

Extrait Centrale PSI 2023

Le transformateur

À toute grandeur, fonction sinusoïdale du temps $g(t) = G \cos(\omega t + \varphi)$, on associe la grandeur $\underline{g}(t) = \underline{G} e^{j\omega t}$, où $j^2 = -1$ et $\underline{G} = G e^{j\varphi}$ est appelée *amplitude complexe* de g .

Certaines questions, repérées par une barre en marge, ne sont pas guidées et demandent de l'initiative de la part du candidat. Les pistes de recherche doivent être consignées par le candidat sur sa copie; si elles sont pertinentes, elles seront valorisées. Le barème tient compte du temps nécessaire pour explorer ces pistes et élaborer un raisonnement, il valorise ces questions de façon très significative.

1 — Le matériau magnétique

Le rôle du matériau magnétique est de canaliser les lignes de champ magnétique. Cependant, il présente l'inconvénient d'être à l'origine de pertes énergétiques.

❑ 1 — Dans le modèle de Bohr, un électron possède une trajectoire circulaire autour d'un noyau atomique immobile. Le moment cinétique de l'électron est $\sigma_e = \|\vec{\sigma}_r\| = \hbar$, où $\hbar$ est la constante de Planck réduite.

Établir l'expression du moment magnétique $\mu_e = \|\vec{\mu}_e\|$ de cet atome, en fonction de $\hbar$, de la charge élémentaire e et de la masse de l'électrons m_e . Effectuer l'application numérique.

❑ 2 — Un matériau ferromagnétique de masse molaire M , de masse volumique ρ , est formé d'atomes de moment magnétique $z\vec{\mu}_e$ où $z \in \mathbb{N}$. Quelle est l'expression de l'aimantation de saturation M_{sat} , valeur de l'aimantation du matériau quand tous les moments magnétiques sont alignés et de même sens? Calculer la valeur $M_{\text{sat}}(\text{Fe})$ pour le fer pour lequel $z = 4$.

❑ 3 — En reprenant la valeur précédente de M_{sat} , quel serait le moment magnétique à saturation m_a d'un cube de fer de côté $150 \mu\text{m}$? Quelle serait l'intensité I parcourant une boucle circulaire de diamètre $150 \mu\text{m}$ de moment magnétique m_a ? Commenter.

Pour mesurer la perméabilité magnétique, on utilise un impédancemètre équipé d'un dispositif de caractérisation de matériaux ferromagnétiques, sous la forme d'un bobinage de N_t spires enlaçant un tore formé de ce matériau. Le tore possède une longueur moyenne ℓ_t et une section S_t (figure 1).

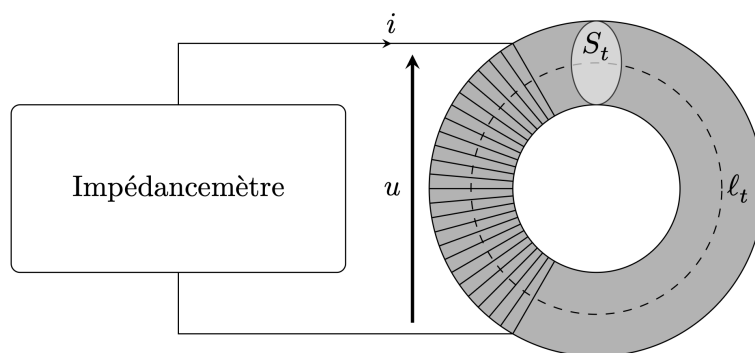


FIGURE 1 – Tore de mesure d'impédance

Le milieu ferromagnétique est étudié dans son domaine linéaire et sa perméabilité magnétique relative est notée μ_r . On suppose que les lignes de champ adoptent la symétrie de révolution du tore. L'impédancemètre génère des signaux harmoniques de pulsation $\omega = 2\pi f_0$ avec $f_0 = 50 \text{ Hz}$.

❑ 4 — En travaillant en coordonnées cylindriques, d'axe l'axe de révolution du tore, justifier que $\vec{H} = H \vec{e}_\theta$ et $\vec{B} = B \vec{e}_\theta$.

❑ 5 — Exprimer les champs H et B en fonction de μ_0 , μ_r , N_t , ℓ_t et i . Préciser les orientations choisies.

□ 6 — En déduire l'expression de l'impédance $\underline{Z} = \frac{u}{i}$. Y a-t-il dissipation d'énergie dans le matériau?

Pour décrire plus complètement les propriétés du matériau ferromagnétique, on généralise la relation $\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$ à une relation entre champs complexes $\underline{\vec{B}} = \mu_0 \underline{\mu_r} \underline{\vec{H}}$, où $\underline{\mu_r}$ est la perméabilité relative complexe et l'on pose $\underline{\mu_r} = \mu'_r - j\mu''_r$ où μ'_r et μ''_r sont des réels positifs.

□ 7 — Exprimer la puissance moyenne P_c consommée dans le tore en fonction de la valeur efficace I_{eff} de l'intensité i et des caractéristiques du milieu.

□ 8 — Dans le cadre d'un matériau de perméabilité relative complexe, tracer l'allure du cycle $B(H)$ du matériau ferromagnétique. Évaluer le champ magnétique rémanent B_r et l'excitation coercitive H_c . On prendra les valeurs des paramètres données en fin de problème ainsi que les valeurs $\mu'_r = 10^3$, $\mu''_r = 4$ et de l'intensité maximale dans la bobine $I_{\text{max}} = 12 \text{ A}$?

□ 9 — Calculer la puissance moyenne P_{diss} dissipée dans le tore ferromagnétique. Quelle est la nature de cette perte?

Données

Constantes générales

Constante de Planck réduite	$\hbar = 1,055 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
Constante d'Avogadro	$N_a = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Charge élémentaire	$e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$
Masse de l'électron	$m_e = 9,0 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Permittivité diélectrique du vide	$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$
Perméabilité magnétique du vide	$\mu_0 = 1,26 \times 10^{-6} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$

Propriétés physique

Conductivité du cuivre	$\gamma_{\text{Cu}} = 5,9 \times 10^7 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$
Masse volumique du fer	$\rho_{\text{Fe}} = 7,87 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
Masse molaire du fer	$M_{\text{Fe}} = 55,8 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

Données pour le circuit magnétique

Nombre de spires du bobinage torique	$N_t = 500$
Section du tore	$S_t = 0,6 \text{ cm}^2$
Longueur moyenne du tore	$\ell_t = 12,5 \text{ cm}$