

Mathématiques et physique

Courbes de Lissajous

Une courbe de Lissajous est le graphe d'équation paramétriques :

$$\begin{cases} X(t) = A \cos(\omega_1 t) \\ Y(t) = B \cos(\omega_2 t + \varphi) \end{cases}$$

► On peut l'observer à l'oscilloscope en envoyant en voie I une tension $u_1(t) = A \cos(\omega_1 t)$, en voie II une tension $u_2(t) = B \cos(\omega_2 t + \varphi)$ et en se plaçant en mode XY.

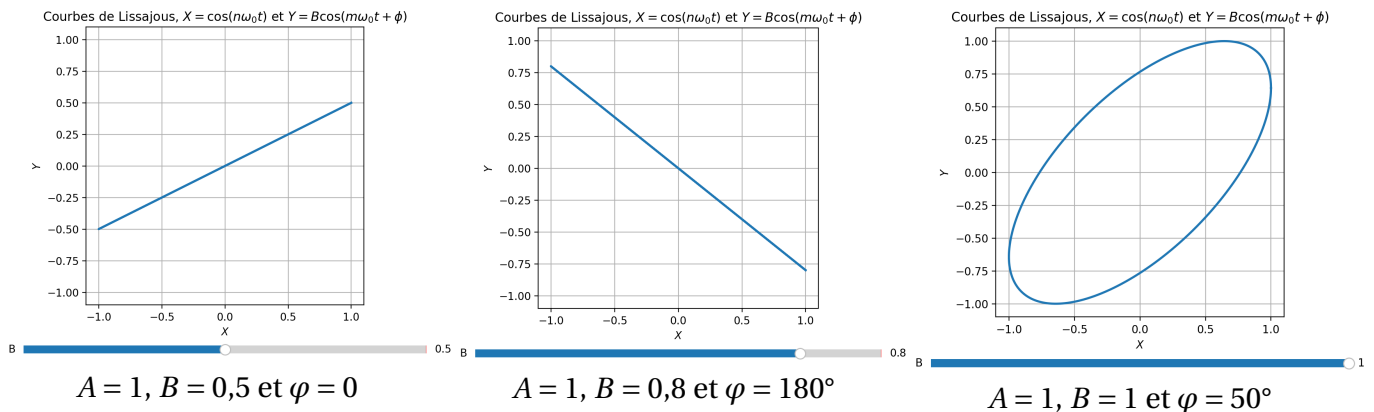
Cas de signaux de même fréquence

On a

$$\begin{cases} X(t) = A \cos(\omega t) \\ Y(t) = B \cos(\omega t + \varphi) \end{cases}$$

On observe :

- une ellipse dans le cas général ;
- un segment rectiligne de pente positive si $\varphi = 0$ (signaux en phase) ;
- un segment rectiligne de pente négative si $\varphi = \pi$ (signaux en opposition de phase).



Cas de signaux dont les fréquences sont en rapport rationnel

Étant donnés m et n deux entiers positifs, on considère

$$\begin{cases} X(t) = A \cos(n\omega_0 t) \\ Y(t) = B \cos(m\omega_0 t + \varphi) \end{cases}$$

Le signal $X(t)$ a pour fréquence $f_1 = n f_0$ et le signal $Y(t)$ a pour fréquence $f_2 = m f_0$. On a donc $\frac{f_2}{f_1} = \frac{m}{n}$: les fréquences sont dans un rapport rationnel.

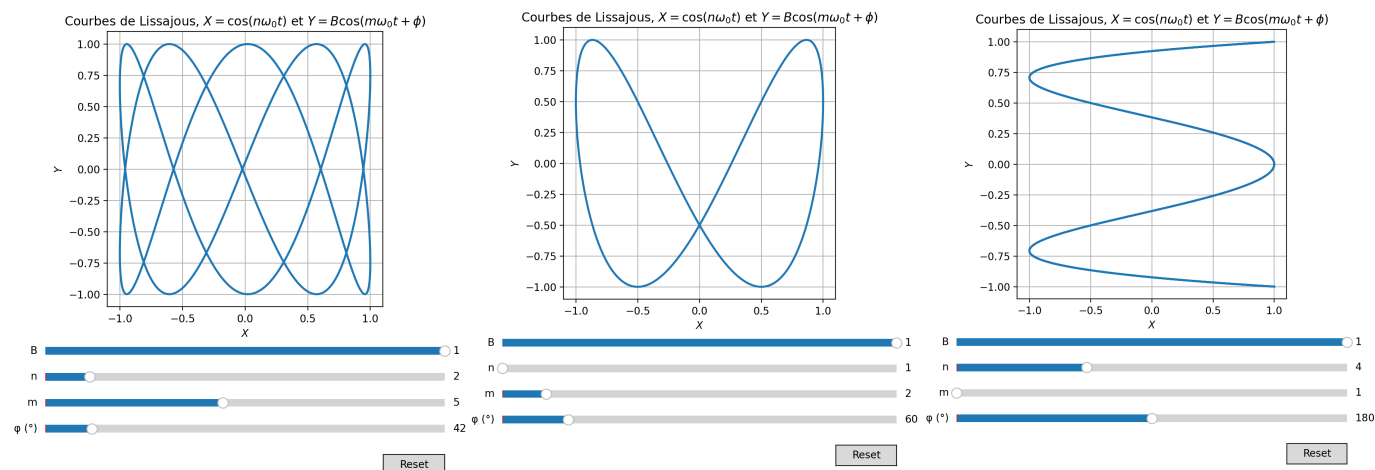
On observe toute une famille de courbes en fonction des paramètres A, B, n, m et φ : se reporter par exemple à la page [Wikipedia](https://fr.wikipedia.org/wiki/Courbes_de_Lissajous).

Utilisation du fichier lissajous.py

Le fichier lissajous permet de tracer des courbes de Lissajous.

On a fixé $A = 1$. Des barres permettent de régler les valeurs des paramètres : B , φ et des entiers m et n . La courbe se modifie alors « en temps réel ».

Quelques exemples :



Un peu d'histoire

Jules-Antoine Lissajous (1822-1880) est un physicien. Il a étudié les vibrations acoustiques (le sujet de sa thèse est *Sur la position des nœuds dans les lames qui vibrent transversalement*) par réflexion de signaux lumineux sur un miroir préalablement fixé à l'objet en vibration.

Il a inventé le dispositif de Lissajous : un faisceau lumineux est réfléchi par un miroir fixé à une barre vibrante, puis par un second miroir fixé sur une barre vibrant perpendiculairement à la première (à une fréquence différente). Le spot dessine sur un écran une courbe de Lissajous (il n'y avait pas d'oscilloscope à l'époque!).

