

## TD d'électronique n° 1

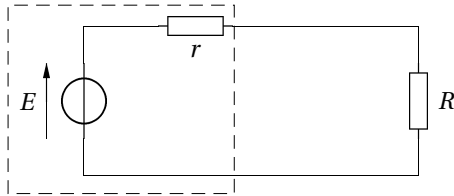
1<sup>re</sup> année & systèmes linéaires

## ~~~~~ Généralités ~~~~~

## 1 — Adaptation d'impédance

[\*]

Un générateur de f.é.m.  $E$  et de résistance interne  $r$  alimente une résistance  $R$  :



1. Exprimer la puissance  $P$  reçue par le résistor  $R$  en fonction de  $E$ ,  $r$  et  $R$ .

2. Pour quelle valeur de  $R$  cette puissance est-elle maximale? Donner son expression  $P_{\max}$ .

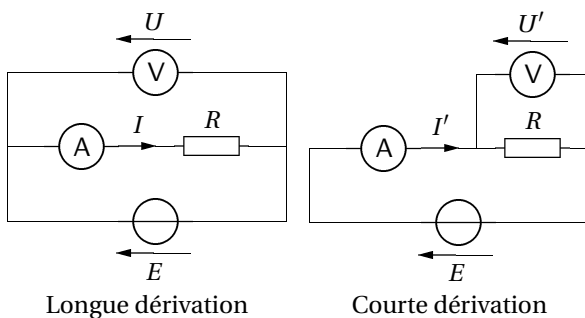
Tracer le graphe de  $P(R)$ .

Comparer à la puissance  $P_g$  alors fournie par le générateur. Où est passée la différence?

## 2 — Mesurer une tension et une intensité simultanément

[\*]

Afin de connaître la valeur  $R$  d'une résistance, il faut mesurer simultanément la tension à ses bornes et le courant qui la traverse. Il est possible d'utiliser deux types de montage appelés courte ou longue dérivation selon la manière dont le voltmètre est branché.



L'ampèremètre possède une résistance interne  $R_a$  non nulle et le voltmètre possède une résistance interne  $R_v$ . On donne  $R_a = 10\ \Omega$  et  $R_v = 1\ \text{M}\Omega$ .

1. Lequel de ces deux montages donne une mesure exacte de la tension aux bornes de  $R$ ? Et du courant traversant  $R$ ?

2. Déterminer la valeur de la résistance  $R_{LD}$  mesurée avec le montage longue dérivation en fonction de  $R$  et  $R_a$ . En déduire l'erreur systématique  $\varepsilon_{LD} = \frac{|R_{LD} - R|}{R}$  commise lors de la mesure. Calculer l'erreur systématique pour  $R = 100\ \Omega$  et pour  $R = 100\ \text{k}\Omega$ .

3. Déterminer la valeur de la résistance  $R_{CD}$  mesurée avec le montage courte dérivation en fonction de  $R$  et  $R_v$ . En déduire l'erreur systématique  $\varepsilon_{CD} = \frac{|R_{CD} - R|}{R}$  commise lors de la mesure. Calculer l'erreur systématique pour  $R = 100\ \Omega$  et pour  $R = 100\ \text{k}\Omega$ .

4. En pratique  $R_v \gg R_a$  : pour quelles valeurs de  $R$  la méthode longue dérivation conduit-elle à une erreur systématique moindre que celle de la méthode courte dérivation?

## 3 — Valeur efficace

[\*]

Nous souhaitons mesurer la valeur efficace  $U_{\text{eff}}$  d'une tension alternative  $u(t)$  à l'aide d'un multimètre. Cette mesure est en pratique assez complexe et nécessite dans le cas général un appareil sophistiqué pour la réaliser directement. Ainsi un multimètre classique (non TRMS) ne pourra pas mesurer directement la tension efficace  $U_{\text{eff}}$  : il commence par mesurer la valeur moyenne de la tension redressée  $\langle |u(t)| \rangle$ , puis il multiplie la valeur ainsi obtenue par une constante  $K$  (cette valeur est la même quelle que soit la tension que le multimètre mesure) pour obtenir la tension efficace  $U_{\text{eff}}$ .

1. Rappeler la définition, puis donner la valeur efficace d'une tension sinusoïdale de la forme  $u(t) = E \sin(\omega t)$ , puis d'une tension créneau de la forme

$$u(t) = \begin{cases} E & \text{pour } 0 \leq t < T/2 \\ -E & \text{pour } T/2 \leq t < T \end{cases}$$

On donne  $E = 3\ \text{V}$ .

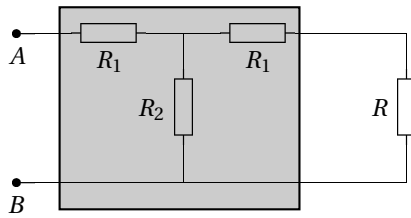
2. Calculer la valeur moyenne de  $|u(t)|$  dans le cas sinusoïdal. En déduire la valeur de la constante  $K$  pour obtenir  $U_{\text{eff}}$ .

3. De la même manière, donner la valeur  $U_{\text{eff}}$  mesurée par le multimètre non TRMS dans le cas de la tension créneau. Commenter.

## 4 — Résistance itérative

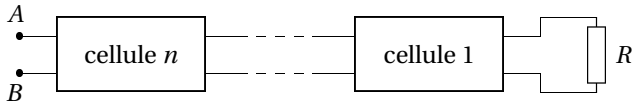
[\*\*]

On considère le circuit suivant, composé de quatre résistances. La surface grisée délimite un circuit électrique que l'on appellera *cellule*.



1. Pour une certaine valeur  $R_0$  de la résistance  $R$ , la résistance d'entrée — c'est-à-dire la résistance équivalente entre les bornes  $A$  et  $B$  — est égale à  $R_0$ . Exprimer  $R_0$  en fonction de  $R_1$  et  $R_2$ .

2. On suppose que la résistance  $R$  est égale à la résistance  $R_0$  précédemment calculée. On place alors plusieurs cellules identiques en série.



Calculer la résistance équivalente à l'entrée de ce dipôle, vu des points  $A$  et  $B$ .

3. On suppose que la résistance  $R$  diffère de cette valeur  $R_0$ . On note  $R_n$  la résistance des cellules  $n, n-1, \dots, R$  vues de l'entrée de la cellule  $n$ .

Établir une relation entre  $R_{n-1}$  et  $R_n$ .

4. Quelle est alors, dans ce dernier cas, la limite de la résistance équivalente vue de l'entrée si le nombre de cellules tend vers l'infini?

*Indication : quand  $n \rightarrow \infty$ , est-ce que cela change quelque chose d'ajouter une cellule à la ligne?*

## 5 — Conditionnement d'un signal [\*\*]

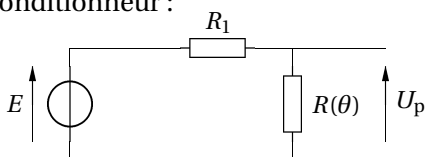
Une thermistance est un composant électronique dont la résistance électrique varie en fonction de la température  $\theta$ . Sur la plage de température considérée, la résistance est fonction affine de la température :

$$R(\theta) = R_0 [1 + \alpha(\theta - \theta_0)] .$$

Un conditionneur est un circuit qui convertit la grandeur caractéristique du capteur (ici sa résistance) en une tension électrique, facile à mesurer et à traiter. On cherche à réaliser un conditionneur :

- qui fournit une tension fonction affine de la température  $\theta$  ;
- qui soit sensible, c'est-à-dire qui permet de détecter une faible variation relative de température.

On utilise le montage potentiométrique suivant comme conditionneur :



1. Exprimer  $U_p$  en fonction de  $\theta$  et des autres paramètres du problème.

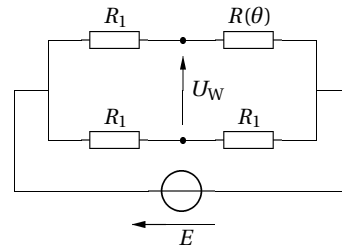
On utilise maintenant le montage du pont de Wheatstone comme conditionneur.

2. Exprimer la tension  $U_W$ . Pour quelle valeur de  $R_1$  a-t-on  $U_W(\theta_0) = 0$ ?

3. On souhaite comparer les deux conditionneurs. On donne  $R_0 = 100,0 \text{ k}\Omega$  pour  $\theta_0 = 0,0^\circ\text{C}$ , et  $\alpha = 4,0 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ . La valeur de  $R_1$  est celle déterminée à la question précédente. On prend  $E = 10 \text{ V}$ .

Discuter de la détection d'une variation de température de  $0^\circ\text{C}$  à  $1^\circ\text{C}$  avec les deux dispositifs.

À  $0^\circ\text{C}$ , quel est l'effet sur  $U$  d'une fluctuation de  $E$  de  $0,1 \text{ V}$ ?



