

DM n° 1

Électronique

Partie I — Filtrage (révision 1^{re} année)

1 Oral banque PT

1. On se place en régime harmonique, et on utilise la notation complexe. L'amplitude complexe de la tension $u(t)$ est donnée par la structure en pont diviseur de tension :

$$\underline{U} = \frac{\frac{j}{C\omega}}{R + \frac{j}{C\omega}} E = \frac{E}{1 + jRC\omega}.$$

Le plus simple est de raisonner sur les modules des tensions (amplitude réelle) :

$$U = \frac{E}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}} < E.$$

C'est donc la courbe bleue, de plus faible amplitude, qui représente la tension aux bornes du condensateur.

Courbe rouge : tension $e(t)$

Courbe bleue : tension $u(t)$

➤ On aurait pu raisonner sur le déphasage entre les courbes. Le déphasage φ de $u(t)$ par rapport à $e(t)$ vérifie

$$\tan \varphi = -RC\omega < 0.$$

Comme $\cos \varphi > 0$, on a $-\pi/2 < \varphi < 0$: la tension $u(t)$ est en retard de phase par rapport à $e(t)$; elle correspond donc à la courbe rouge.

2. On lit directement $E = 3 \text{ V}$.

On lit la période

$$T = 5 \times 0,2 \times 10^{-3} = 10^{-3} \text{ s} = \frac{1}{f}$$

d'où la fréquence $f = 1 \text{ kHz}$.

On peut déterminer C par les amplitudes. On lit $U = 1,85 \text{ V}$.

De

$$U = \frac{E}{\sqrt{1 + 4\pi^2 f^2 R^2 C^2}}$$

on déduit

$$C = \frac{1}{2\pi R f} \sqrt{\frac{E^2}{U^2} - 1}.$$

On en déduit $C = 200 \text{ nF}$.

On aurait pu utiliser le déphasage. On lit le décalage temporel $\Delta T = -0,14 \text{ ms}$, d'où

$$\varphi = -\frac{0,14}{1,0} \times 360 = -50,40^\circ.$$

On en déduit

$$C = -\frac{\tan \varphi}{2\pi f R}$$

d'où $C = 190 \text{ nF}$. On trouve un résultat comparable, compte tenu des imprécisions de lecture.

2 Oral CCINP PSI 2022

3. On a une structure pont diviseur de tension, avec une résistance R_1 et une admittance

$$\underline{Y}_2 = \frac{1}{\underline{Z}_2} = \frac{1}{R_2} + jC\omega.$$

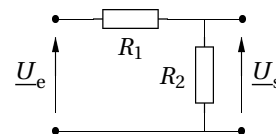
On a donc

$$\begin{aligned} \underline{U}_s &= \frac{\underline{Z}_2}{R_1 + \underline{Z}_2} \underline{U}_e = \frac{1}{1 + \underline{Y}_2 R_1} \underline{U}_e = \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2} + jR_1 C \omega} \underline{U}_e \\ &= \frac{\frac{R_2}{R_1 + R_2}}{1 + j \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C \omega} \underline{U}_e = \frac{H_0}{1 + j\omega\tau} \underline{U}_e \end{aligned}$$

d'où en identifiant

$$H_0 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{et} \quad \tau = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C.$$

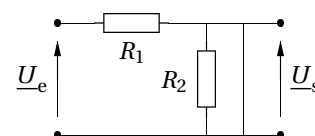
4. Équivalent du circuit à très basse fréquence :



On a alors

$$\underline{U}_s = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \underline{U}_e.$$

Équivalent du circuit à très haute fréquence :



On a alors $\underline{U}_s = 0$.

Le circuit coupe les hautes fréquences, et atténue les basses fréquences.

5. La pulsation de coupure ω_c est définie par

$$G(\omega_c) = \frac{G_{\max}}{\sqrt{2}},$$

où $G_{\max}$ est la valeur maximale du gain $G(\omega) = |\underline{H}(j\omega)|$.

