

Révisions

Le haut-parleur (CCINP-E3A)

Étude d'un haut-parleur électrodynamique

I Étude générale

On représente ci-dessous un haut-parleur électrodynamique (figure 1). Celui-ci est constitué d'une bobine d'axe $(X'X)$, de résistance R , d'inductance propre L , solidaire d'une membrane pouvant se déplacer parallèlement à elle-même suivant la direction $(X'X)$ normale à son plan. Lorsque la bobine s'écarte de sa position d'équilibre d'un écart algébrique $x(t)$, elle est rappelée vers cette position d'équilibre par une force élastique modélisée par un ressort de raideur k . De plus, l'air produit sur la membrane une force de frottement fluide, proportionnelle à sa vitesse de déplacement, qui s'écrit $\vec{F}_f = -\alpha \vec{v}$. On ne tiendra pas compte du poids de l'équipage mobile bobine-membrane.

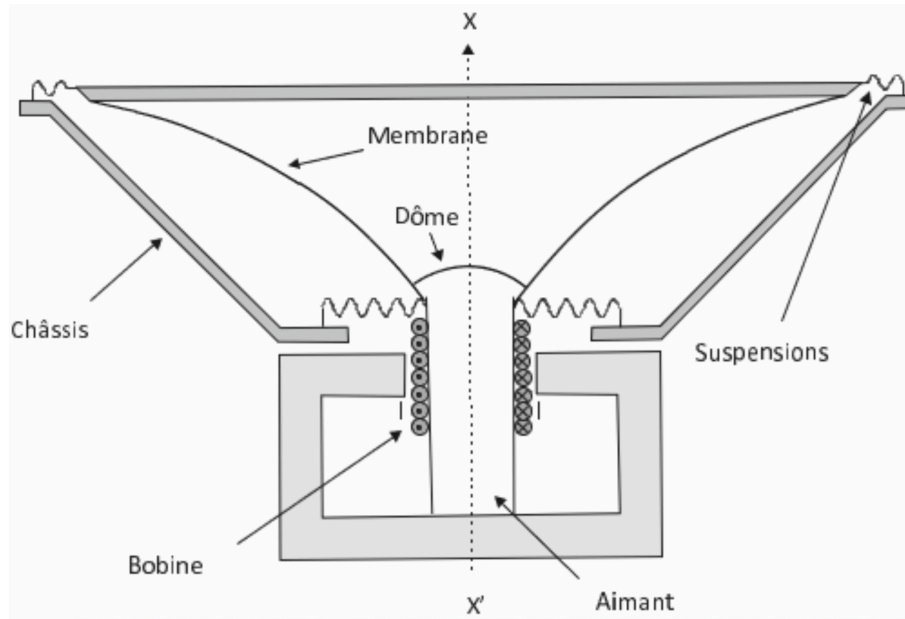


FIGURE 1 – Schéma du haut-parleur

La bobine est placée dans un champ magnétique radial $\vec{B}$, uniforme en norme, normal à $(X'X)$, créé par un aimant permanent. On se place dans un modèle simplifié de haut-parleur basé sur la configuration des rails de Laplace, représentée figure 2. Le générateur de force électromotrice (f.é.m.) $E(t)$ délivre un signal électrique que l'on veut transformer en signal sonore. La membrane et l'air sont mis en mouvement par l'intermédiaire de la barre de largeur ℓ qui se déplace de $x(t)$. Cette grandeur $x(t)$ représente l'élongation du ressort par rapport à la position d'équilibre, elle-même caractérisée par la longueur ℓ_0 . La membrane du haut-parleur est solidaire de la barre. On note m_T la masse du système {barre, haut-parleur}. On suppose donc que la verticale est définie par l'axe z , l'axe x étant horizontal. On note $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ la base des vecteurs unitaires de la 2.