## 6 — Gradateur [\*\*\*]

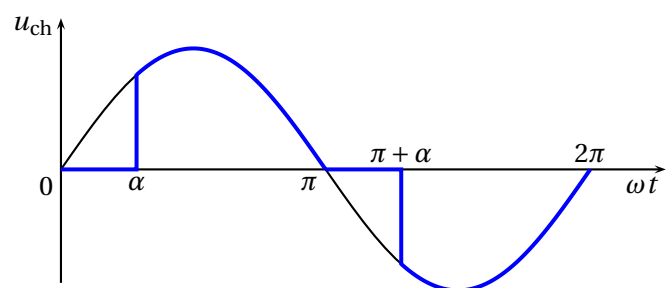
1. Définir la valeur moyenne  $V_{\text{moy}}$  et la valeur efficace  $V_{\text{eff}}$  d'un signal périodique.

Établir par le calcul la valeur moyenne et la valeur efficace d'un signal sinusoïdal d'amplitude  $A$  et de fréquence  $f$ .

Comment sont modifiées ces deux valeurs si on redresse ce même signal sinusoïdal (en prenant sa valeur absolue)? Comparer avec le signal sinusoïdal initial.

2. Les gradateurs sont des convertisseurs alternatif-alternatif dont la valeur efficace de la tension de sortie est réglable. Ils utilisent souvent des composants appelés triacs qui sont équivalents à un interrupteur ouvert ou fermé. Le gradateur découpe la tension sinusoïdale d'entrée d'amplitude  $A$  et de fréquence  $f$  de sorte que la charge  $u_{\text{ch}}$  ne reçoive qu'une partie des deux alternances.

Le « retard à l'amorçage » détermine l'angle  $\alpha$  (cf. figure).



Exprimer la valeur efficace  $V_{\text{eff,gr}}$  de la tension de sortie en fonction de  $A$  et  $\alpha$ .

3. La charge est une résistance  $R$ . Comment varie la puissance moyenne  $P$  dissipée dans la charge en fonction de l'angle  $\alpha$ ? Serait-il possible de linéariser  $P(\alpha)$  sous la forme

$$P(\alpha) = a\alpha + b$$

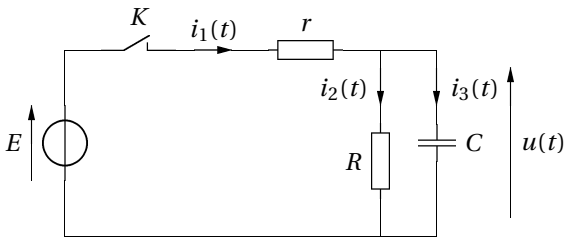
pour une commande de puissance « simpliste »?

## ~~~~~ Régimes transitoires ~~~~~

### 7 — Circuit du 1<sup>er</sup> ordre

[\*]

Le condensateur est initialement déchargé. À  $t = 0$ , on ferme l'interrupteur  $K$ .



1. Déterminer toutes les grandeurs électriques du circuit juste après la fermeture de l'interrupteur (à  $t = 0^+$ ).
2. Déterminer toutes les grandeurs électriques du circuit en régime permanent (à  $t \rightarrow \infty$ ).
3. Établir et résoudre l'équation différentielle vérifiée par la tension  $u(t)$ . On exprimera la constante de temps du circuit.

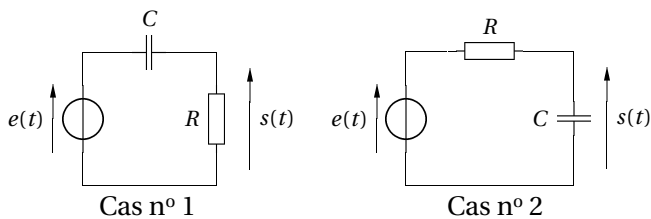
On pourra vérifier la pertinence du résultat en considérant le cas limite  $R \rightarrow \infty$ .

### 8 — Réponse indicielle

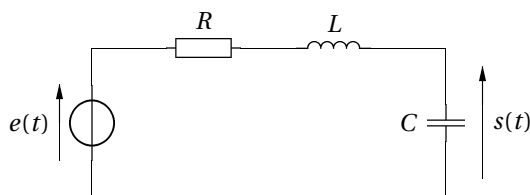
[\*]

La réponse indicielle d'un système est la réponse à un échelon :  $e(t) = \begin{cases} 0 & \text{pour } t < 0 \\ E & \text{pour } t \geq 0 \end{cases}$ .

1. Le condensateur est initialement déchargé. Pour chacun des deux circuits suivants, déterminer la réponse indicielle, représenter  $s(t)$ .



Le condensateur étant initialement déchargé, on étudie la réponse indicielle du circuit suivant :



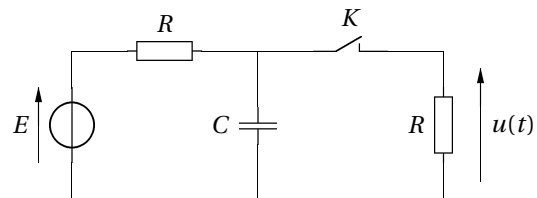
2. Établir l'équation différentielle reliant  $s(t)$  et  $e(t)$  :  
— directement ;  
— à partir de la fonction de transfert  $H(j\omega)$ .

3. En faisant apparaître trois types de régime, donner l'allure de la réponse impulsionnelle  $s(t)$  dans chaque cas. On ne cherchera pas à déterminer complètement la solution.

### 9 — Circuit RC à deux mailles

[\*]

Le condensateur étant chargé, on ferme l'interrupteur  $K$  à l'instant  $t = 0$ .

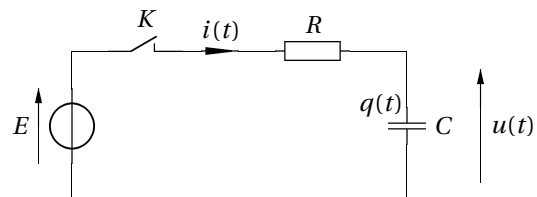


Déterminer l'expression de  $u(t)$  et tracer le graphe de son évolution.

### 10 — Étude énergétique de la charge d'un condensateur

[\*]

Le condensateur est initialement déchargé. À l'instant  $t = 0$ , on ferme l'interrupteur  $K$ .

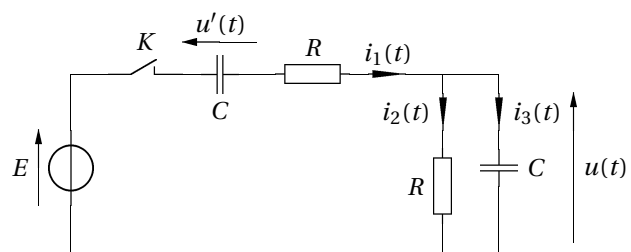


1. Déterminer l'évolution de l'énergie emmagasinée dans le circuit RC. Donner son expression en régime établi.
2. Déterminer l'énergie fournie par le générateur au circuit jusqu'à l'instant  $t$ . Donner sa valeur en régime établi. Que constate-t-on ?
3. Définir et déterminer le rendement énergétique de la charge du condensateur. Qu'est devenue l'énergie « perdue » ?

### 11 — Pont de Wien

[\*\*]

On considère le circuit ci-dessous. Les condensateur étant déchargés et les intensités nulles, on ferme l'interrupteur  $K$  à  $t = 0$ .

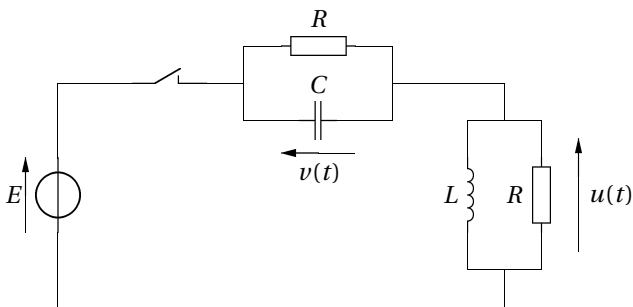


1. Déterminer toutes les grandeurs électriques du circuit juste après la fermeture de l'interrupteur.
2. Déterminer toutes les grandeurs électriques en régime permanent.
3. Établir l'équation différentielle en  $u(t)$ . Quel est l'ordre du circuit?
4. La nature du régime observé dépend-elle des valeurs de  $R$  et  $C$ ?
5. Déterminer l'expression de  $u(t)$  pour  $R = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$  et  $E = 10 \text{ V}$ , et représenter son évolution.

