

DS n° 1

Électronique

Le sujet comporte cinq parties indépendantes. **La calculatrice est autorisée.**

Merci de suivre les conseils suivants :

- laisser un espace en début de copie pour la note et les commentaires ;
- laisser une marge à chaque page pour les commentaires et décompte des points ;
- respecter et indiquer la numérotation des questions ;
- souligner ou encadrer les résultats.

Partie I — Circuit *RLC* (CCINP)

On considère le circuit électrique représenté sur la **figure I-1**, où L est une bobine assimilable à une inductance pure, C un condensateur de capacité C et R un conducteur ohmique de résistance R . On note U_e la tension d'entrée et U_s la tension de sortie.

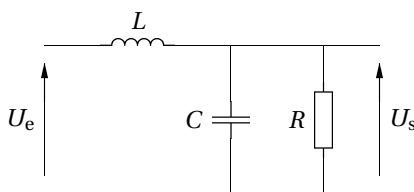


FIGURE I-1 – Circuit *RLC*

1. Établir l'équation différentielle reliant les tensions U_s et U_e . La mettre sous la forme canonique suivante :

$$\frac{d^2 U_s}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dU_s}{dt} + \omega_0^2 U_s = \omega_0^2 U_e$$

en explicitant les expressions du facteur de qualité Q et de la pulsation propre ω_0 en fonction de R , L et C .

On donne sur les **figures I-2**, **I-3** et **I-4** les réponses à un échelon de tension de trois circuits *RLC* identiques au circuit de la **figure I-1**, ayant une même pulsation ω_0 mais avec trois facteurs de qualité différents :