Comme $G_{\max} = H_0$ (pour $\omega = 0$), on a

$$G(\omega_c) = \frac{H_0}{\sqrt{1 + \omega_c^2 \tau^2}} = \frac{H_0}{\sqrt{2}}$$

d'où $\omega_c \tau = 1$. On en déduit

$$\omega_c = \frac{1}{\tau} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 C}.$$

6. On lit $G_{dB} = -6 \text{ dB} = 20 \log H_0$ aux basses fréquences, d'où $H_0 = 0,50$.

On peut déterminer la fréquence de coupure à -3 dB : on lit

$$G_{dB} = G_{dB,max} - 3 = -9 \text{ dB}$$

pour $f_c = 1 \times 10^4 \text{ Hz} = \frac{\omega_c}{2\pi}$, d'où

$$\omega_c = 6,3 \times 10^4 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}.$$

► On peut aussi lire un point particulier, par exemple $G_{dB} = -40 \text{ dB}$ pour $f = 5 \times 10^5 \text{ Hz}$.

En résolvant $-40 = 20 \log \frac{0,5}{\sqrt{1 + \frac{(5 \times 10^5)^2}{f_c^2}}}$, on trouve

$$f_c = 1 \times 10^4 \text{ Hz}.$$

7. Avec $H_0 = 0,5$, on obtient $R_2 = R_1$, soit $R_2 = 680 \Omega$.

On a

$$C = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 \omega_c},$$

d'où $C = 47 \text{ nF}$.

8. Pour un signal continu ($\omega = 0$), on a $H = H_0 = 0,5$. Le signal de sortie est donc un signal continu, d'amplitude 3 V .

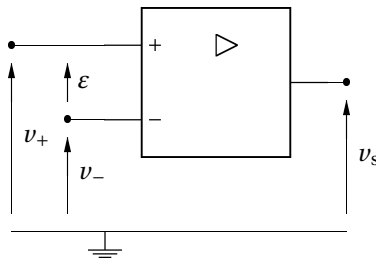
Pour $f = 10 \text{ kHz}$, le gain vaut $G = \frac{H_0}{\sqrt{2}} \approx 0,35$. Le signal de sortie est donc une sinusoïde, d'amplitude $2,1 \text{ V}$. On est à $f = f_c$; le déphasage de la sortie par rapport à l'entrée est tel que $\tan \varphi = -1$, soit $\varphi = -45^\circ$. Cette sinusoïde présente donc un déphasage de -45° avec l'entrée.

La composante continue (valeur moyenne de 3 V) est atténuée par le gain statique $H_0 = 0,5$ et conduit à une composante continue de $1,5 \text{ V}$.

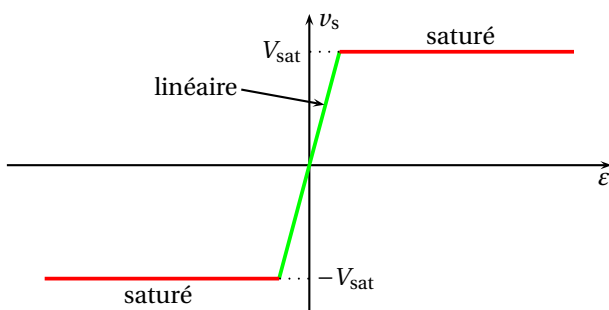
Une période $T = 10 \mu\text{s}$ correspond à une fréquence $f = 10^5 \text{ Hz}$; dans ce domaine de fréquence, la courbe de gain est rectiligne avec une pente de -20 dB/décade . Le filtre présente alors un caractère **intégrateur**. Un signal d'entrée carré donne donc un signal de sortie triangulaire. On observe donc des oscillations triangulaires de faible amplitude autour d'une composante continue de $1,5 \text{ V}$.

Partie II — Généralités sur les ALI — banque PT 2022

1. La tension différentielle d'entrée ε est définie par



La tension de sortie dépend de la tension différentielle d'entrée selon



On a ici $V_{sat} = 15 \text{ V}$.