## 12 — Réponse d'un circuit

[\*\*]

Aux temps négatifs, l'interrupteur est ouvert, on suppose le régime permanent atteint et le condensateur est déchargé. À  $t = 0$ , on ferme l'interrupteur

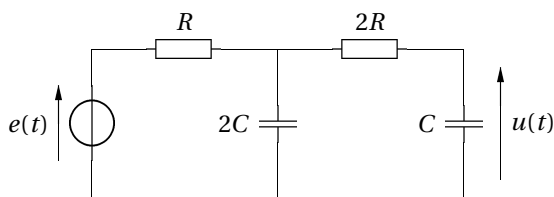


1. Déterminer les conditions initiales sur  $u$ ,  $v$  et leurs dérivées.
2. Déterminer les équations différentielles vérifiées par  $u(t)$  et  $v(t)$ . On introduira les grandeurs caractéristiques  $\omega_0$  et  $Q$ .
3. On suppose  $Q \gg 1$ . Trouver la loi vérifiée par  $v(t)$  en fonction des paramètres  $E$ ,  $R$ ,  $L$  et  $C$ .
4. Quel est le maximum de  $v(t)$ ?

## 13 — Équation différentielle d'un système

[\*\*]

On considère le circuit suivant :

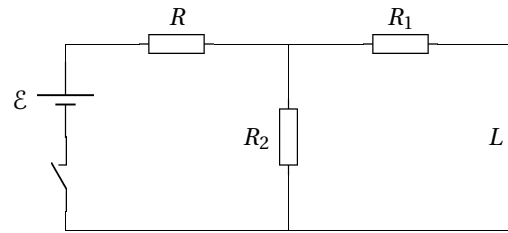


Établir l'équation différentielle reliant  $u(t)$  à  $e(t)$ .  
On posera  $\tau = RC$ .  
Quelle est la nature du régime?

## 14 — Inductance

[\*\*]

Dans le circuit représenté ci-après, on connaît les valeurs des résistances  $R = 2,5 \text{ k}\Omega$  et  $R_2 = 2R$ . La résistance  $R_1$ , la force électromotrice  $\mathcal{E}$  ainsi que l'inductance  $L$  sont inconnues. Tant que l'interrupteur est ouvert, le courant dans le circuit est nul.



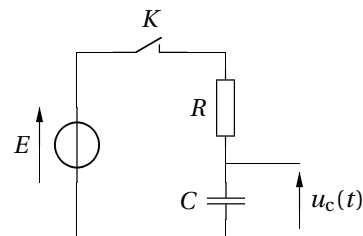
Lorsque l'on ferme l'interrupteur, le courant instantané fourni par le générateur est  $I_0 = 5 \text{ mA}$ , puis à l'état d'équilibre, il augmente à  $I_1 = 9 \text{ mA}$ .

1. Déterminer la valeur des grandeurs pouvant l'être à la suite de ces deux mesures.
2. À la réouverture de l'interrupteur, on mesure l'énergie  $E = 0,040 \text{ }\mu\text{J}$  dissipée par la résistance  $R_1$ . En déduire la valeur de la dernière inconnue.
3. Est-il possible qu'à la réouverture de l'interrupteur, la différence de potentiel aux bornes de la bobine soit plus grande que la force électromotrice du générateur?

## 15 — Perturbation d'une mesure

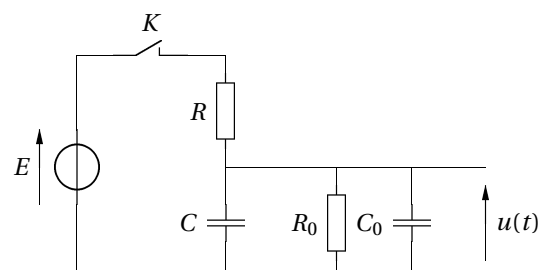
[\*\*]

On considère le circuit suivant.



À l'instant  $t = 0$ , on ferme l'interrupteur  $K$ , le condensateur étant déchargé.

1. Exprimer et représenter  $u_c(t)$  en fonction de  $t$ .  
On mettra en évidence une constante de temps  $\tau$  et une valeur maximale  $U_{c,\text{max}}$ .  
On désire visualiser  $u_c$  sur un oscilloscope. L'entrée de l'oscilloscope se comporte comme un condensateur de capacité  $C_0 = 30 \text{ pF}$  en parallèle avec un conducteur de résistance  $R_0 = 1 \text{ M}\Omega$ . On visualise à l'oscilloscope à tension  $u(t)$ .



Les conditions initiales sont les mêmes qu'à la question précédente.

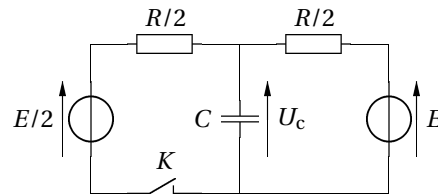
2. Exprimer la nouvelle constante de temps  $\tau'$  et la valeur maximale  $U_{\max}$  de la tension  $u(t)$ .

3. On cherche les conditions pour lesquelles l'enregistrement de  $u(t)$  sera pratiquement celui de  $u_c(t)$ .

3.a) Calculer littéralement l'erreur relative sur la tension maximale :

$$\Delta r_u = \left| \frac{U_{\max} - U_{c,\max}}{U_{c,\max}} \right|.$$

3.b) En déduire une inégalité sur  $R$  pour que l'erreur relative soit inférieure à 1 %.



1. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par  $U_c(t)$ .

2. Déterminer l'expression de  $U_c(t)$ .

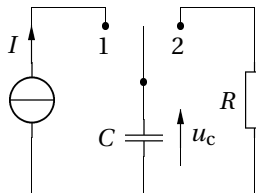
3. Déterminer la durée  $\tau$  nécessaire pour que  $U_c$  ait atteint sa valeur finale à 1 % près.

4. Déterminer alors l'énergie perdue pendant cette durée  $\tau$ .

## 16 — Charge et décharge d'un super-condensateur [\*\*]

Les super-condensateurs remplacent avantageusement les batteries rechargeables dans des applications de faible consommation telles que l'éclairage arrière d'une bicyclette.

On dispose d'un super-condensateur (de valeur typiquement supérieure voir très supérieure à 1 F) de valeur 1,80 kF, qui n'a jamais été utilisé, et que l'on souhaite tester avec le montage suivant.



La résistance  $R = 20,0 \, \Omega$  modélise un circuit d'éclairage à LED qui restera allumée tant que  $u_c(t) > 1,50 \, \text{V}$ .

1. À l'instant  $t = 0$ , on place l'interrupteur en position 1. Le générateur de courant permet de délivrer une intensité constante  $I = 100 \, \text{A}$ . Comment évolue la tension  $u_c(t)$ ? À quel instant  $t_1$  cette tension atteint-elle la valeur  $U_{c,1} = 2,00 \, \text{V}$ ?

2. À cet instant  $t_1$ , on place l'interrupteur sur la position 2. Quelle est la nouvelle loi d'évolution de cette même tension  $u_c(t)$ ? À partir de quel instant  $t_2$  la LED pourrait-elle s'éteindre? Que vaut la puissance moyenne  $P_R$  dissipée dans cette résistance entre  $t_1$  et  $t_2$ ? Faire les applications numériques.

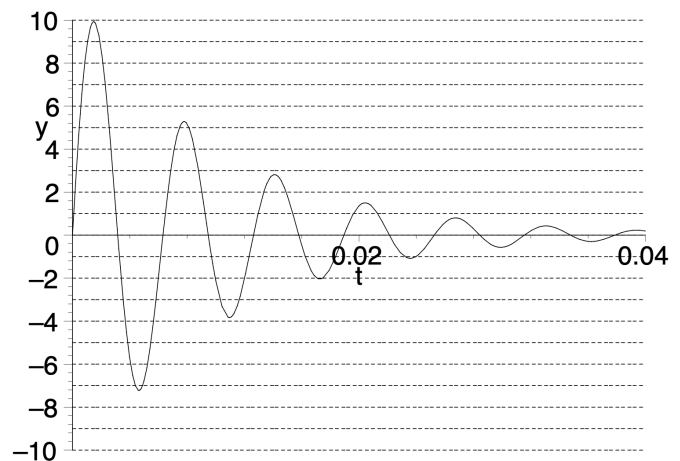
## 17 — Régime transitoire [\*\*]

À  $t = 0$ , on ferme l'interrupteur alors qu'il était ouvert depuis longtemps.

## 18 — Décrément logarithmique [\*\*]

On considère un circuit  $RLC$  série, soumis à un échelon de tension :  $e(t) = 0$  pour  $t < 0$  et  $e(t) = E$  pour  $t \geq 0$ . Le condensateur est initialement déchargé.

L'évolution de la tension  $u(t)$  aux bornes d'un dipôle est donnée ci-dessous.



1. La tension  $u(t)$  représentée peut-elle être la tension aux bornes du condensateur? De la bobine? De la résistance?

2. En considérant que  $u(t)$  est la tension aux bornes de la résistance, déterminer l'équation différentielle vérifiée par  $u(t)$ , et l'écrire sous la forme canonique en faisant apparaître le facteur de qualité  $Q$  et la pulsation propre  $\omega_0$ .

