

ÉPREUVE SPÉCIFIQUE - FILIÈRE PSI

PHYSIQUE - CHIMIE

Durée : 4 heures

N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

RAPPEL DES CONSIGNES

- Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, bleu clair ou turquoise, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.
 - Ne pas utiliser de correcteur.
 - Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.
-

Les calculatrices sont interdites.

Le sujet est composé de quatre parties indépendantes.

Des données se trouvent en fin de sujet.

Partie IV - L'épreuve de la caserne

L'épreuve de la caserne (figure 7) utilise un tapis roulant motorisé par une machine asynchrone. Nous nous proposons ici d'en décrire le fonctionnement en régime permanent. Aucune connaissance préalable sur la machine asynchrone n'est requise.



Figure 7 - Épreuve de la caserne

IV.1 - Présentation de la machine asynchrone

La machine asynchrone est constituée d'un rotor et d'un stator tous deux en fer feuilleté. Le rotor et le stator sont séparés par un entrefer de très faible largeur.

Dans la machine asynchrone diphasée, le stator est analogue au stator de la machine synchrone diphasée. Il se compose de deux enroulements décalés spatialement d'un angle de $\pi/2$ et alimenté par des courants sinusoïdaux en quadrature de phase. Ces enroulements seront identifiés, dans toute la suite du problème, par les dénominations S_1 et S_2 .

Le rotor se compose également de deux enroulements, décalés spatialement d'un angle de $\pi/2$. Ils ne sont reliés à aucune alimentation mais refermés sur eux-mêmes et donc en court-circuit. Ces enroulements seront identifiés dans toute la suite du problème par les dénominations R_1 et R_2 .

On définit la base $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ liée au référentiel fixe, donc au stator. Le vecteur $\vec{e}_x$ est normal à l'enroulement S_1 . Le vecteur $\vec{e}_z$ coïncide avec l'axe longitudinal de la machine.

IV.2 - Étude du stator

On s'intéresse d'abord au seul enroulement S_1 du stator.

On a représenté (**figure 8**) les lignes de champ magnétique créées par la spire centrale de l'enroulement S_1 du stator, de vecteur normal $\vec{e}_x$, parcourue par un courant $i_{S_1}(t)$. Cette spire centrale est représentée en coupe par son conducteur " aller ", orienté suivant le vecteur $\vec{e}_z$, et son conducteur " retour ", orienté suivant $-\vec{e}_z$.

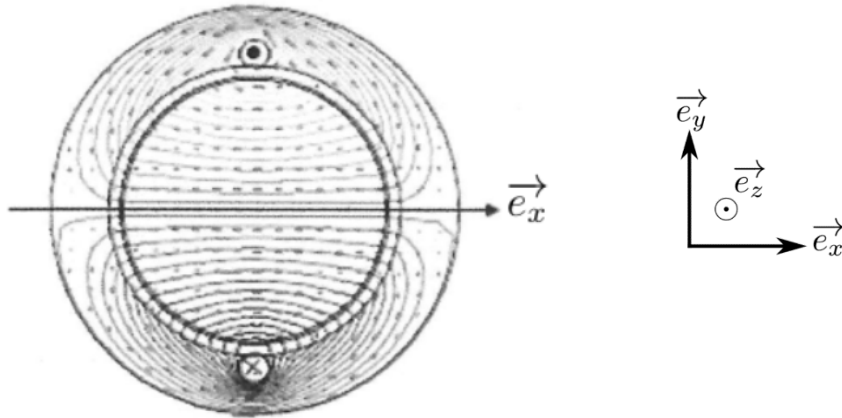


Figure 8 - Champ magnétique créé par la spire centrale de l'enroulement S_1 du stator.

On définit la base $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ des coordonnées cylindriques (**figure 9**), où $\vec{e}_z$ coïncide avec l'axe longitudinal de la machine. Un point M de l'entrefer est repéré par ses coordonnées (r, θ, z) . On a ainsi $\vec{OM} = r\vec{e}_r$.

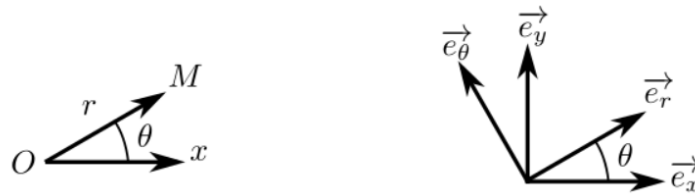


Figure 9 - Repérage d'un point de l'entrefer

Dans un modèle simple, on considère que la norme du champ magnétique est uniforme dans l'entrefer.

