

Révisions

Mécanique de 1^{re} année

L'atome d'hydrogène

L'atome d'hydrogène, dans son état fondamental, absorbe ou émet un rayonnement électromagnétique de longueur d'onde $\lambda = 21$ cm. cette transition, appelée raie HI à 21 cm, est celle du maser à hydrogène. Elle est aussi à l'origine du rayonnement émis à cette longueur d'onde par le milieu interstellaire constitutif des galaxies.

Un atome d'hydrogène protoné (isotope ^1H dont le noyau est un proton) dans son état fondamental peut absorber un rayonnement électromagnétique de longueur d'onde $\lambda = 21$ cm ; c'est ce que l'on appelle usuellement la raie HI à 21 cm. Pour interpréter exactement l'origine de cette raie, il faut mener une étude complète de l'atome d'hydrogène dans le cadre de la théorie de Dirac (mécanique quantique relativiste).

1 — Étude classique de l'atome

L'étude qui suit sera menée dans le référentiel $\mathcal{R}$ centré sur le proton ; ce référentiel sera considéré comme galiléen. On désignera par r la distance entre le proton et l'électron et le moment cinétique de l'électron par rapport à l'origine dans le référentiel $\mathcal{R}$ sera noté $\vec{L}$.

□ 1 — Rappeler l'expression de la force électrostatique $\vec{F}$ s'exerçant sur l'électron.

□ 2 — En déduire l'expression de l'énergie potentielle électrostatique E_p de l'électron, en choisissant le zéro de cette énergie potentielle quand $r \rightarrow \infty$.

□ 3 — Montrer que le mouvement de l'électron est plan.

□ 4 — Déterminer l'énergie mécanique E de l'électron et la mettre sous la forme

$$E = \frac{1}{2} m_e \dot{r}^2 + E_{p,\text{eff}}(r)$$

où $E_{p,\text{eff}}(r)$ est une fonction de r à expliciter en fonction des paramètres du problème et du moment cinétique orbital $\vec{L}$ de l'électron.

□ 5 — Donner l'allure de la représentation graphique de $E_{p,\text{eff}}(r)$. Analyser qualitativement le comportement du système pour différentes valeurs de l'énergie mécanique E et du moment cinétique $\vec{L}$.

□ 6 — À quelles conditions (sur L et E) une orbite circulaire est-elle possible ? Calculer le rayon r de l'orbite circulaire et l'énergie mécanique E de l'électron décrivant une telle orbite en fonction de L , e , m_e et ε_0 .

□ 7 — Dessiner une trajectoire de l'électron si $L = 0$.

2 — Le modèle de Bohr de l'atome d'hydrogène

En 1913, Niels Bohr proposa un modèle « semi-classique » de l'atome d'hydrogène, dans lequel l'électron se trouve sur une orbite circulaire de rayon r et son moment cinétique orbital est quantifié par

$$L = n \frac{h}{2\pi} = n\hbar,$$

où n est un nombre entier strictement positif et h la constante de Planck.

□ 8 — Montrer que les orbites sont quantifiées. Déterminer la valeur du rayon a_0 de la première orbite de Bohr.

□ 9 — En déduire que les niveaux d'énergie sont quantifiés. Donner la valeur (en eV) de l'énergie de l'état fondamental.

□ 10 — À quelle température l'énergie d'agitation thermique d'un atome d'hydrogène est-elle comparable à son énergie d'ionisation ?

□ 11 — L'atome d'hydrogène dans son état fondamental est susceptible d'absorber ou d'émettre un rayonnement de longueur d'onde proche de $\lambda = 21$ cm. Le modèle de Bohr permet-il de comprendre l'origine de cette transition ?

Données numériques

Constante de Planck :	$h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
Constante de Planck réduite :	$\hbar = 1,054 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
Célérité de la lumière dans le vide :	$c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
Permittivité du vide :	$\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$
Charge élémentaire :	$e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$
Masse de l'électron : $m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$	
Constante de Boltzmann : $k_B = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$	