Le régime linéaire, qui correspond à $-V_{sat} < v_s < V_{sat}$, est caractérisé par $v_s = A_0 \varepsilon$, avec $A_0 \approx 10^5$.

Dans le cas où on considère le gain de l'ALI comme infini, le régime linéaire est caractérisé par $\varepsilon = 0$, pour $-V_{sat} < v_s < V_{sat}$.

Le régime saturé est tel que

$$v_s = \begin{cases} +V_{sat} & \text{si } \varepsilon > 0 \\ -V_{sat} & \text{si } \varepsilon < 0. \end{cases}$$

2. La rétroaction sur la borne négative assure un fonctionnement de l'ALI en régime linéaire.

On a donc $\varepsilon = 0$.

On en déduit $V_s = V_- = V_+ = V_e$. On a bien $V_s = V_e$.

Ce montage s'appelle le montage **suiveur**.

Il est caractérisé par :

une impédance d'entrée infinie : quand on le branche à la sortie d'un circuit, le comportement du circuit est identique à celui en sortie ouverte;

une impédance de sortie nulle : la tension de sortie du suiveur n'est pas modifiée par le branchement d'un circuit en sortie.

Le suiveur permet de réaliser une **adaptation d'impédance** entre deux circuits successifs.

3. L'amplitude de la tension de sortie est de 3,3 divisions, soit $6,6 \text{ V}$, inférieure à V_{sat} : l'ALI fonctionne en **régime linéaire**.

La période du signal est de $400 \mu\text{s}$, soit une fréquence $f = 2,5 \text{ kHz}$. À cette fréquence, la limitation due à la vitesse de balayage de l'ALI ne se fait pas sentir.

On peut raisonnablement penser observer la même tension en sortie.

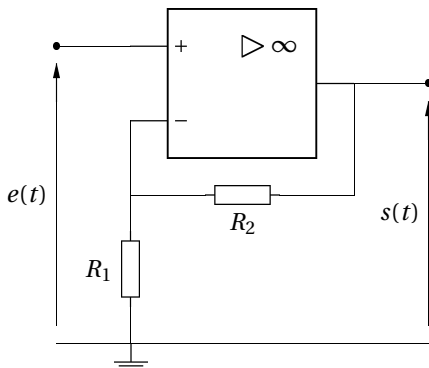
4. On observe une limitation de la pente du signal de sortie, qui a pour valeur environ $\sigma = 10 \text{ V}/\mu\text{s}$: c'est la **vitesse de balayage** de l'ALI (ou *slew rate*).

Cette valeur est bien de l'ordre de grandeur attendu pour un ALI réel.

5. La tension de sortie est limitée en amplitude à $V_{s,\max} = 4 \text{ V}$. Cette valeur étant inférieure à V_{sat} , on n'observe pas le régime saturé de l'ALI, mais la **saturation du courant de sortie** : $V_{s,\max} = R_0 i_{\text{sat}}$, d'où $i_{\text{sat}} = 80 \text{ mA}$.

Cette valeur est bien de l'ordre de grandeur attendu pour un ALI réel.

6. Amplificateur non inverseur :



En régime linéaire, on a

$$e(t) = \frac{R_1}{R_1 + R_2} s(t).$$

Le gain $G = s(t)/e(t)$ a donc pour expression

$$G = 1 + \frac{R_2}{R_1}.$$

7. Propositions de résistances :

gain G	R_1	R_2
10	1 k Ω	9 k Ω
100	1 k Ω	90 k Ω
1000	1 k Ω	900 k Ω

Avec une tension continue, le gain est limité par le gain statique de l'ALI, soit $A_0 \approx 10^5$. On peut donc prendre $G < 10^5$.