On désigne par $\vec{B}_{\text{spire}}(\theta, t) = B_{\text{spire}}(\theta, t) \vec{e}_r$ le champ magnétique créé par cette spire centrale de l'enroulement S_1 en un point $M(r, \theta)$ de l'entrefer.

On donne **figure 10** la représentation graphique de la fonction $B_{\text{spire}}(\theta, t)$ pour $i_{S_1} > 0$ et $\theta \in [-\pi, \pi]$.

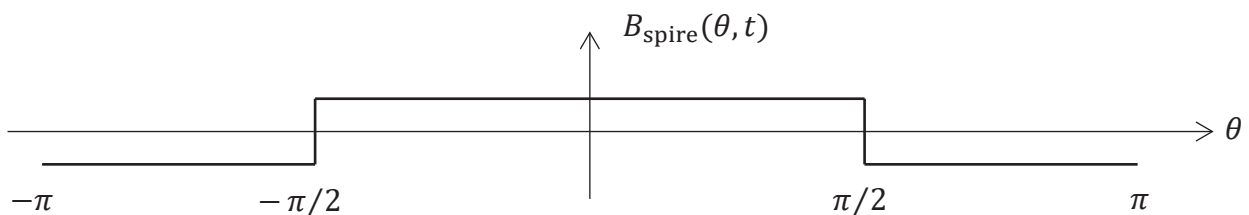


Figure 10 - Modélisation simplifiée du champ créé par une seule spire de S_1 dans l'entrefer

L'enroulement S_1 du stator, parcouru par le courant $i_{S_1}(t)$, n'est pas constitué d'une seule spire mais de n spires décalées les unes par rapport aux autres. Le champ magnétique créé par l'ensemble des spires de l'enroulement S_1 du stator est noté $\vec{B}_{S_1}(\theta, t) = B_{S_1}(\theta, t) \vec{e}_r$.

On donne **figure 11** la représentation de la fonction $B_{S_1}(\theta, t)$ pour $i_{S_1} > 0$ et pour $\theta \in [-\pi, \pi]$.

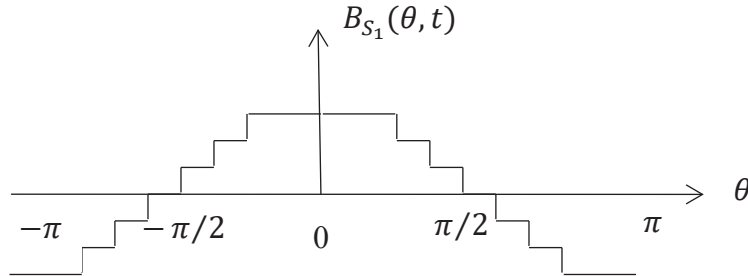


Figure 11 - Modélisation simplifiée du champ créé par l'ensemble des spires de l'enroulement S_1 dans l'entrefer

Q27. Préciser le nombre n de spires de l'enroulement S_1 , décalées les unes par rapport aux autres, qui permettent de créer le champ magnétique $\vec{B}_{S_1}(\theta, t)$ de la **figure 11**.

Dans la suite du problème, on admettra que les enroulements S_1 et S_2 du stator créent dans l'entrefer les champs magnétiques :

$$\begin{cases} \vec{B}_{S_1}(\theta, t) = K_S i_{S_1}(t) \cos(\theta) \vec{e}_r \\ \vec{B}_{S_2}(\theta, t) = K_S i_{S_2}(t) \sin(\theta) \vec{e}_r \end{cases}.$$

Par ailleurs, une alimentation électrique impose les courants :

$$\begin{cases} i_{S_1}(t) = I_{S_{\max}} \cos(\omega_s t) \\ i_{S_2}(t) = I_{S_{\max}} \sin(\omega_s t) \end{cases}.$$

Q28. Déterminer l'expression du champ magnétique $\vec{B}_S$ créé par l'ensemble des deux enroulements S_1 et S_2 du stator dans l'entrefer. On posera $B_{S0} = K_S I_{S_{\max}}$. Justifier que ce champ magnétique est un champ tournant dans le référentiel du stator à une vitesse angulaire ω que l'on précisera.

