

TD d'électromagnétisme n° 5

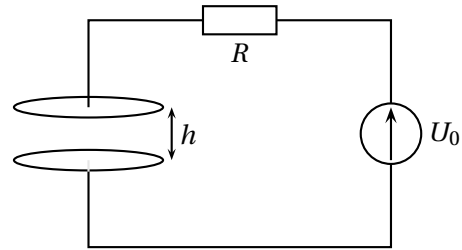
Bilan d'énergie - Poynting

1 — Conducteur ohmique [*]

On s'intéresse à un cylindre de diamètre $2b$, de résistivité ρ et parcouru par un courant uniforme d'intensité I .

1. Calculer la puissance dissipée par effet Joule.
2. Calculer le flux du vecteur de Poynting à travers la surface latérale du cylindre de longueur ℓ .

Conclure.



Exprimer l'énergie ayant traversé la surface $S = 2\pi ah$ entre $t = 0$ et $t = \infty$.

2 — Câble coaxial [**]

Une ligne coaxiale est composée de deux cylindres infinis C_1 et C_2 , d'épaisseur très faible, de rayons respectifs $a < b$. C_1 est au potentiel V_1 et est parcouru par un courant d'intensité $+I$; C_2 est au potentiel V_2 et parcouru par une intensité $-I$.

On néglige toute chute de tension le long de la ligne.

Calculer le vecteur de Poynting en tout point situé entre les conducteurs.

Calculer le flux de ce vecteur à travers une section droite. Conclure.

Énoncé guidé

1. Exprimer l'évolution de la charge $Q(t)$ du condensateur.
2. Exprimer le champ $\vec{E}(M, t)$ entre les armatures.
3. Justifier que ce champ crée un champ $\vec{B}(M, t)$ dont on justifiera qu'il est orthoradial.
4. Déterminer le champ $\vec{B}(M, t)$ entre les armatures.
5. Déterminer le flux du vecteur de Poynting à travers la surface latérale du condensateur.
6. Conclure.

3 — Émission isotrope de charges [**]

Une bille de cuivre fixe et d'assez petite taille pour être considérée comme ponctuelle, placée à l'origine O des coordonnées, initialement neutre, émet des électrons de manière isotrope à partir de l'instant $t = 0$. Le nombre α d'élections émis par unité de temps est constant, et les électrons sont émis radicalement avec une vitesse v_0 constante. On néglige les forces électromagnétiques subies par les électrons.

1. En exprimant la charge comprise entre les sphères centrées en O et de rayons r et $r + dr$, calculer la densité volumique de charge $\rho(r, t)$ en fonction des données. En déduire la densité de courant $\vec{j}(r, t)$ (on distinguera les cas $r > v_0 t$ et $r < v_0 t$).
2. Déterminer le champ électrique $\vec{E}$ et vérifier qu'il dérive d'un potentiel scalaire $V(r, t)$. Montrer que les équations de Maxwell sont compatibles avec un champ magnétique nul. On admet que le champ électromagnétique obtenu est l'unique solution des équations de Maxwell.
3. Écrire le bilan énergétique local. Commenter.

4 — Décharge d'un condensateur [***]

Les armatures du condensateur sont circulaires, de rayon a . À l'instant $t = 0$, on branche la pile.

5 — Solénoïde en ARQS [***]

On considère un solénoïde infini d'axe (Oz) , de rayon a , comportant n spires par unité de longueur. Le courant dans les spires est $i(t) = I_0 e^{-t/\tau}$.

En coordonnées cylindriques, on donne $\text{div}(r \vec{e}_r) = 2$.

1. Rappeler l'expression du champ magnétique à l'intérieur du solénoïde.
2. Justifier la création d'un champ électrique. Déterminer son expression à l'intérieur du solénoïde sachant qu'il est de la forme $\vec{E}(M, t) = E(r, t) \vec{e}_\theta$.
3. Déterminer les contributions d'origine électrique u_e et d'origine magnétique u_m à la densité volumique d'énergie électromagnétique. Calculer u_e/u_m et conclure.
4. Calculer le vecteur de Poynting à l'intérieur du solénoïde. Vérifier la relation locale de conservation de l'énergie.
5. Déterminer les contributions d'origine électrique U_e et d'origine magnétique U_m à l'énergie électromagnétique du solénoïde (sur une longueur h). Calculer U_e/U_m et conclure.
6. Exprimer le flux du vecteur de Poynting à travers une longueur h du solénoïde. Établir le bilan d'énergie global sur cette longueur du solénoïde.