3. Dans quel cas le régime est-il pseudo-périodique? On se place dans ce cas pour la suite.

Écrire la forme générale de la solution.

4. On définit le décrément logarithmique par

$$\delta = \ln \left( \frac{u(t)}{u(t+T)} \right)$$

où  $T$  est la pseudo-période des oscillations.

Montrer que

$$\delta = \frac{1}{n} \ln \left( \frac{u(t)}{u(t+nT)} \right),$$

où  $n$  est entier. Quel est l'intérêt de cette relation ?

5. Déterminer l'expression du décrement  $\delta$  en fonction du facteur de qualité  $Q$  du circuit.

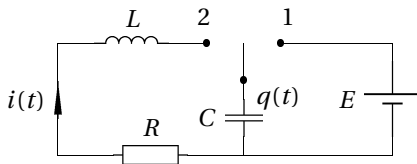
6. En déduire une estimation du facteur de qualité du circuit d'après le graphe de  $u(t)$ .

## 19 — Circuit peu amorti

[\*\*]

On considère le circuit  $RLC$  ci-dessous, avec  $L = 44,0$  mH et  $C = 470$  nF.

L'interrupteur étant dans la position 1 depuis suffisamment longtemps que pour l'on soit en régime établi, on le bascule à l'instant  $t = 0$  en position 2.



1. Devant quelle grandeur  $R$  doit-elle être faible pour que l'on puisse considérer le circuit comme faiblement amorti ?

2. Déterminer littéralement  $q(t)$  et  $i(t)$  en effectuant les approximations qui conviennent dans le cas où  $Q \gg 1$ .

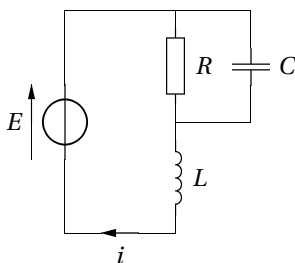
3. Proposer un montage pour visualiser ces deux grandeurs à l'oscilloscope.

Qu'observe-t-on alors en se plaçant en mode  $XY$  ?

## 20 — Réponse d'un circuit

[\*\*]

On considère le circuit suivant, où le générateur passe de 0 à  $E$  à l'instant  $t = 0$ .



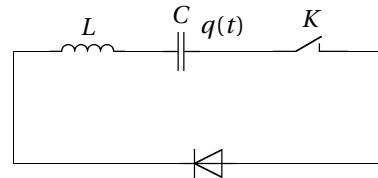
1. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par  $i$ .

2. Déterminer l'expression du facteur de qualité  $Q$  et de la pulsation propre  $\omega_0$ .

3. Déterminer l'expression de  $i$  une fois le régime permanent atteint.

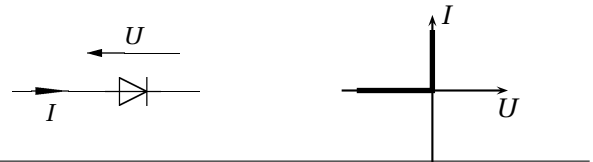
## 21 — Circuit non linéaire

[\*\*\*]



La diode est idéale. Initialement le condensateur est chargé, avec  $q(0) = q_0$ , et aucun courant ne circule. Déterminer  $q(t)$  et donner sa représentation graphique.

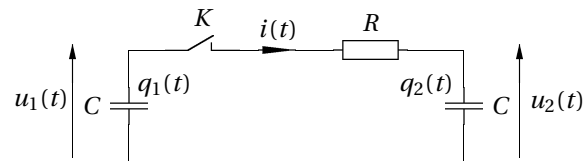
On donne la caractéristique de la diode :



## 22 — Deux condensateurs

[\*\*\*]

Le condensateur de gauche porte initialement la charge  $Q$  tandis que celui de droite est déchargé. À l'instant  $t = 0$ , on ferme l'interrupteur  $K$ .



1. Que peut-on dire de la charge électrique totale portée par les deux condensateurs ? En déduire une relation simple entre  $q_1(t)$  et  $q_2(t)$ .

2. Établir et résoudre l'équation différentielle vérifiée par  $q_1(t)$ .

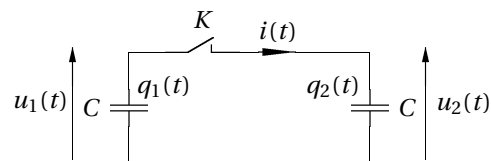
3. En déduire  $q_2(t)$  et tracer l'évolution de  $q_1(t)$  et  $q_2(t)$  sur le même graphique.

4. Déterminer l'énergie initialement emmagasinée dans le circuit, puis l'énergie emmagasinée quand  $t \rightarrow \infty$ .

Où est passée la différence ? Vérifier votre hypothèse par le calcul.

Quelle remarque peut-on faire ?

5. On considère maintenant le cas suivant, avec les mêmes conditions initiales :



Peut-on résoudre ce problème ? Comment « s'en sortir » ?

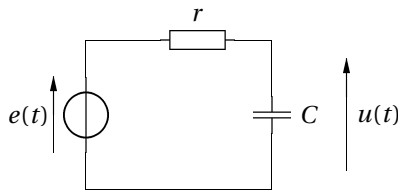
## ~~~~~ Régime harmonique, filtrage ~~~~~

### 23 — Circuit en régime harmonique

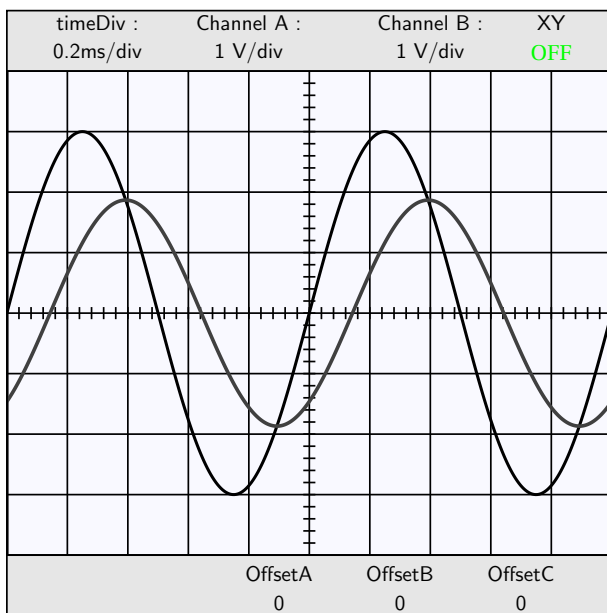
### [\*] 25 — Filtre linéaire

[\*]

On donne le circuit suivant, alimenté par la tension  $e(t) = E \cos(2\pi f t)$ , avec  $R = 1 \text{ k}\Omega$ .



On donne l'oscillogramme des tensions  $e(t)$  et  $u(t)$ .

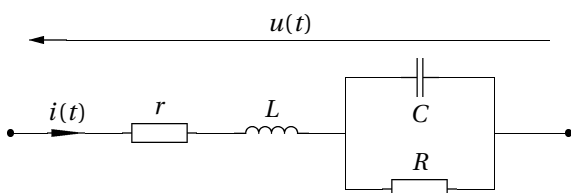


Estimer les valeurs numériques de  $E$ ,  $f$  et  $C$ .

### 24 — Impédance

[\*]

On donne le dipôle suivant :



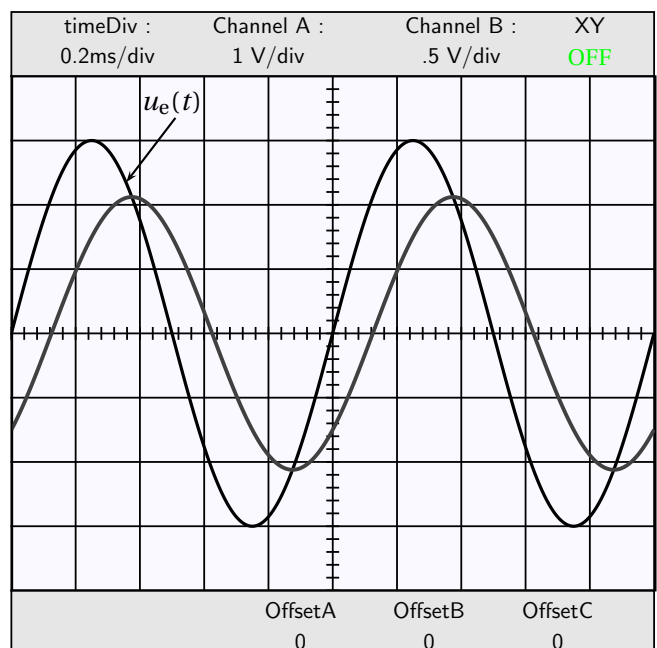
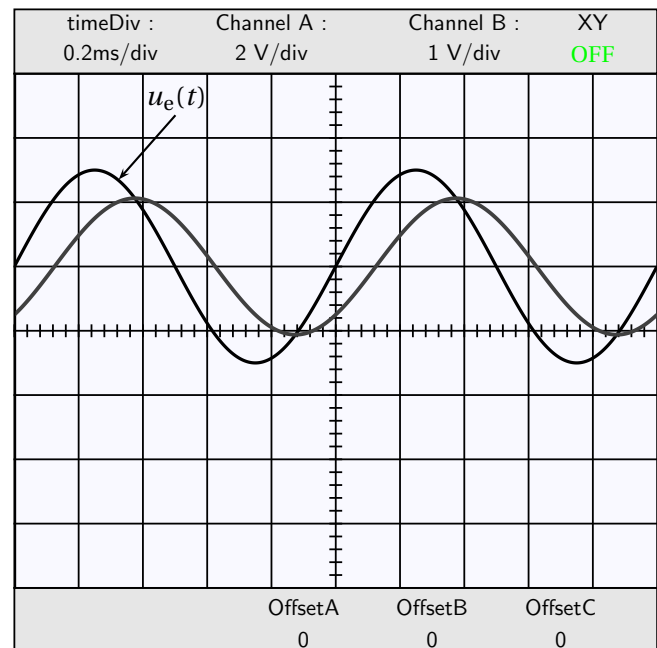
On se place en régime harmonique.