Avec une tension variable, il faut que le signal reste dans la bande passante $[0, f_c]$ du montage. En notant $A_0 \approx 10^5$ le gain statique de l'ALI et $f_0 \approx 10 \text{ Hz}$ sa fréquence de coupure en boucle ouverte, la conservation du produit gain $\times$ bande passante conduit à

$$G f_c = A_0 f_0.$$

Il faut une fréquence de signal suffisamment inférieure à la fréquence de coupure f_c . En prenant $f < f_c/10$, on obtient

$$f < \frac{A_0 f_0}{10G}$$

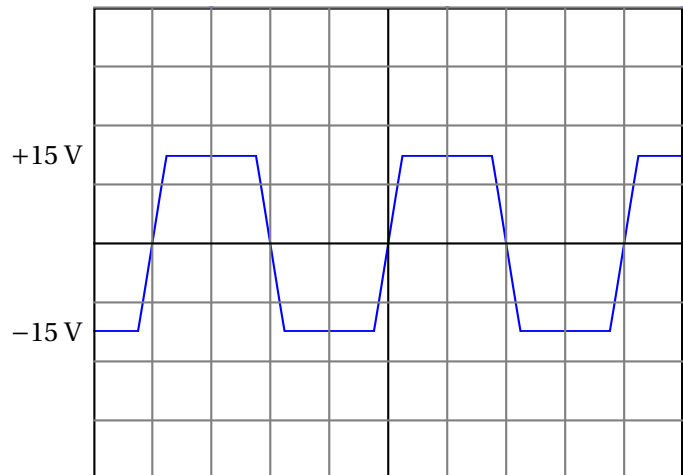
d'où

$$G < \frac{A_0 f_0}{10f} = \frac{10^5 \times 10}{10 \times 10 \times 10^3}$$

soit $G < 10$.

8. La tension d'entrée a pour amplitude $E = 6,6 \text{ V}$.

Avec un gain $G = 10$, on aurait une tension de sortie sinusoïdale d'amplitude $S = GE = 66 \text{ V}$. Il y aura donc saturation de l'ALI : la tension de sortie est une « sinusoïde », tronquée par une saturation à $\pm V_{\text{sat}} = \pm 15 \text{ V}$.

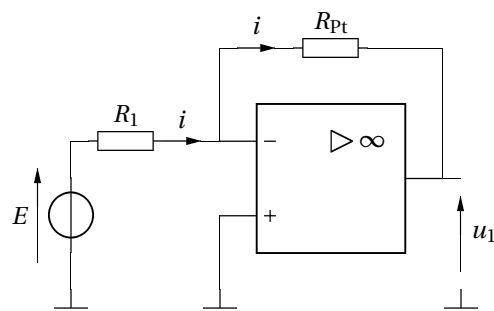


Partie III « facile » — Mesure de température (CCINP TSI)

1. La rétroaction se faisant sur l'entrée non inverseuse de l'ALI, on peut considérer que ce dernier fonctionne en régime linéaire. On a donc

$$V_- = V_+ = 0.$$

Comme $i_- = 0$, les deux résistances sont traversées par le même courant i :



$$E = R_1 i \quad \text{et} \quad u_1 = -R_{\text{Pt}} i$$

d'où

$$u_1 = -\frac{R_{Pt}}{R_1} E$$

soit

$$u_1 = -\frac{R_0}{R_1} (1 + a\theta) E.$$

2. On a considéré l'ALI en fonctionnement linéaire, cela suppose $|u_1| < V_{sat}$.

La tension d'entrée ne doit donc pas être trop élevée :

$$E < \frac{R_1}{R_{Pt}} V_{sat}.$$

3. La relation $u_1(\theta)$ étant affine, quand θ varie de $\Delta\theta$, u_1 varie de

$$\Delta u_1 = -\frac{R_0}{R_1} a E \Delta\theta.$$

La sensibilité est définie par

$$s = \left| \frac{\Delta u_1}{\Delta\theta} \right|$$

d'où ici

$$s = \frac{r_0}{R_1} a E.$$

4. On calcule $s = 3,85 \times 10^{-3} \text{ V} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$.

► Cette valeur est faible...