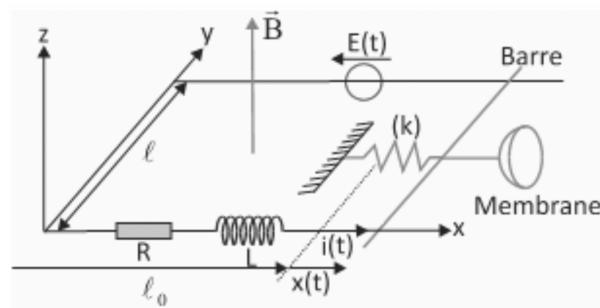


FIGURE 2 – Configuration des rails de Laplace

- 1 — Montrer que la f.é.m. induite e dans le cadre vaut $e = -B\ell v(t)$, où $v(t)$ est la vitesse, dérivée de $x(t)$.
- 2 — Dédurre de la question précédente l'équation électrique (E.E.) traduisant le comportement du circuit. Faire le schéma électrique équivalent en tenant compte de la f.é.m. induite. On notera $i(t)$ le courant induit dans ce circuit.

- 3 — Faire le bilan des forces s'exerçant sur l'ensemble {barre+haut-parleur} de masse m_T . En déduire l'équation différentielle mécanique relative au mouvement de la barre (équation E.M.).
- 4 — Faire un bilan de puissance en combinant les équations E.E. et E.M. Le commenter.
- 5 — Comparer la puissance de la f.é.m. $P_{\text{fem}} = ei$ et la puissance de la force de Laplace P_L .
- 6 — Le générateur délivre une tension sinusoïdale $E(t)$ de pulsation ω . On utilisera les notations complexes, pour lesquelles $\underline{E}(t) = E_2 e^{j\omega t}$, $E(t)$ s'identifiant alors avec la partie réelle de $\underline{E}(t)$. Montrer que l'on a

$$\underline{E} = (R + jL\omega + \underline{Z}_m) \underline{i}$$

où $\underline{i}$ est le courant complexe traversant le circuit et $\underline{Z}_m$ est une grandeur, appelée impédance motionnelle, dont on donnera l'expression en fonction de B , ℓ , α , m_T , ω et k .

- 7 — Montrer que l'admittance motionnelle $\underline{Y}_m = 1/\underline{Z}_m$ peut s'écrire sous la forme

$$\underline{Y}_m = \frac{1}{R_m} + jC_m\omega + \frac{1}{jL_m\omega}.$$

Donner l'expression des termes R_m , C_m et L_m en fonction de B , ℓ , α , m_T et k .

- 8 — Déduire de ce qui précède le schéma électrique équivalent du haut-parleur.

Le rendement η du haut-parleur est défini comme le rapport de la puissance moyenne émise à par l'onde sonore sur la puissance moyenne fournie par la source de tension.

- 9 — Montrer que la relation établie à la question Q 4 devient, en raisonnant sur les moyennes temporelles, en régime périodique établi :

$$\langle Ei \rangle = \langle Ri^2 \rangle + \langle \alpha v^2 \rangle.$$

Commenter ce résultat.

- 10 — En identifiant la puissance émise par l'onde sonore $\langle P_{\text{son}} \rangle$ à $\langle \alpha v^2 \rangle$, où v est la vitesse de la membrane, montrer que η est de la forme

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{R}{R_m} \left[1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 \right]}.$$

On donnera les expressions de Q et ω_0 en fonction de α , m_T et k .

- 11 — Commenter la forme obtenue. On pourra par exemple effectuer l'étude asymptotique du comportement en basses et hautes pulsations, ainsi que pour une pulsation proche de ω_0 .

II Filtres répartiteurs

Comme il est très difficile, pour ne pas dire impossible, de réaliser des haut-parleurs couvrant entièrement le spectre acoustique audible, on réalise des haut-parleurs spécialisés dans une zone déterminée de fréquences. On aboutit ainsi à réaliser des enceintes à deux voies (basses et aiguës) ou à trois voies (basses, médium et aiguës). Les filtre électriques chargés d'aiguiller les fréquences correspondant à ces haut-parleurs doivent répondre à trois critères essentiels :

1er critère : atténuer suffisamment les fréquences hors bande ;

2e critère : présenter une impédance de charge aussi constante que possible à l'amplificateur, de façon à ce que la puissance absorbée par l'ensemble soit constante et indépendante de la fréquence ;

3e critère : le rayonnement global doit être à intensité acoustique constante.