1. Trouver une condition sur  $R$  pour que  $u(t)$  et  $i(t)$  soient en phase.
2. Exprimer alors l'impédance  $\underline{Z}$  du dipôle indépendamment de  $\omega$ .
3. On donne  $L = 10 \text{ mH}$  et  $C = 10 \text{ nF}$ . Calculer  $\omega_{\max}$  et  $R_{\min}$ , valeur minimale de  $R$ , telles que le dipôle fonctionne.

On considère un filtre dont la fonction de transfert est de la forme

$$\underline{H}(jx) = \frac{H_0}{1 + jx} \quad \text{avec} \quad x = f/f_0.$$

On observe à l'oscilloscope les tensions indiquées sur la figure de gauche.



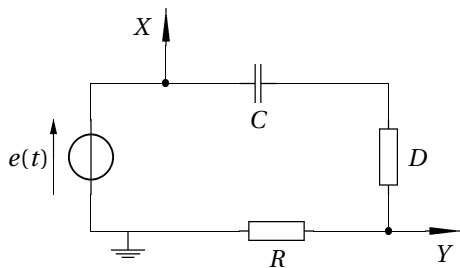
1. Quels ont été les réglages modifiés sur l'oscilloscope afin d'observer la figure de droite?
2. Déterminer les caractéristiques  $H_0$  et  $f_0$  du filtre.

3. Proposer une réalisation pratique de ce filtre, en précisant les valeurs des composants choisies.
4. Quelle devrait être la fréquence  $f$  de la tension d'entrée  $u_e(t) = U_0 + U_1 \cos(2\pi f t)$  pour que l'amplitude des variations de la tension de sortie soit atténuée de 50 dB?

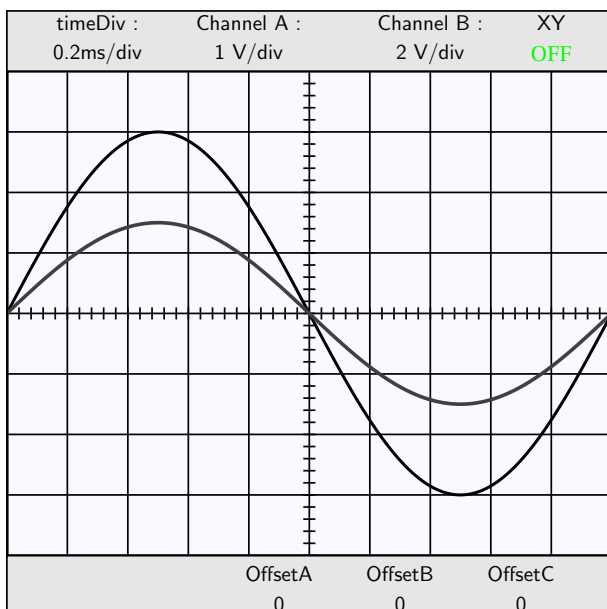
## 26 — Dipôle à identifier

[\*]

On considère le montage suivant, où  $D$  est un dipôle inconnu. On donne  $C = 1,0 \mu\text{F}$ .



On relève à l'oscilloscope les tensions en X et en Y :



Déterminer si  $D$  est une résistance (notée  $r$ ) ou une bobine (d'inductance  $L$ ).

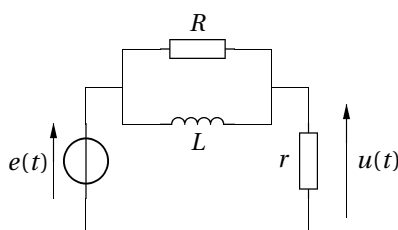
Selon la réponse précédente, déterminer la valeur de  $r$  ou de  $L$ .

Identifier les deux courbes : laquelle correspond à la voie X (« channel A »), laquelle à la voie Y (« channel B »)?

## 27 — Circuit du premier ordre

[\*]

On donne le circuit suivant :



1. Montrer que la fonction de transfert de ce circuit s'écrit

$$\underline{H}(j\omega) = H_0 \frac{1 + j\frac{\omega}{\omega_1}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_2}},$$

où  $H_0$ ,  $\omega_1$  et  $\omega_2$  sont des constantes que l'on exprimera en fonction des données du circuit.

2. On note

$$\underline{H} = H_0 \cdot \underline{H}_1 \cdot \underline{H}_2 \quad \text{avec} \quad \underline{H}_1 = 1 + j\frac{\omega}{\omega_1} \quad \text{et} \quad \underline{H}_2 = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_2}}.$$

Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques en gain de chacun de ces termes.

3. En déduire le diagramme de Bode asymptotique en gain du montage.

4. En déduire l'équation différentielle reliant  $u(t)$  à  $e(t)$ .

5. À  $t = 0$ , aucun courant ne circule dans le circuit, on applique la tension  $e(t) = E$ . Déterminer l'évolution de la tension  $u(t)$ .

## 28 — Détermination des caractéristiques d'un circuit

[\*]

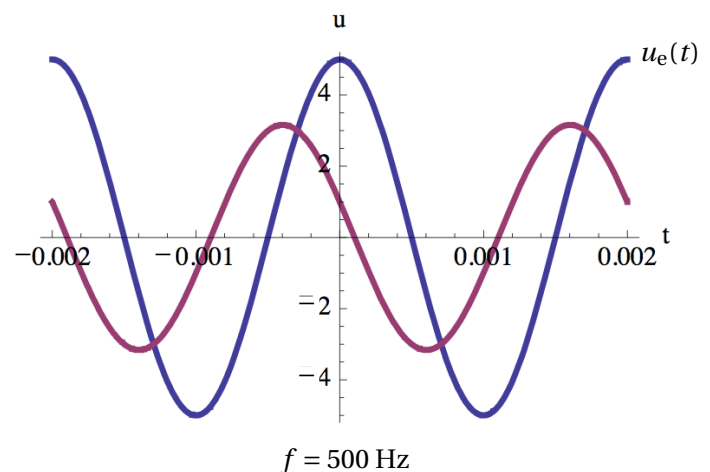
Un circuit est alimenté par la tension sinusoïdale  $u_e(t) = U_e \cos(2\pi f t)$ .

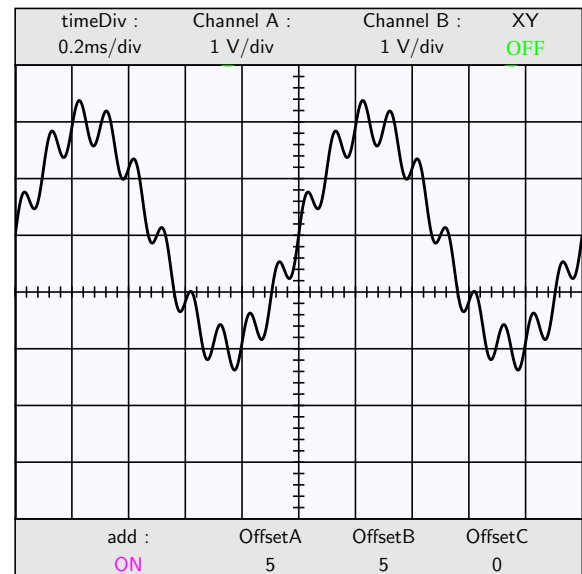
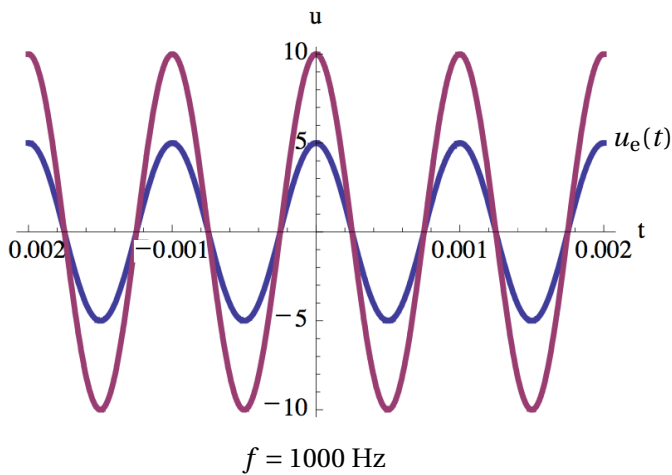
On prélève aux bornes d'un élément de ce circuit la tension  $u(t)$  dont l'amplitude complexe est reliée à celle de la tension d'entrée selon

$$\underline{U} = \frac{H_0}{1 + jQ(x - 1/x)} \underline{U}_e \quad \text{avec} \quad x = \frac{f}{f_0}.$$

1. Établir l'équation différentielle reliant les tensions  $u_e(t)$  et  $u(t)$ .

