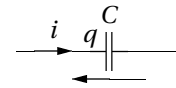
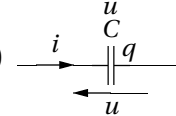


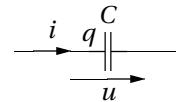
Test des connaissances : réponses

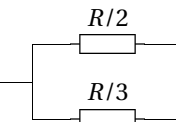
Électronique 1^{re} année

1. Relations (i, q) , (u, q) et (i, u) pour chacune des situations suivantes.

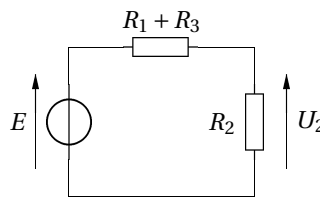
1.a)  $i = \frac{dq}{dt}; \quad q = Cu; \quad i = C \frac{du}{dt}.$

1.b)  $i = -\frac{dq}{dt}; \quad q = -Cu; \quad i = C \frac{du}{dt}.$

1.c)  $i = \frac{dq}{dt}; \quad q = -Cu; \quad i = -C \frac{du}{dt}.$

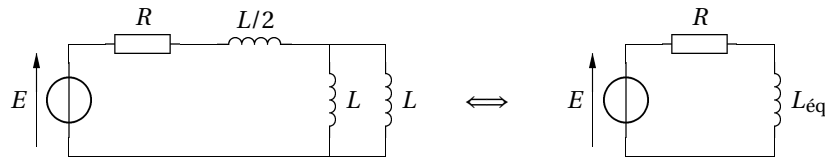
2.  On a $\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{2}{R} + \frac{3}{R} = \frac{5}{R}$, d'où $R_{\text{eq}} = \frac{R}{5}.$

3. Le schéma est équivalent à



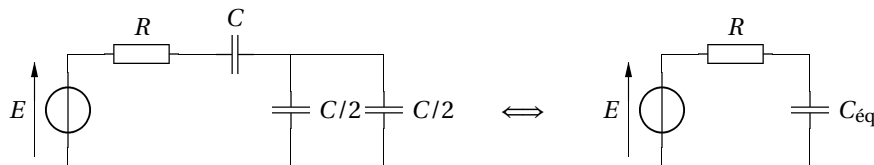
Formule du pont diviseur de tension : $U_2 = \frac{R_2}{R_2 + R_1 + R_3} E.$

4. Exprimer L_{eq} .



Les deux bobines en parallèles sont équivalentes à L' avec $\frac{1}{L'} = \frac{1}{L} + \frac{1}{L} = \frac{2}{L}$, soit $L' = \frac{L}{2}$. Cette inductance est alors en série avec la bobine d'inductance $L/2$. L'inductance équivalente est donc $L_{\text{eq}} = \frac{L}{2} + \frac{L}{2}$ soit $L_{\text{eq}} = L.$

5. Exprimer C_{eq} .



Les deux condensateurs en parallèles sont équivalents à $C' = \frac{C}{2} + \frac{C}{2} = C$. Ce condensateur est en série avec celui de capacité C , d'où $\frac{1}{C_{\text{eq}}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} = \frac{2}{C}$ soit $C_{\text{eq}} = \frac{C}{2}.$

6. Résoudre les équations différentielles suivantes :

6.a) $\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} u_C(t) = \frac{E}{\tau}$ avec $u_C(0) = 0.$

L'équation homogène $\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} u_C(t) = 0$ admet pour solution générale $u_h(t) = Ae^{-t/\tau}$ où A est une constante.

L'équation complète admet une solution particulière constante $u_p(t) = E.$

La solution générale de l'équation différentielle est $u(t) = u_h(t) + u_p(t)$ soit

$$u(t) = Ae^{-t/\tau} + E.$$

La condition initiale est $u(0) = A + E = 0$, d'où $A = -E$ et $u(t) = E(1 - e^{-t/\tau}).$

6.b) La solution générale de l'équation différentielle est $i(t) = Ae^{-t/\tau}$. On a $i(0) = A = E/R$, d'où $i(t) = \frac{E}{R} e^{-t/\tau}$.

6.c) $\frac{du(t)}{dt} + \frac{u(t)}{\tau} = \frac{E}{2\tau}$ avec $u(0) = 2E$.