Le rotor est repéré par sa position angulaire θ_R . La position $\theta_R = 0$ correspond à l'alignement des enroulements S_1 du stator et R_1 du rotor.

On définit la base $(\vec{e}_u, \vec{e}_v, \vec{e}_z)$ liée au référentiel tournant du rotor (**figure 12**). Le vecteur $\vec{e}_z$ coïncide avec l'axe longitudinal de la machine. L'enroulement R_1 est orienté par le vecteur normal $\vec{e}_u$, l'enroulement R_2 est orienté par le vecteur normal $\vec{e}_v$. Par souci de clarté, seules les spires centrales des enroulements S_1 et R_1 sont représentées sur la **figure 12**.

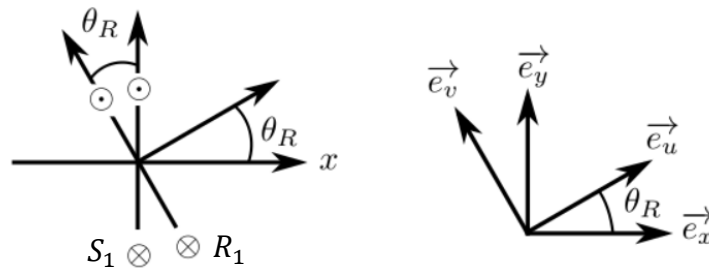


Figure 12 - Repérage de la position θ_R du rotor

On note :

- R_S et L_S la résistance et l'inductance propre de chaque enroulement du stator ;
- R_R et L_R la résistance et l'inductance propre de chaque enroulement du rotor ;
- $M_{S_1 R_1} = M_{SR} \cos(\theta_R)$ (avec M_{SR} une constante) l'inductance mutuelle entre les enroulements S_1 du stator et R_1 du rotor ;
- $M_{S_2 R_1} = M_{SR} \sin(\theta_R)$ l'inductance mutuelle entre les enroulements S_2 du stator et R_1 du rotor.

Q29. Que vaut l'inductance mutuelle $M_{S_1 S_2}$ entre les enroulements S_1 et S_2 du stator ? Que vaut la mutuelle $M_{R_1 R_2}$ entre les enroulements R_1 et R_2 du rotor ?

Q30. Exprimer l'inductance mutuelle $M_{S_1 R_2}$ entre les enroulements S_1 du stator et R_2 du rotor en fonction de M_{SR} et de θ_R , ainsi que la mutuelle $M_{S_2 R_2}$ entre les enroulements S_2 du stator et R_2 du rotor.

On se propose d'écrire l'équation électrique qui définit le courant $i_{R_1}(t)$ associé à l'enroulement R_1 du rotor.

Q31. Comment peut-on expliquer qu'un courant $i_{R_1}(t)$ circule dans l'enroulement R_1 alors qu'il n'est relié à aucune alimentation ?

Q32. On note respectivement $\phi_{S_1 R_1}$ et $\phi_{S_2 R_1}$ les flux créés dans l'enroulement R_1 du rotor par les enroulements S_1 et S_2 du stator. Exprimer le flux $\phi_{S_1 R_1}$ en fonction de M_{SR} , θ_R et du courant $i_{S_1}(t)$. De même, exprimer le flux $\phi_{S_2 R_1}$ en fonction de M_{SR} , θ_R et du courant $i_{S_2}(t)$.

On suppose que le rotor tourne à la vitesse angulaire constante $\vec{\Omega} = \Omega \vec{e}_z$ avec $0 \leq \Omega \leq \omega_S$. On suppose également qu'à $t = 0$, $\theta_R(0) = 0$ de sorte que $\theta_R(t) = \Omega t$.

Q33. En remarquant que θ_R et i_{S_1} dépendent du temps, exprimer en fonction de M_{SR} , i_{S_1} , Ω et de t la force électromotrice (fem) $e_{S_1 R_1}$ induite par S_1 dans R_1 . Faire de même pour la fem $e_{S_2 R_1}$ induite par S_2 dans R_1 . On ne développera pas les expressions de $i_{S_1}(t)$, $i_{S_2}(t)$ et de leur dérivée dans cette réponse.