2. On observe à l'oscilloscope les courbes suivantes (la tension  $u_e(t)$  est en bleu) :



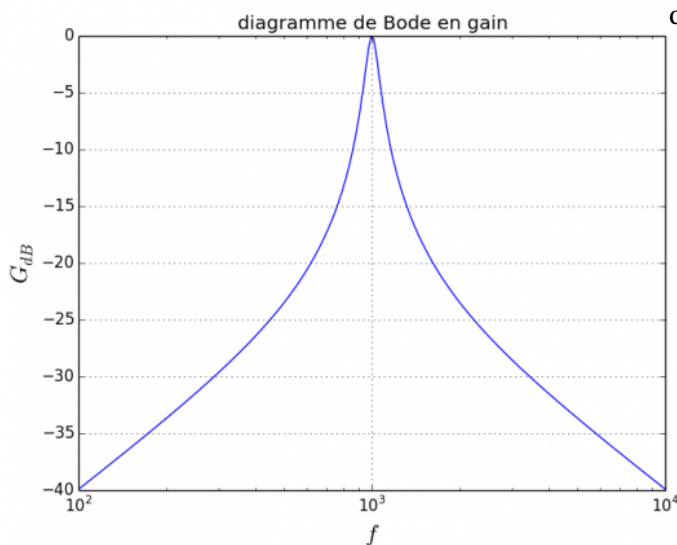


Déterminer les valeurs de  $H_0$ ,  $f_0$  et  $Q$ .

## 29 — Étude d'un filtre

[\*\*]

On donne le diagramme de Bode en gain suivant :



1. Quelle est la nature du filtre?

Il s'agit d'un filtre du second ordre, dont la fonction de transfert est de la forme  $H(jf) = \frac{H_0}{1 + jQ\left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}\right)}$ .

Déterminer  $H_0$  et  $f_0$ .

2. Comment s'écrit le gain  $G(f)$ ? Déterminer le facteur de qualité  $Q$  du filtre (on retiendra une valeur entière).

3. Donner l'allure du signal de sortie, le signal d'entrée étant :

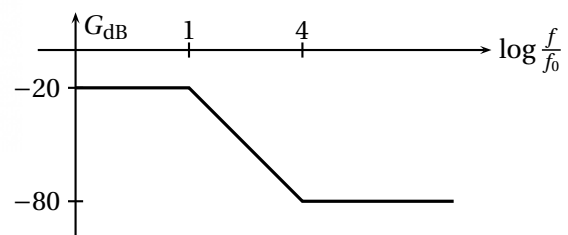
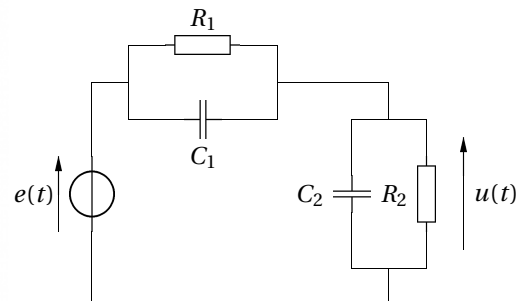
4. On réalise ce filtre à l'aide d'un circuit  $RLC$  série. Aux bornes de quel dipôle doit-on mesurer la tension pour avoir le comportement souhaité?

Le condensateur ayant une capacité  $C = 1 \mu\text{F}$ , déterminer les valeurs de  $L$  et  $R$  correspondant à ce filtre.

## 30 — Étude d'un filtre

[\*\*]

On donne le circuit suivant et le diagramme de Bode correspondant. On fixe  $f_0 = 10 \text{ Hz}$ .



1. On donne  $R_1 = 90 \text{ k}\Omega$  et  $C_1 = 10 \text{ nF}$ . En utilisant le comportement du filtre en basse fréquence et en haute fréquence, déterminer  $R_2$  et  $C_2$ .

2. Quel est le comportement du filtre dans l'intervalle  $[100 \text{ Hz}; 100 \text{ kHz}]$ ?

3. On envoie en entrée un signal de fréquence 1 kHz constitué des deux premiers harmoniques de rang pair et d'amplitudes respectives 6 V et 4 V. Quel est le signal en sortie?

4. On donne cette fois

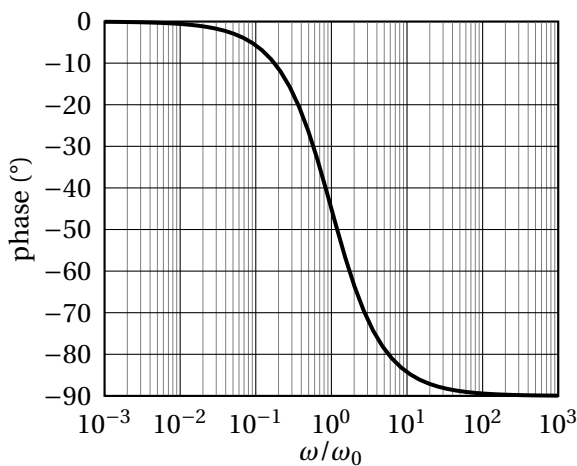
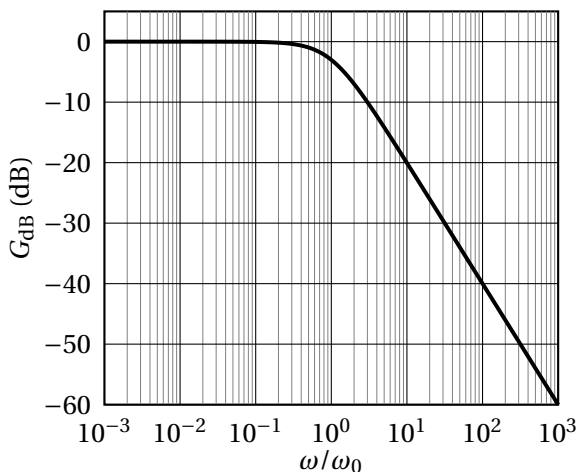
$$e(t) = 10 \cos(2\pi f_1 t) + 10 \cos(2\pi f_2 t)$$

avec  $f_1 = 10$  Hz et  $f_2 = 100$  kHz. Donner le signal en sortie.

### 31 — Étude d'un filtre

[\*\*]

Considérons un filtre dont le diagramme de Bode est donné ci-après :



1. Identifier la nature et l'ordre du filtre.
2. On envoie en entrée du filtre le signal

$$e(t) = E_1 \cos(\omega_1 t) + E_2 \cos(\omega_2 t) + E_3 \cos(\omega_3 t)$$

avec  $\omega_1 = \frac{\omega_0}{100}$ ,  $\omega_2 = \omega_0$  et  $\omega_3 = 100\omega_0$ .

Donner le signal de sortie.

3. On envoie un signal créneau de pulsation  $\frac{\omega_0}{1000}$ . Prévoir qualitativement l'allure et l'amplitude du signal de sortie.
4. Même question si le signal a une pulsation  $100\omega_0$ .

### 32 — Filtrage d'un signal composé

[\*\*]

On dispose de la tension

$$u_e(t) = U + u_1(t) + u_2(t)$$

avec

$$U = 5,0 \text{ V}; u_1(t) = 3,4 \cos(2\pi f t); u_2(t) = -0,7 \cos(4\pi f t).$$

On se place à la fréquence  $f = 1000$  Hz.

1. Dessiner le spectre fréquentiel de  $u_e(t)$ .

On applique la tension  $u_e(t)$  à l'entrée d'un filtre capacitif d'ordre 1 ( $C = 1 \mu\text{F}$ ).

À la sortie du filtre, on désire obtenir une tension  $u_s$  continue, avec un taux d'ondulation inférieur à 5 %.

Le taux d'ondulation est défini comme le rapport de la tension crête à crête de la composante fondamentale de  $u_s$  et de la valeur moyenne de  $u_s$ .