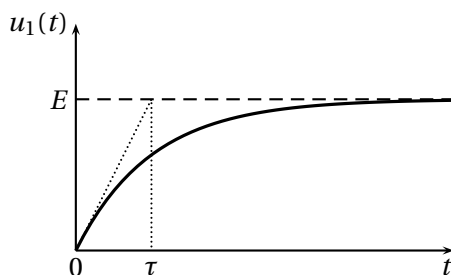
La solution générale de l'équation homogène est $u_h(t) = Ae^{-t/\tau}$. La solution particulière de l'équation complète est $u_p(t) = \frac{E}{2}$.

La solution générale de l'équation différentielle est donc $u(t) = Ae^{-t/\tau} + \frac{E}{2}$ avec $u(0) = A + \frac{E}{2} = 2E$, d'où $A = \frac{3E}{2}$.

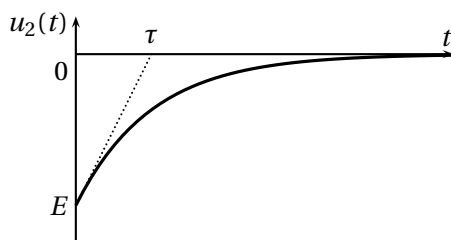
On a donc $u(t) = \frac{E}{2} (1 + 3e^{-t/\tau})$.

7. Représentations graphiques.

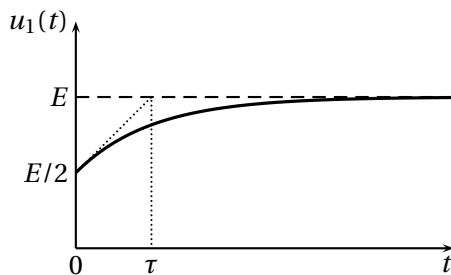
7.a) $u_1(t) = E(1 - e^{-t/\tau})$.



7.b) $u_2(t) = -Ee^{-t/\tau}$.

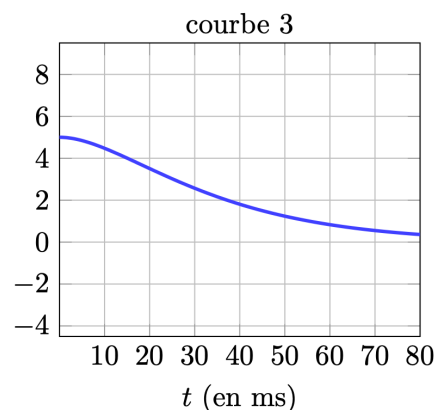
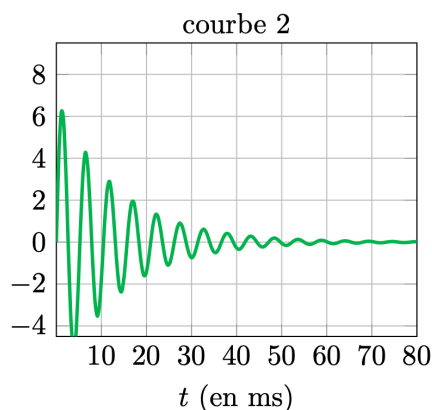
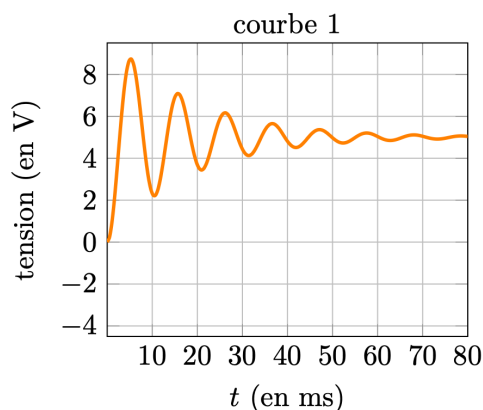


7.c) $u_3(t) = E\left(1 - \frac{e^{-t/\tau}}{2}\right)$.



8. Les tensions $u_1(t)$, $u_2(t)$ et $u_3(t)$ vérifient

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x(t) = \text{Cte}.$$



8.a) La courbe 2 est associée au plus grand facteur de qualité : on observe le plus grand nombre d'oscillation (l'amortissement du système est le plus faible).