5. La température variant de quelques degrés, la tension u_1 présentera une variation de l'ordre de la dizaine de millivolts, ce qui peut être trop faible pour réaliser une bonne conversion analogique-numérique (seuil de conversion non atteint).

6. Le signal $u_e(t) = 2 + 3 \cos(2\pi 500t)$ est composé de :

- une composante continue d'amplitude 2 V ;
- une composante harmonique de fréquence 50 Hz et d'amplitude 3 V.

C'est le graphe n° 2 qui convient.

Explication des graphes incorrects.

Graphe n° 1 : ne possède pas de composante continue, c'est le graphe d'une tension sinusoïdale.

Graphe n° 3 : possède plusieurs harmoniques, la partie variable du signal n'est pas sinusoïdale.

Graphe n° 4 : ce n'est pas une représentation fréquentielle. Il s'agit de la représentation temporelle (correcte) du signal $u_e(t)$.

7. En haute fréquence, le condensateur équivaut à un court-circuit, et $u_s(t) = 0$.

En basse fréquence, le condensateur équivaut à un interrupteur ouvert. Le courant dans la résistance est alors nul et $u_s(t) = u_e(t)$.

Il s'agit donc d'un **filtre passe-bas**.

Ce filtre permet donc d'isoler la composante continue du signal.

8. Le terme H_0 est le **gain statique** (gain maximal) du filtre.

On a

$$\underline{H} = \frac{\frac{1}{jC\omega}}{R + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{1}{1 + jRC\omega}$$

d'où $H_0 = 1$.

9. Lorsque $\omega \ll \omega_c$, on a $\underline{H} \approx 1$, soit $G \approx 1$. On a donc

$$G_{dB} \approx 0.$$

10. La fréquence de coupure à -3 dB est définie par

$$G_{dB}(f_c) = G_{dB,max} - 3$$

soit ici

$$G_{dB}(f_c) = -3,$$

ce qui correspond à

$$G(f_c) = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

On exprime

$$G(f_c) = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi RC f_c)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

d'où $2\pi RC f_c = 1$, soit

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC}.$$

11. On a ici $f = 100 f_c$, soit deux décades au-dessus de f_c . On a alors $G_{dB} = -40$ dB et on peut en première approximation négliger l'amplitude de la composante variable du signal de sortie :

$$u_s(t) = 2 \quad \text{en V}.$$

Sans approximation, on a $G(f) = 10^{-2}$.

Le déphasage du signal de sortie est donné par $\tan \varphi = -100$, soit $\varphi \approx -\pi/2$.

On a donc

$$u_s(t) = 2 + 3 \times 10^{-2} \cos(2\pi 50t - \pi/2)$$

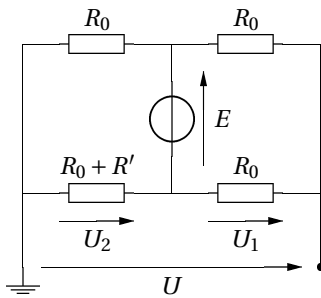
soit

$$u_s(t) = 2 + 0,03 \sin(2\pi 50t).$$

Dans tous les cas, on obtient bien la valeur moyenne du signal.

Partie III « difficile » — Mesures de températures (X-ENS PSI)

1. Introduisons les deux tensions U_1 et U_2 :



Par la formule du pont diviseur de tension, on a

$$U_1 = \frac{R_0}{R_0 + R_0} E = \frac{E}{2}$$

et

$$U_2 = -\frac{R_0 + R'}{R_0 + R_0 + R'} E = -\frac{R_0 + R'}{2R_0 + R'} E.$$

On a alors

$$U = U_1 + U_2 = \frac{E}{2} - \frac{R_0 + R'}{2R_0 + R'} E = \frac{2R_0 + R' - 2R_0 - 2R'}{2(2R_0 + R')} E$$