$$Q = 0,2 \quad ; \quad Q = 0,5 \quad ; \quad Q = 3.$$

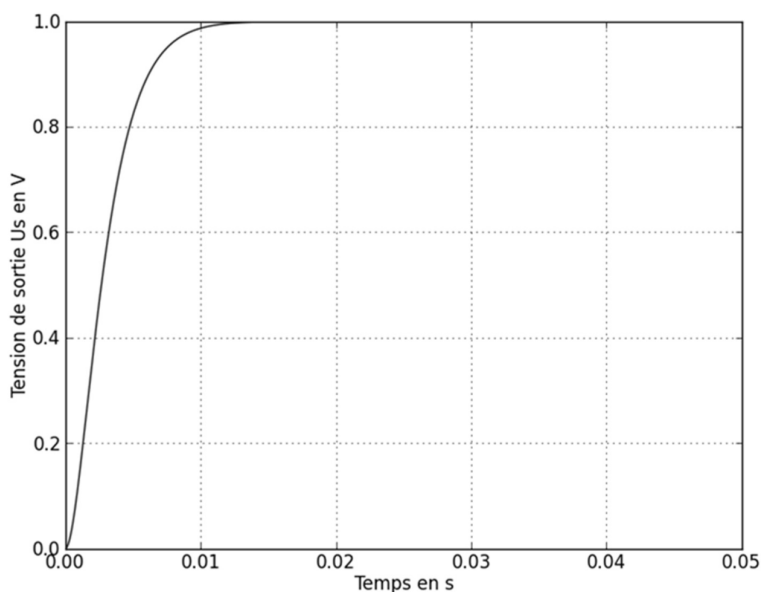


FIGURE I-2 – Réponse indicielle **a**

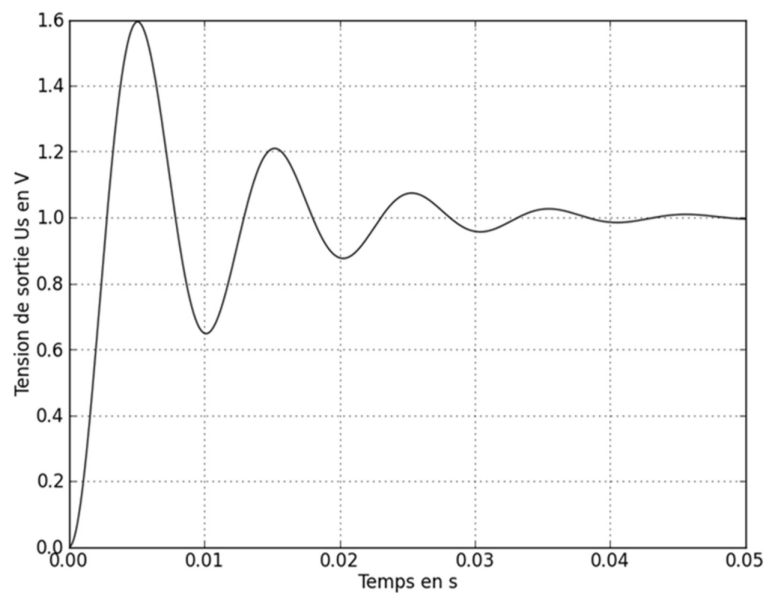


FIGURE I-3 – Réponse indicielle **b**

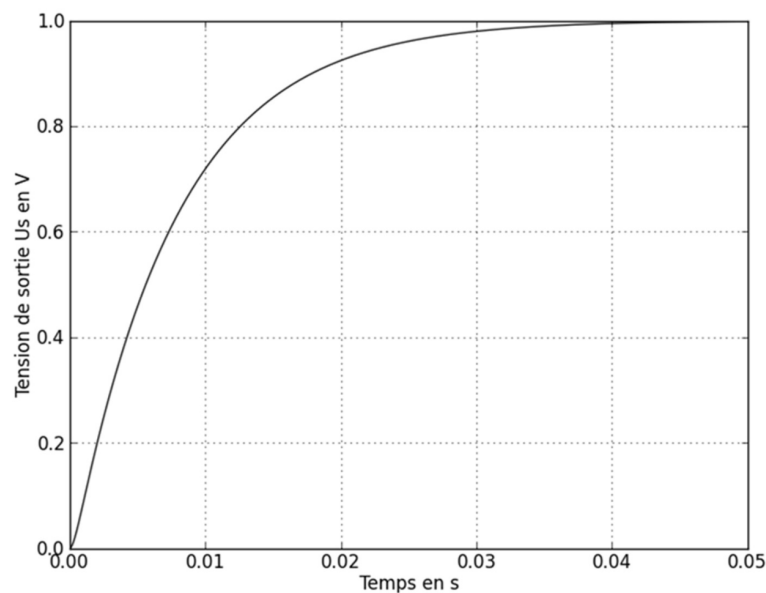


FIGURE I-4 – Réponse indicielle **c**

2. Attribuer à chacune des réponses indicielles **a**, **b** et **c** le facteur de qualité correspondant. La justification attendue pourra être phrasée et/ou analytique.

La **figure I-5** page 3 donne la réponse à une tension d'entrée sinusoïdale d'amplitude maximale de 1 Volt d'un circuit *RLC* identique au circuit de la figure I-1, caractérisé par son facteur de qualité Q et sa pulsation propre ω_0 .

3. Dans cette question, il est demandé de faire preuve d'autonomie. Toute démarche même partielle de résolution sera prise en compte.

Déterminer numériquement les valeurs du facteur de qualité Q et de la pulsation propre ω_0 du circuit utilisé lors de cet essai en régime sinusoïdal forcé.

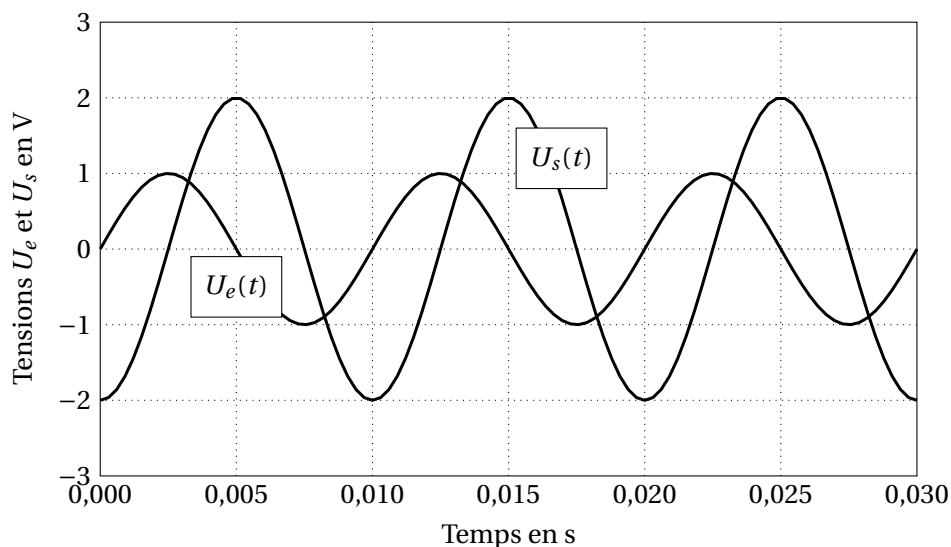


FIGURE I-5 – Tensions d’entrée et de sortie en régime sinusoïdal forcé.

