

Électronique

IV — Électronique numérique

Conversion d'un signal analogique en signal numérique

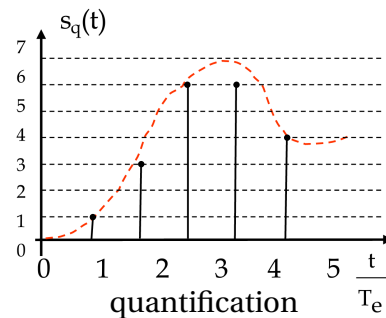
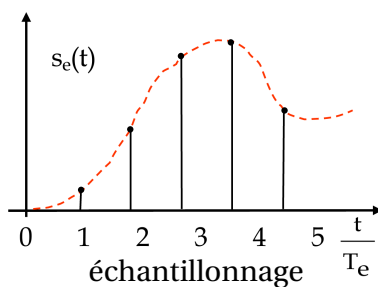
Un signal analogique est une grandeur dépendant de manière continue du temps : $s(t)$.

Un signal numérique est un ensemble fini de valeurs numériques.

La numérisation d'un signal analogique est caractérisée par deux discrétisations :

l'échantillonnage : on prélève des valeurs du signal analogique à des instants régulièrement espacés dans le temps (discrétisation dans le temps) ;

la quantification : on code l'amplitude de chaque mesure sur un élément fini d'éléments binaires (discrétisation sur l'amplitude).



Échantillonnage

Les mesures se font à des instants séparés de T_e , pendant une durée T_{tot} .

- L'échantillon comporte N valeurs, avec $T_{\text{tot}} = (N-1)T_e$ (on retiendra $T_{\text{tot}} = NT_e$ quand N est grand).
- La **fréquence d'échantillonnage** est $f_e = 1/T_e$.

$$\begin{array}{ccc} x(t) & \xrightarrow{\text{échantillonnage}} & x_k = x(kT_e) \text{ où } k \in \mathbf{Z} \\ \text{signal continu} & & \text{signal à temps discret} \end{array}$$

Le choix de la fréquence d'échantillonnage est le résultat de compromis ; une valeur de f_e élevée :

- donne un signal échantillonné plus fidèle au signal analogique ☺ ;
- nécessite un traitement rapide des informations ☹ ;
- conduit à des échantillons de grande taille nécessitant une grande mémoire de stockage ☹.

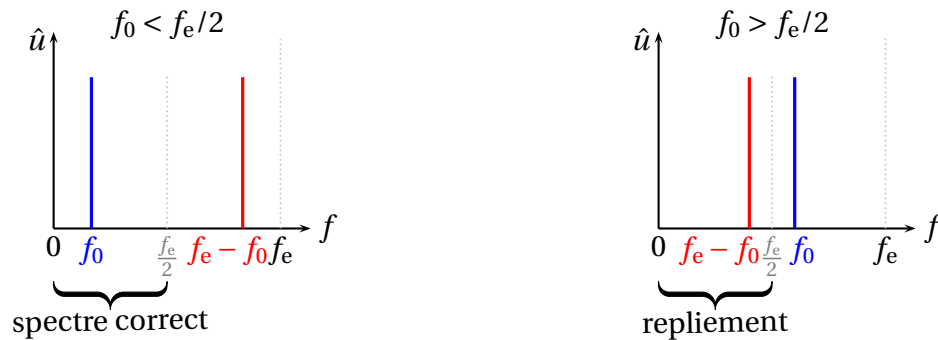
Conditions de Nyquist-Shannon

Soit $s(t)$ un signal dont le spectre est compris dans l'intervalle $[0, f_{\text{max}}]$.

L'échantillonnage à la fréquence f_e ne modifie pas le spectre du signal si $f_e > 2f_{\text{max}}$.

- La partie utile du spectre du signal échantillonné est l'intervalle $[0, f_e/2]$.

Une composante du signal $s(t)$ de fréquence $f_0 > f_e/2$ donne dans le spectre du signal échantillonné une composante de fréquence $f_e - f_0$: c'est le phénomène de **repliement de spectre**.



- La fréquence $f_N = f_e/2$ est appelée **fréquence de Nyquist**.
- Le spectre complet d'une sinusoïde de fréquence f_0 échantillonnée à la fréquence f_e est périodique, constitué des fréquences $f_0, f_e - f_0$, puis $\{kf_e + f_0, (k+1)f_e - f_0\}$ pour $k \geq 1$ entier.
L'intervalle $[0, f_e]$ représente une période du spectre; dans cet intervalle, le spectre présente une symétrie par rapport à $f_e/2$.

Nécessité d'un filtre anti-repliement

Si le signal comporte des fréquences $f > f_e/2$, il faut le filtrer avant l'échantillonnage avec un filtre passe-bas de fréquence de coupure $f_N = f_e/2$, appelé **filtre anti-repliement**.

- Le filtrage anti-repliement doit s'effectuer sur le signal analogique, avant l'échantillonnage.
- Lorsque $f < f_e/2$, il y a sous-échantillonnage; lorsque $f > f_e/2$, il y a sur-échantillonnage.

Résolution spectrale

On peut déterminer le spectre d'un échantillon de N points x_k ($0 \leq k < N$) à l'aide de la transformée de Fourier discrète (TFD), qui retourne N valeurs du spectre calculées selon

$$\hat{X}_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-2i\pi k \frac{n}{N}} \quad \text{pour } 0 \leq k < N.$$

On obtient alors une représentation discrète du spectre du signal échantillonné, constituée de N valeurs sur l'intervalle $[0, f_e]$, dont l'intervalle Δf entre deux valeurs voisines donne la résolution en fréquence.

La résolution en fréquence dans le spectre d'un échantillon calculé par transformée de Fourier discrète est reliée à la longueur de l'échantillon selon

$$\Delta f = \frac{f_e}{N} = \frac{1}{T_{\text{tot}}}.$$

- On a intérêt à prendre une durée totale de l'échantillon élevée pour augmenter la résolution spectrale.
- La transformée de Fourier rapide (TFR, en anglais FFT pour *Fast Fourier Transform*) est un algorithme diminuant considérablement la complexité du calcul de la TRF, rendant ce dernier accessible. Il nécessite un échantillon dont la taille est de la forme $N = 2^p$.

Quantification et résolution

Le **calibre** C de l'acquisition détermine la plage de valeurs mesurables du signal : $[-C, +C]$.

Lors d'une quantification sur p bits, le signal peut prendre 2^p valeurs.

La **résolution** r , ou pas de quantification, est l'écart entre deux valeurs voisines de l'amplitude : l'intervalle $[-C, +C]$ est divisé en $2^p - 1$ intervalles, de largeur $r = \frac{2C}{2^p - 1}$.