8.b) La tension $u_1(t) = \alpha e^{-t/\tau_1} - b e^{-t/\tau_2}$ décrit le régime apériodique. Elle correspond à la courbe 3.

8.c) La tension $u_2(t) = E \sin(\Omega t) e^{-t/\tau}$ oscille et vérifie $\lim_{t \rightarrow \infty} u_2(t) = 0$. Elle correspond donc à la courbe 2.

8.d) La $u_3(t) = E \left[1 - (\cos(\Omega' t) + a \sin(\Omega' t)) e^{-t/\tau'} \right]$ oscille, vérifie $u_3(0) = 0$ et $\lim_{t \rightarrow \infty} u_3(t) = E$. Elle correspond donc à la courbe 1.

9. On donne les deux écritures d'un nombre complexe : $\underline{Z} = a + jb = Z_0 e^{j\varphi}$, avec $Z_0 \geq 0$.

9.a) a est la partie réelle de $\underline{Z}$ et b sa partie imaginaire. Z_0 est le module de $\underline{Z}$ et φ son argument.

9.b) Le module s'écrit $Z_0 = \sqrt{a^2 + b^2}$.

9.c) On a $\tan(\varphi) = \frac{b}{a}$.

9.d) Si $a = 0$ et $b \neq 0$, $\underline{Z}$ est un imaginaire pur. Si $b > 0$ on a $\varphi = \frac{\pi}{2}$, si $b < 0$, on a $\varphi = -\frac{\pi}{2}$.

9.e) Si $a \geq 0$, on a $\varphi \in \left[-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}\right]$.

9.f) Si $\underline{Z} \in \mathbf{R}^-$ (réel négatif), on a $\varphi = \pi$.

9.g) Soit $\underline{Z}' = \frac{1}{\underline{Z}}$. On a $Z'_0 = \frac{1}{Z_0}$ et $\varphi' = -\varphi$.

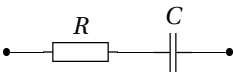
On écrit

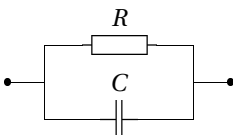
$$\underline{Z}' = \frac{1}{a + jb} = \frac{a - jb}{a^2 + b^2} = a' + jb'$$

d'où $a' = \frac{a}{a^2 + b^2}$ et $b' = -\frac{b}{a^2 + b^2}$.

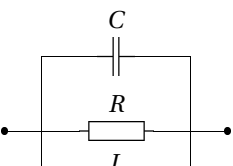
Avec $\underline{Z}' = \frac{1}{Z_0 e^{j\varphi}} = \frac{1}{Z_0} e^{-j\varphi} = \frac{1}{Z_0} (\cos \varphi - j \sin \varphi)$, d'où $a' = \frac{\cos \varphi}{Z_0}$ et $b' = -\frac{\sin \varphi}{Z_0}$.

10. Impédance complexe $\underline{Z}$ des dipôles suivants.

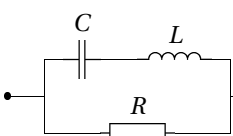
10.a)  On a $\underline{Z} = R + \frac{1}{jC\omega} = R - \frac{j}{C\omega}$.

10.b)  On a $\frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R} + jC\omega = \frac{1 + jRC\omega}{R}$ d'où $\underline{Z} = \frac{R}{1 + jRC\omega}$.

On peut développer (moyennement intéressant...) $\underline{Z} = \frac{R}{1 + (RC\omega)^2} - j \frac{R^2 C \omega}{1 + (RC\omega)^2}$.

10.c)  $\frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{jL\omega} + jC\omega = \frac{1}{R} + j \left(C\omega - \frac{1}{L\omega} \right)$, d'où $\underline{Z} = \frac{1}{\frac{1}{R} + j \left(C\omega - \frac{1}{L\omega} \right)}$.

On écrit $\underline{Z} = \frac{R}{1 + jR \left(C\omega - \frac{1}{L\omega} \right)}$.

10.d)  On a $\frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{jL\omega + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{1}{R} + \frac{jC\omega}{1 - LC\omega^2}$.

On en déduit $\underline{Z} = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{jC\omega}{1 - LC\omega^2}}$ soit $\underline{Z} = \frac{R}{1 + \frac{jRC\omega}{1 - LC\omega^2}}$.