Partie II – Signal de commande d’une électrovanne (banque PT)

On souhaite convertir la mesure d’une résistance R en un signal de commande d’une électrovanne (vanne pilotable électriquement). L’électrovanne considérée fonctionne ainsi :

- si elle est soumise à une différence de potentiel nulle, elle permet le passage de l’eau (position ouverte) ;
- si elle est soumise à une différence de potentiel de 12 V, elle bloque le passage de l’eau (position fermée).

Afin de conserver un niveau d’humidité optimal, on souhaite que l’arrosage soit piloté ainsi :

- si le taux d’humidité H_e passe en dessous de $H_{r,\min}$ (correspondant à une valeur de la résistance supérieure à $R_{\max} = 15 \Omega$), l’arrosage se déclenche ;
- si le taux d’humidité H_e passe au dessus de $H_{r,\max}$ (correspondant à une valeur de la résistance inférieure à $R_{\min} = 5 \Omega$), l’arrosage s’interrompt.

On cherche à maintenir l’humidité du sol entre $H_{r,\min} = 0,1$ et $H_{r,\max} = 0,2$.

On se propose d’intégrer le capteur d’humidité (assimilé à une résistance R dépendant de H_r) dans le montage de la figure II-1. Afin de simplifier la modélisation, l’électrovanne se comporte comme un dipôle ohmique de résistance R_c .

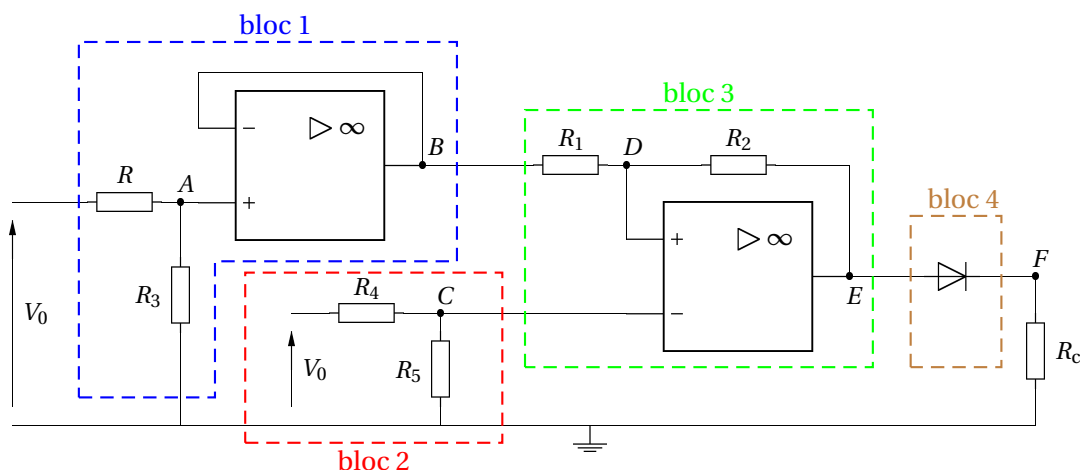


FIGURE II-1 – Électronique de conditionnement du signal

On suppose que tous les amplificateurs linéaires intégrés (notés ALI dans la suite) sont idéaux et qu’ils sont alimentés par une alimentation symétriques $\pm V_0 = \pm 12 \text{ V}$ si bien que leur tension de sortie s est telle que $-V_0 \leq s \leq +V_0$.

1. Étude du bloc 1. Justifier que les résistances R_3 et R sont en association série. Déterminer alors V_A puis V_B , les potentiels respectivement aux nœuds A et B en fonction de V_0 et des résistances.

2. Quel est l'intérêt de l'ALI 1 ? Comment nomme-t-on un tel montage à ALI ?

3. **Étude du bloc 2.** Déterminer V_C en fonction de V_0 et des résistances R_4 et R_5 .

4. **Étude du bloc 3.** L'ALI 3 fonctionne-t-il en régime linéaire ? En justifiant toutes les étapes, exprimer V_D (potentiel au point D) en fonction de V_E et V_B . Montrer que la tension V_E bascule entre les états $+V_0$ et $-V_0$ pour des valeurs seuils basse et haute de V_B respectivement notées V_b et V_h en fonction de V_C , V_0 et $\alpha = R_1/R_2$.