Pour satisfaire aux conditions précédentes, il est nécessaire de faire appel aux filtres de Butterworth, qui sont des filtres d'ordre n dont le module de la fonction de transfert vérifie une condition particulière :

pour un filtre passe-bas :

$$H_b(x) = |\underline{H}_b(jx)| = \frac{1}{\sqrt{1+x^{2n}}} \quad \text{avec} \quad \underline{H}_b(jx) = \frac{1}{1 + a_1(jx) + a_2(jx)^2 + \dots + a_n(jx)^n};$$

pour un filtre passe-haut :

$$H_h(x) = |\underline{H}_h(jx)| = \sqrt{\frac{x^{2n}}{1+x^{2n}}} \quad \text{avec} \quad \underline{H}_h(jx) = \frac{(jx)^n}{1 + a_1(jx) + a_2(jx)^2 + \dots + a_n(jx)^n}.$$

Dans les deux cas, on a pris $x = \omega/\omega_0$. On a alors $H_b^2 + H_h^2 = 1$: la puissance délivrée par l'amplificateur est constante. En conséquence, seuls les filtres passe-bas et passe-haut répondant à ces formules satisfont à la condition de puissance.

- 12 — On se place dans le cas où $n = 3$ pour un passe-bas. Calculer les valeurs qu'il faut donner aux différents coefficients **strictement positifs** a_1 , a_2 et a_3 . On trouvera trois entiers.

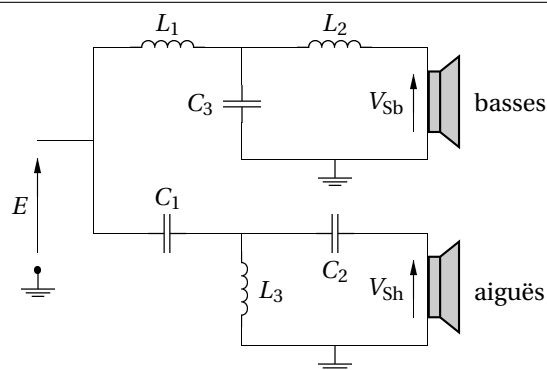


FIGURE 3 – Structure à deux haut-parleurs

Les filtres du troisième ordre ont la structure indiquée figure 3 pour un ensemble à deux haut-parleurs. La fonction de transfert du filtre représenté à la figure 4 est

$$\underline{H}_b(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega \frac{L_1 + L_2}{R} + (j\omega)^2 L_1 C_3 + (j\omega)^3 \frac{L_1 L_2 C_3}{R}} = \frac{V_{sb}}{E}.$$

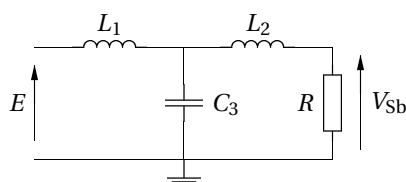


FIGURE 4 – Partie voie des basses

Q 13. Vérifier que cette fonction de transfert est compatible avec le schéma donné figure 4 aux basses et hautes fréquences. De quel type de filtre s'agit-il?

Q 14. Déduire de la question précédente les coefficients L_1 , L_2 et C_3 en fonction de R et de ω_0 sachant qu'il s'agit d'un filtre passe-bas de Butterworth d'ordre trois.

Q 15. Justifier la structure retenue sur la figure 5 pour les aiguës. Sans développer les calculs, proposer les étapes permettant d'établir la fonction de transfert.

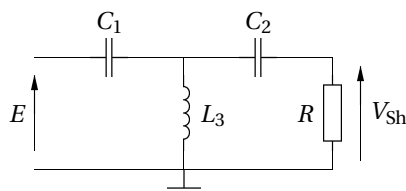


FIGURE 5 – Partie voie des aiguës