Q34. En déduire l'équation différentielle vérifiée par le courant $i_{R_1}(t)$ en fonction de R_R , L_R , M_{SR} , Ω , t et de $i_{S_1}(t)$, $i_{S_2}(t)$ et de leur dérivée. Cette équation différentielle peut être écrite sous la forme :

$$L_R \frac{di_{R_1}}{dt} + R_R i_{R_1} = A \sin(\omega t).$$

Préciser les expressions de A et de ω en fonction de M_{SR} , $I_{S_{\max}}$, ω_S et de Ω .

En régime permanent, le courant $i_{R_1}(t)$ est sinusoïdal ; on note ω_R sa pulsation et $I_{R\max}$ son amplitude maximale.

Q35. On rappelle que $\omega_S > \Omega$. Exprimer ω_R en fonction de ω_S et de Ω .

Q36. Exprimer $I_{R\max}$ en fonction de R_R , L_R , M_{SR} , $I_{S\max}$, ω_S et de Ω .

Que peut-on dire de $I_{R\max}$ pour $\omega_S = \Omega$?

Justifier alors le qualificatif de machine asynchrone.

On suppose que les courants $i_{R_1}(t)$ et $i_{R_2}(t)$ sont de la forme :

$$\begin{cases} i_{R_1}(t) = I_{R\max} \sin(\omega_R t - \varphi) \\ i_{R_2}(t) = -I_{R\max} \cos(\omega_R t - \varphi) \end{cases} \text{ avec } \varphi = \arctan\left(\frac{L_R \omega_R}{R_R}\right).$$

Les enroulements R_1 et R_2 du rotor créent respectivement, dans l'entrefer, des champs exprimés dans le référentiel fixe (celui du stator) de la forme :

$$\begin{cases} \vec{B}_{R_1}(\theta, t) = K_R i_{R_1}(t) \cos(\theta - \theta_R) \vec{e}_r \\ \vec{B}_{R_2}(\theta, t) = K_R i_{R_2}(t) \sin(\theta - \theta_R) \vec{e}_r \end{cases}.$$

Q37. Dans le référentiel fixe (lié au stator), à quelle vitesse angulaire tourne le champ créé par le rotor ? Commenter.

Q38. Dans une machine à courant continu, le champ statorique est stationnaire. Les champs statorique et rotorique sont-ils synchrones quelle que soit la vitesse de rotation du rotor ? Si oui, expliquer brièvement comment est assurée cette synchronisation.

Le couple délivré par la machine est de la forme $\vec{\Gamma} = \Gamma_z \vec{e}_z$, avec :

$$\Gamma_z = \frac{\partial M_{S_1 R_1}}{\partial \theta_R} i_{S_1} i_{R_1} + \frac{\partial M_{S_1 R_2}}{\partial \theta_R} i_{S_1} i_{R_2} + \frac{\partial M_{S_2 R_1}}{\partial \theta_R} i_{S_2} i_{R_1} + \frac{\partial M_{S_2 R_2}}{\partial \theta_R} i_{S_2} i_{R_2}.$$

Le calcul étant fastidieux, on admettra pour la suite que :

$$\Gamma_z = \frac{M_{RS}^2 I_{S\max}^2 R_R (\omega_S - \Omega)}{R_R^2 + L_R^2 (\omega_S - \Omega)^2}.$$

On définit le glissement de la machine par :

$$g = \frac{\omega_S - \Omega}{\omega_S} \text{ avec } 0 \leq g \leq 1.$$

La puissance électromagnétique moyenne transmise par le stator au rotor est donnée par :

$$P_S = \Gamma_z \omega_S.$$

Enfin, on note P_{JR} la puissance moyenne dissipée par effet Joule dans le rotor.

Q39. Relier P_S , P_{JR} et g .

Q40. Que vaut g au démarrage de la machine ? Le rendement de la machine est-il meilleur lorsque g est proche de 0 ou de 1 ? Justifier.

Données

Potentiels standards à 298 K

- $E^\circ(\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}) = 1,23 \text{ V}$
- $E^\circ(\text{H}^+/\text{H}_2) = 0,00 \text{ V}$
- $E^\circ(\text{Fe}^{2+}/\text{Fe}) = -0,44 \text{ V}$
- $E^\circ(\text{Zn}^{2+}/\text{Zn}) = -0,76 \text{ V}$

Masses molaires

- $M(\text{Na}) = 23 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$
- $M(\text{Cl}) = 35,5 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$

Formules trigonométriques

- $\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$
- $\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$
- $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$
- $\sin(a - b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a$

Constantes fondamentales

- $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

FIN