2. Faire un schéma du montage.

3. Calculer littéralement puis numériquement les grandeurs caractéristiques des composants de ce filtre.

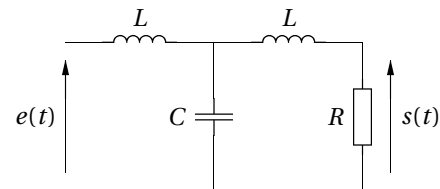
### 33 — Fonction retard

[\*\*]

On appelle fonction retard la fonction qui, à tout signal d'entrée  $e(t)$ , associe le signal de sortie  $s(t) = e(t - \tau)$  où  $\tau$  est le retard introduit.

1. Donner la fonction de transfert  $\underline{H}_0(j\omega)$  associée à un quadripôle réalisant cette fonction retard.

On se propose de réaliser la fonction retard avec la cellule suivante :



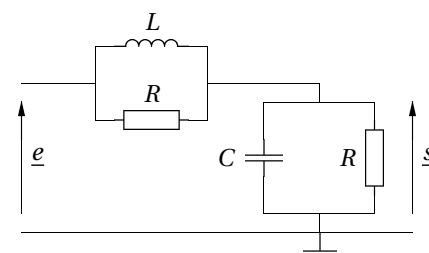
2. Exprimer la fonction de transfert  $\underline{H}(j\omega)$  sous la forme de l'inverse d'un polynôme en puissance de  $(j\omega)$ .
3. Pour les faibles fréquences, en identifiant les développements de  $\underline{H}_0(j\omega)$  et  $\underline{H}(j\omega)$  à l'ordre 2, montrer que le filtre peut réaliser la fonction retard à une condition sur le choix de  $R$ .

Quel est le retard  $\tau$  ?

### 34 — Étude d'un filtre

[\*\*]

1. Prévoir, sans calcul, la nature du filtre représenté ci-dessous.



## 2. Mettre la fonction de transfert sous la forme

$$\underline{H}(jx) = \frac{1+jax}{1-x^2+jbx} \quad \text{où} \quad x = \frac{\omega}{\omega_0}.$$

Donner  $\omega_0$ ,  $a$  et  $b$  en fonction de  $R$ ,  $L$  et  $C$ .

Exprimer  $G_{dB}(x)$  et  $\varphi(x)$ .

Déterminer les asymptotes.

3. On impose en entrée un créneau d'amplitude  $E$  dont la décomposition en série de Fourier s'écrit

$$e(t) = \frac{E}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} b_n \sin(n\omega t)$$

avec

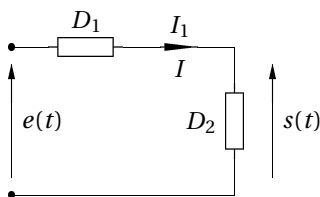
$$b_{2p} = 0 \quad \text{et} \quad b_{2p+1} = \frac{4E}{(2p+1)\pi}.$$

Déterminer  $s(t)$  pour  $\omega \ll \omega_0$  et  $\omega \gg \omega_0$ .

## 35 — Éléments d'un filtre

[\*\*]

Avec un résistor de résistance  $R$ , une bobine d'inductance  $L$  et un condensateur de capacité  $C$ , on réalise deux dipôles  $D_1$  et  $D_2$ .



Quand  $e(t)$  est sinusoïdale, on obtient un filtre passe-bande de fréquence de résonance  $f_0 = 1$  kHz et de bande passante  $\Delta f = 200$  Hz.

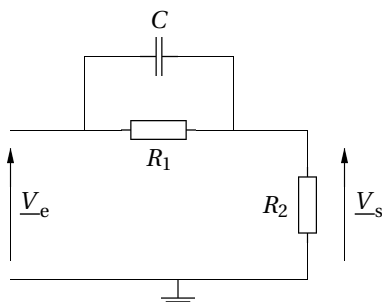
En régime continu, quand  $e(t) = 3,0$  V, on mesure  $i(t) = 1,0$  mA.

Déterminer la structure des dipôles et la valeur des composants.

## 36 — Étude d'un filtre

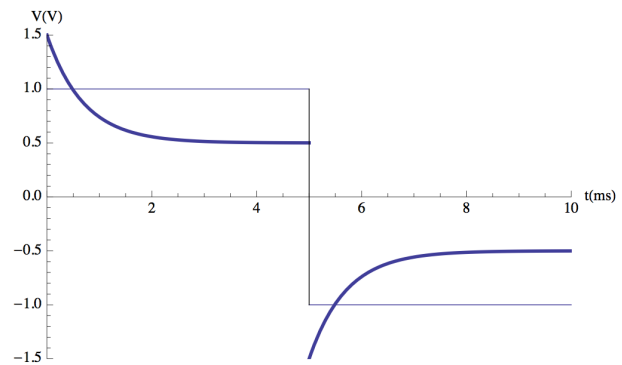
[\*\*]

On considère le filtre suivant :



1. Effectuer l'étude asymptotique de ce montage.
2. Établir sa fonction de transfert. On fera apparaître deux pulsations  $\omega_1$  et  $\omega_2$ .
3. Tracer le diagramme de Bode asymptotique.

## 4. On donne la réponse du filtre à un signal carré :

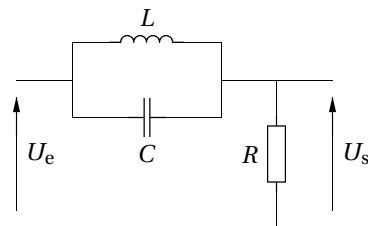


Sachant que  $R_1 = 10$  k $\Omega$ , déterminer  $R_2$  et  $C$ .

## 37 — Filtrage de parasites

[\*\*]

Quand on réalise un dispositif électronique, la fréquence du réseau d'alimentation EDF (50 Hz) parasite les tensions traitées. Cette fréquence étant audible, elle est gênante. On réalise alors le circuit suivant que l'on implante dans le circuit total.



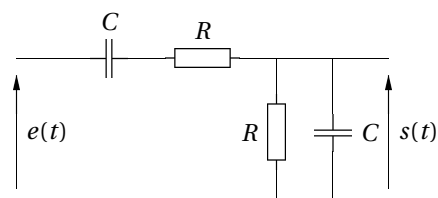
On prend  $L = 200$  mH. La tension d'entrée est la somme de la tension utile dont le spectre s'étend de 0 à 20 kHz et de la tension parasite composée d'une seule raie à 50 Hz.

1. Montrer, par une analyse du circuit, qu'il ne s'agit pas d'un filtre passe-haut, passe-bas ou passe-bande. Calculer sa fonction de transfert à la pulsation  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ .
2. Pourquoi, et à quelle condition sur  $C$ , ce filtre permettra-t-il de résoudre le problème rencontré?
3. Comment choisir la résistance parmi les valeurs 5  $\Omega$  et 50 k $\Omega$ ?

## 38 — Étude d'un filtre

[\*\*]

On considère le filtre suivant :



1. Déterminer sa fonction de transfert et tracer le diagramme de Bode.

On prend en entrée un signal triangulaire de fréquence 100 kHz.

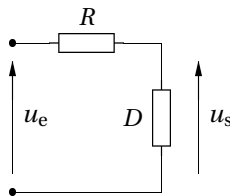
2. Comment choisir  $R$  et  $C$  pour obtenir une sinusoïde de fréquence 300 kHz?

3. Comment choisir  $R$  et  $C$  pour obtenir un signal créneau de fréquence 100 kHz?

### 39 — Effet d'un filtre

[\*\*\*]

Dans le circuit suivant,  $D$  est composé d'une bobine idéale pour laquelle  $L = 50$  mH et d'un condensateur idéal de capacité  $C$ .



1. Déterminer  $D$  pour que le montage soit un filtre passe-bande.

2. Déterminer la fonction de transfert du montage.

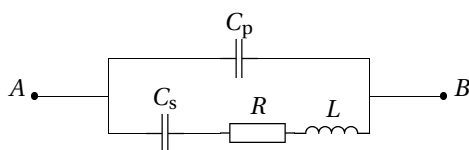
3. On applique  $u_e(t) = e_0 \cos(\omega_1 t) \cos(\omega_2 t)$ , où  $\omega_1$  et  $\omega_2$  sont *a priori* inconnues. En jouant sur les valeurs de  $R$  et  $C$ , on obtient en sortie, au cours de deux expériences (a) et (b), des sinusoïdes simples de périodes respectives  $T_a = 13,33$  ms et  $T_b = 964$   $\mu$ s. Expliquer le principe de fonctionnement et déterminer  $f_1$  et  $f_2$ .

4. Donner la plage de valeurs des variations de  $C$ ; quel rôle joue  $R$ ? Déterminer  $R$  pour chaque expérience, pour que la sinusoïde représente 99 % du signal de sortie.