5. Tracer les graphes de V_E en fonction de V_B pour V_B compris entre 0 et $2V_h$.

6. Montrer que

$$\alpha = \frac{V_h - V_b}{2V_0} \quad \text{et} \quad V_C = \frac{V_h + V_b}{2(1 + \alpha)}.$$

7. On souhaite l'ouverture de l'électrovanne quand V_B devient inférieure à V_b et la fermeture de celle-ci lorsque V_B devient supérieure à V_h . En déduire, en utilisant l'expression de V_B obtenue à la question 1, les expressions littérales de V_b et V_h en fonction de $R_{\min}$, $R_{\max}$, R_3 et V_0 . Faire les applications numériques en prenant $R_3 = 5 \Omega$.

8. En déduire les valeurs numériques à donner à α et V_C . On fixe $R_1 = R_5 = 1 \text{ k}\Omega$. En déduire les valeurs à choisir pour R_2 et R_4 .

9. À partir du tracé de V_E en fonction de V_B obtenu à la question 5, réaliser le tracé de V_E en fonction de H_r pour H_r compris entre 0 et 0,4. On identifiera en particulier les valeurs de H_r associées au basculement de V_E .

10. On rappelle figure II-2 l'allure de la relation courant-tension aux bornes de la diode (bloc 4) supposée idéale. En déduire, en justifiant rigoureusement votre raisonnement, les valeurs prises par V_F en fonction des valeurs prises par V_E .

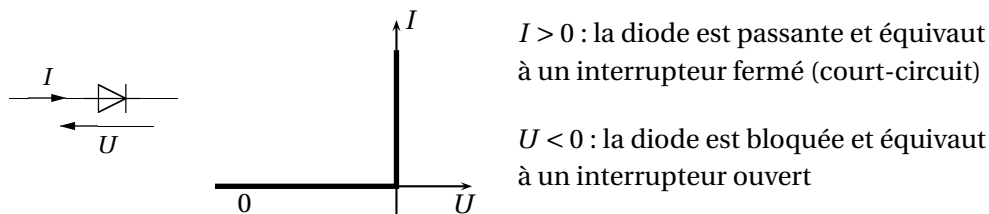


FIGURE II-2 – Caractéristique courant-tension d'une diode idéale

11. En utilisant le résultat de la question 9, tracer le graphe de V_F en fonction de H_r . Vérifier alors que l'électrovanne est correctement commandée.

Partie III — Circuit électronique de mesure (Centrale TSI)

En cas de crue soudaine, on envisage l'utilisation d'une barrière de protection. L'alerte à donner en cas d'inondation, notamment de nuit, peut passer par une surveillance automatique du niveau d'eau, à l'aide d'un capteur basé sur une sonde dont les propriétés électriques varient en fonction du niveau d'eau. Cette sonde est insérée dans un circuit électrique oscillant, dont l'étude fait l'objet de cette partie, et la variation du niveau d'eau se traduira alors par une variation de la fréquence d'oscillation.

La sonde est modélisée par un dipôle constitué par l'association parallèle d'une résistance R_{sonde} et d'un condensateur de capacité C_{sonde} , avec

$$R_{\text{sonde}} = \frac{\alpha}{2\pi\gamma_{\text{eau}}} \frac{1}{h} \quad \text{et} \quad C_{\text{sonde}} = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\alpha} h,$$

où h est la hauteur d'eau, α une constante positive caractéristique de la sonde, $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$ la permittivité diélectrique du vide, $\epsilon_r = 80$ la permittivité diélectrique relative de l'eau et $\gamma_{\text{eau}} = 2,0 \times 10^{-2} \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$ la conductivité électrique de l'eau.

Pour la sonde considérée, on donne $\alpha = \ln 3$.

La sonde est insérée dans le circuit représenté sur la figure III-1. Ce circuit constitue un oscillateur électrique dont on va chercher à déterminer la fréquence f d'oscillation.

On donne $C = 1,0 \mu\text{F}$.

L'amplificateur linéaire intégré (ALI) est supposé idéal. On note $\pm V_{\text{sat}}$ ses tensions de saturation en sortie avec $V_{\text{sat}} > 0$.

1. Sachant que la fréquence d'oscillation attendue se situe dans une gamme de l'ordre de kilohertz, montrer que la sonde, association parallèle de R_{sonde} et C_{sonde} , est équivalente à la seule résistance R_{sonde} .