soit

$$U = -\frac{R'}{2(2R_0 + R')} E.$$

On donne $R' = R_0 a\theta$, d'où

$$U = -\frac{a\theta}{2(2 + a\theta)} E.$$

2. On a

$$U(\theta) = -\frac{\theta}{2 + a\theta} \frac{aE}{2}$$

d'où

$$\sigma_\theta = \frac{dU}{d\theta} = \left(-\frac{1}{2 + a\theta} + \frac{a\theta}{(2 + a\theta)^2} \right) \frac{aE}{2}$$

soit

$$\sigma_\theta = -\frac{aE}{(2 + a\theta)^2}.$$

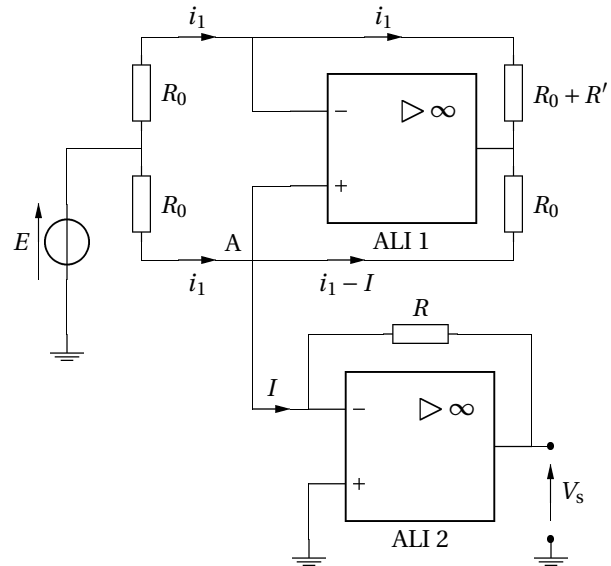
- L'expression de $U(\theta)$ n'est pas linéaire, ce qui rend l'étalonnage délicat.
- La sensibilité σ_θ diminue lorsque la température augmente (et n'est pas constante). Sa valeur maximale est $\sigma_{\theta, \max} = -\frac{aE}{4} \approx 10 \text{ mV}/^\circ\text{C}$ ce qui n'est pas si élevé (c'est la valeur maximale).

3. L'ALI 2 étant linéaire, on a $V_- = 0$, d'où

$$V_s = -RI.$$

La tension de sortie étant proportionnelle au courant d'entrée, l'ALI 2 se comporte comme un **convertisseur courant-tension**.

4. Représentons le schéma :



En notant i_1 le courant traversant l'une des résistances R_0 , on en déduit le même courant i_1 traversant l'autre résistance R_0 car l'ALI 1 fonctionne en régime linéaire. Comme $i_+ = 0$ pour l'ALI 1, la loi des nœuds en A permet d'écrire le courant $I - i_1$ traversant la 3^e résistance R_0 .

On a $V_A = 0$ du fait de la linéarité de l'ALI 2, donc

$$E = R_0 i_1.$$

La maille entourant l'ALI 1 permet d'écrire

$$(R_0 + R') i_1 - R_0 (i_1 - I)$$

d'où $R' i_1 = -R_0 I$ et

$$I = -\frac{R'}{R_0} i_1 = -\frac{R'}{R_0^2} E.$$

La relation $V_s = -RI$ conduit à

$$V_s = \frac{RR'}{R_0^2} E.$$

Avec $R' = R_0 a\theta$, on obtient

$$V_s = \frac{R}{R_0} E a\theta.$$

5. La sensibilité du montage vaut

$$\tilde{\sigma}_\theta = \frac{R}{R_0} aE.$$

La sensibilité ne dépend plus de la température θ avec ce montage.

On peut augmenter la sensibilité en prenant R et E suffisamment élevés. Il faut cependant s'assurer que les ALI ne saturent pas en sortie.

Avec $R = R_0$, on a $\tilde{\sigma}_\theta = aE$, soit $\tilde{\sigma}_\theta = 3,85 \times 10^{-2} \text{ V}/^\circ\text{C}$.