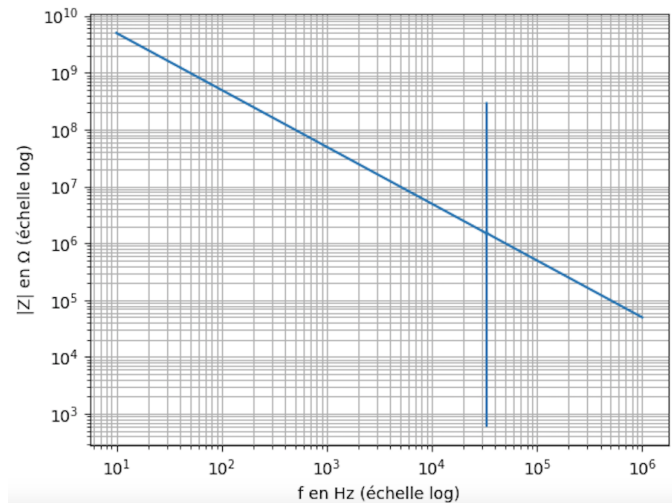
### 40 — Impédance d'un quartz

[\*\*\*]

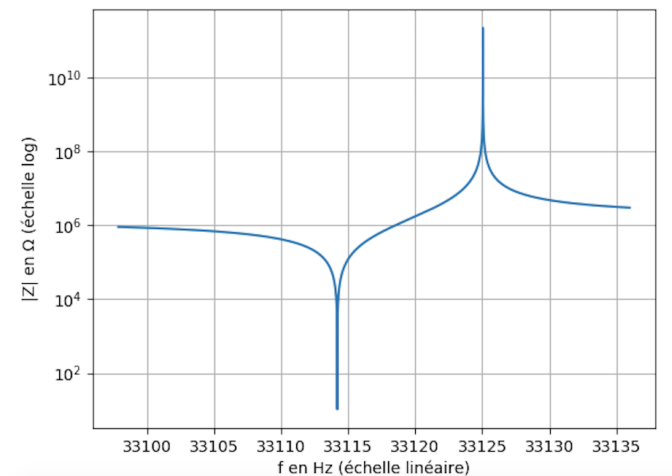
On étudie les propriétés électriques d'un quartz piézoélectrique, que l'on peut modéliser par le dipôle AB suivant :



On note  $\underline{Z}$  l'impédance complexe de ce dipôle, et on donne le graphe représentant le module de l'impédance de ce dipôle en fonction de la fréquence :



On a effectué un « zoom » sur une petite portion de la courbe qui donne la figure suivante (attention l'échelle des fréquences est maintenant linéaire) :



La résistance ayant une valeur négligeable, on considérera  $R = 0$ .

1. En faisant une étude de ce système dans la limite des basses et des hautes fréquences, montrer que  $C_p \gg C_s$ .

2. Déterminer la valeur de  $C_p$ .

3. Déterminer l'expression de l'admittance  $\underline{Y}$  du dipôle AB.

4. Montrer qu'il existe deux valeurs particulières de la fréquence :

- une fréquence de résonance  $f_r$  pour laquelle  $|\underline{Y}| \rightarrow \infty$ ;
- une fréquence d'anti-résonance  $f_a$  pour laquelle  $|\underline{Y}| \rightarrow 0$ .

5. Déterminer alors les valeurs de  $C_s$  et  $L$ .

## 41 — Étude d'un circuit

[\*\*\*]

On dispose de quatre dipôles : une bobine d'inductance  $L$  et de résistance négligeable, un condensateur parfait de capacité  $C$  et deux conducteurs ohmiques identiques de résistance  $R$ .

Dans un premier circuit, le circuit A, la bobine, un conducteur ohmique et le condensateur ont été branchés en série sur un générateur basse fréquence (G.B.F.) de résistance interne  $R_g$  délivrant une tension sinusoïdale de fréquence  $f$  et d'amplitude  $E$ .

Un deuxième circuit, le circuit B, reprend la même structure que le circuit A, les dipôles étant cette fois-ci la bobine, le condensateur et un troisième dipôle formé des deux conducteurs ohmiques branchés en parallèle.

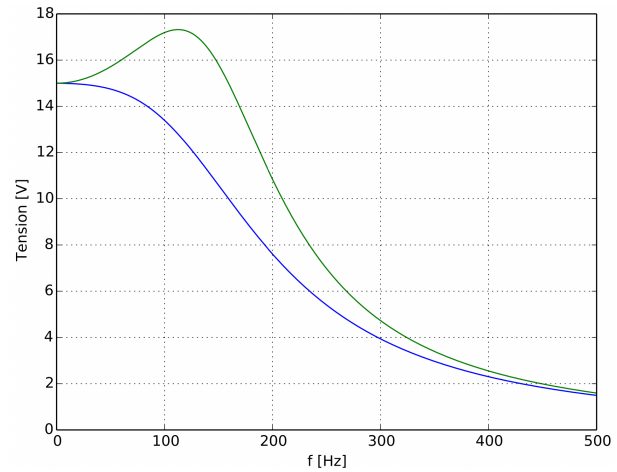
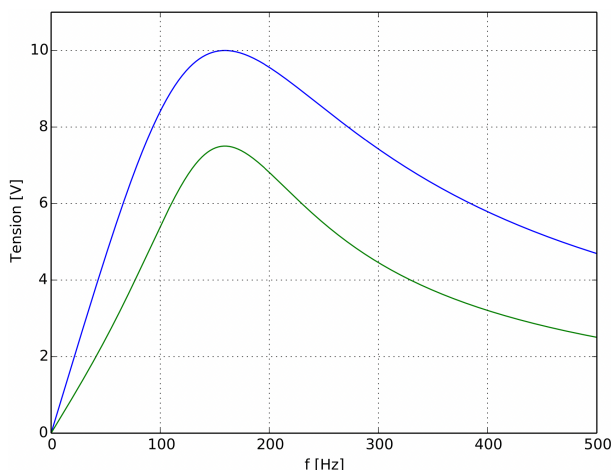
Pour le circuit A, on a effectué une série de mesures d'amplitude de tension à différentes fréquences. On a ainsi relevé une première amplitude aux bornes d'un premier dipôle, puis une deuxième aux bornes d'un deuxième dipôle.

On a procédé de même pour le circuit B.

L'intensité maximale détectée dans le circuit A est de 100 mA.

Les quatre amplitudes de tensions ainsi relevées sont représentées sur les deux figures suivantes.

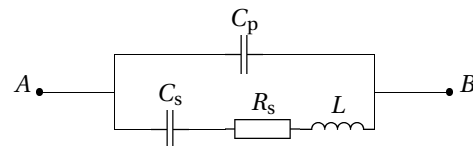
1. Associer à chacune de ces courbes le bon dipôle et le bon circuit.
2. Déterminer les valeurs de  $E$ ,  $R_g$ ,  $C$ ,  $L$  et  $R$ .
3. Sans modifier les branchements, comment peut-on, à partir du circuit A, réaliser un filtre passe-haut ? Établir son diagramme de Bode asymptotique en gain et en phase.



## 42 — Impédance d'un quartz

[\*\*\*]

On utilise les propriétés électro-mécaniques (piézo-électricité) des cristaux de quartz pour réaliser des oscillateurs très précis (au moins 5 chiffres significatifs) à une fréquence  $f_0 = 2^{15}$  Hz. Son symbole et son schéma électrique équivalent sont donnés ci-après.



1. Quelle est l'expression de l'impédance complexe  $\underline{Z}_s$  uniquement de la branche comportant les trois composants  $R_s$ ,  $C_s$  et  $L$  en série ? Quelle est la pulsation de résonance en intensité, notée  $\omega_s$ , de cette branche seule ?
2. On considère maintenant que l'on peut remplacer, dans l'expression,  $C_s$  par la mise en série de  $C_s$  et de  $C_p$ . Que devient alors la nouvelle pulsation de résonance, notée  $\omega_p$  ?

Faire les applications numériques pour un quartz de précision d'horlogerie :  $L = 11,395$  kH,  $C_s = 2,0710$  fF,  $C_p = 3,0520$  pF et  $R_s = 28,570$  kΩ.

Comparer  $f_s$  et  $f_p$  avec  $f_0$  et commenter.

3. Établir l'expression de l'impédance complexe  $\underline{Z}$  du quartz en fonction de la pulsation  $\omega$  et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme

$$\underline{Z}(j\omega) = \frac{1}{jC_{\text{eq}}\omega} \frac{1 + \frac{2m_1j\omega}{\omega_s} - \frac{\omega^2}{\omega_s^2}}{1 + \frac{2m_2j\omega}{\omega_p} - \frac{\omega^2}{\omega_p^2}}.$$

Exprimer  $C_{\text{eq}}$ ,  $\omega_s$ ,  $\omega_p$ ,  $m_1$  et  $m_2$  en fonction de  $R_s$ ,  $L$ ,  $C_s$  et  $C_p$  et calculer leurs valeurs numériques. Commenter.