipôle purement réactif
bobine idéale 	$\underline{Z} = jL\omega$	$\underline{Y} = \frac{1}{jL\omega}$	$R = 0$: dipôle purement réactif

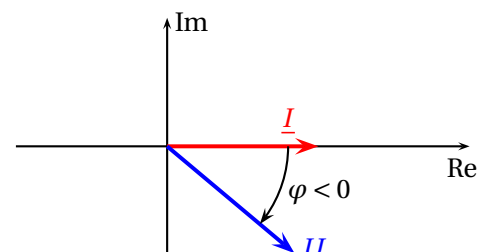
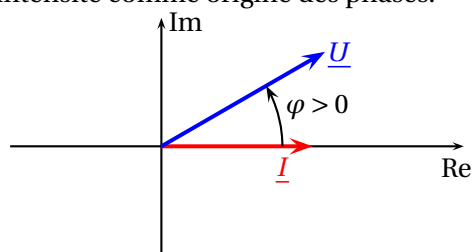
► Pour le condensateur, on a $X = -\frac{1}{C\omega} < 0$; un dipôle tel que $X < 0$ est dit capacitif.

► Pour la bobine, on a $X = L\omega > 0$; un dipôle tel que $X > 0$ est dit inductif.

► Attention : $\underline{Y} = \frac{1}{R + jX} = \frac{R - jX}{R^2 + X^2}$. Dans le cas général, $\text{Re}(\underline{Y}) \neq \frac{1}{\text{Re}(\underline{Z})}$.

Construction de Fresnel

On représente les amplitudes complexes dans le plan complexe à un instant donné. On se place en $t = 0$, et on prend l'intensité comme origine des phases.



Puissance électrique en régime sinusoïdal

Puissance instantanée — Puissance moyenne

On considère un dipôle orienté en convention récepteur.

Il reçoit la **puissance instantanée** $p(t) = u(t)i(t)$ et la **puissance moyenne** $P = \langle p \rangle = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} p(t) dt$.

dipôle	résistance	bobine idéale	condensateur idéal
puissance moyenne	$RI_{\text{eff}}^2 = U_{\text{eff}}^2 / R$	0	0

- La puissance instantanée reçue par une bobine est $p(t) = L \frac{di}{dt} i(t) = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} Li^2(t) \right)$, celle reçue par un condensateur $p(t) = u(t)C \frac{du}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{Cu^2(t)}{2} \right)$.
- Si $f(t)$ est périodique, alors $\left\langle \frac{df}{dt} \right\rangle = 0$.

Régime sinusoïdal : puissance moyenne – facteur de puissance

On considère un dipôle orienté en convention récepteur, avec $i(t) = I_{\text{eff}}\sqrt{2}\cos(\omega t)$ et $u(t) = U_{\text{eff}}\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi)$.

La **puissance moyenne**, appelée aussi **puissance active**, reçue par un dipôle en régime sinusoïdal est donnée par $P = U_{\text{eff}}I_{\text{eff}}\cos\varphi$, où φ est le déphasage de la tension par rapport au courant. Le terme $\cos\varphi$ est appelé **facteur de puissance**.

Puissance moyenne absorbée par une impédance

En régime sinusoïdal, la puissance moyenne reçue par un dipôle linéaire d'impédance est donnée par

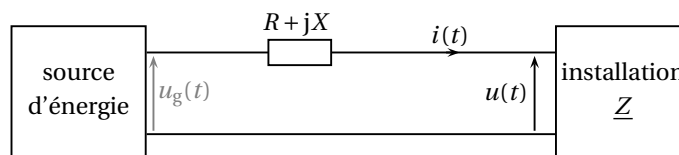
$$P = \text{Re}(\underline{Z}) I_{\text{eff}}^2 = \text{Re}(\underline{Y}) U_{\text{eff}}^2,$$

où $\underline{Z}$ est l'impédance du dipôle et $\underline{Y}$ son admittance.

- Dans le cas d'un dipôle purement réactif, donc l'impédance est de la forme $\underline{Z} = jX$, on a $\text{Re}(\underline{Z}) = 0$ et $\text{Re}(\underline{Y}) = 0$, d'où $P = 0$: **un dipôle purement réactif ne consomme pas de puissance en moyenne en régime sinusoïdal**.

Application : relèvement du facteur de puissance

On considère un transport de puissance électrique en régime sinusoïdal entre une source et une installation d'impédance $\underline{Z}$, par une ligne électrique d'impédance $R + jX$.



La source fournit la puissance moyenne P_g ; l'installation consomme la puissance moyenne $P_u = U_{\text{eff}}I_{\text{eff}}\cos\varphi$ où $\underline{Z} = Z\cos\varphi$ et la ligne consomme la puissance moyenne $P_\ell = RI_{\text{eff}}^2$ (pertes en ligne).

Le rendement, défini par $\eta = P_u/P_g$, s'écrit $\eta = \frac{P_u}{P_u + P_\ell} = \frac{1}{1 + \frac{P_\ell}{P_u}} = \frac{1}{1 + \frac{RI_{\text{eff}}^2}{P_u}} = \frac{1}{1 + \frac{RP_u}{U_{\text{eff}}^2 \cos^2\varphi}}$.

Pour P_u donnée, le rendement diminue si $\cos\varphi$ diminue : l'intensité efficace $I_{\text{eff}} = \frac{P_u}{U_{\text{eff}}\cos\varphi}$ augmente, ce qui augmente les pertes en ligne par effet Joule.

Le distributeur impose une valeur minimale du facteur de puissance : $\cos\varphi \geq 0,93$. L'utilisateur doit donc **relever le facteur de puissance** de son installation s'il est trop faible.

- Dans la pratique, les installations industrielles ont une impédance inductive ($X > 0$) du fait de la présence de moteurs électriques. On relève le facteur de puissance en plaçant un condensateur en parallèle avec $\underline{Z}$ pour réduire le déphasage de la tension sur le courant (et ainsi augmenter $\cos\varphi$).