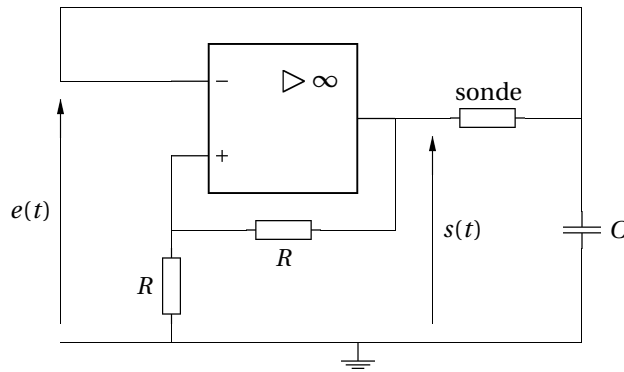


FIGURE III-1 – Circuit électrique oscillant

2. Quelle est, dans le circuit, la source d'énergie qui assure l'entretien des oscillations?

On étudie tout d'abord la partie du circuit constituée par l'ALI et les deux résistances R , de tension d'entrée e et de tension de sortie s .

3. Quel est le régime de fonctionnement de l'ALI? À quel type de montage correspond cette partie du circuit?

On note V^+ et V^- les potentiels respectifs des bornes $+$ et $-$ de l'ALI.

4. Exprimer la tension différentielle d'entrée $\varepsilon = V^+ - V^-$ en fonction de e et s .

5. En détaillant le raisonnement, établir le tracé de la courbe $s(e)$ en faisant apparaître les grandeurs utiles sur les deux axes.

On s'intéresse maintenant à la partie droite du montage comprenant la sonde et la capacité C .

6. Montrer que

$$\frac{de}{dt} + \frac{1}{\tau} e(t) = \frac{1}{\tau} s(t)$$

en exprimant τ en fonction de R_{sonde} et C .

On suppose qu'à la date $t = 0$, on a $s(t = 0) = +V_{\text{sat}}$ et $e(t = 0) = -V_{\text{sat}}/2$.

7. En utilisant les résultats établis précédemment, montrer que $e(t)$ croît et que $s(t)$ devient égal à $-V_{\text{sat}}$ à une date t_1 à exprimer en fonction de τ .

8. Montrer que pour $t > t_1$, $e(t)$ décroît et que $s(t)$ redevient égal à $+V_{\text{sat}}$ pour une date t_2 à exprimer en fonction de τ .

9. Justifier le caractère périodique des variations dans le temps des grandeurs électriques dans le circuit et donner l'expression de la fréquence f d'oscillation en fonction de τ .

La figure III-2 représente une capture d'écran d'un oscilloscope sur les voies duquel ont été appliquées les tensions $e(t)$ et $s(t)$ (dans la barre inférieure, l'unité notée us après la valeur numérique Time doit être lue μs).

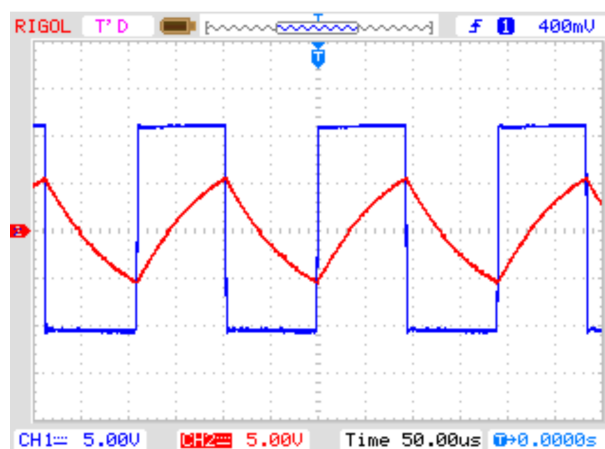


FIGURE III-2 – Tensions e et s visualisées sur un oscilloscope

10. Calculer la hauteur d'eau h présente dans la sonde.

Partie IV — Analyse de Fourier et échantillonnage (Mines)

On note $x(t) = \cos(2\pi f_0 t)$ un signal sinusoïdal de fréquence f_0 que l'on cherche à numériser. Nous étudierons plus particulièrement l'une des étapes de la numérisation appelée l'échantillonnage, qui consiste à prélever un ensemble de valeurs prises à des instants discrets.

1. On s'intéresse tout d'abord à l'opération consistant à multiplier le signal $x(t)$ par la fonction $p(t) = \cos(2\pi f_1 t)$, de fréquence $f_1 > f_0$.

Représenter sur un même diagramme les spectres respectifs des signaux $x(t)$ et $x_e(t) = x(t) \times p(t)$.

On cherche maintenant à échantillonner le signal $x(t)$. Pour cela, on introduit la fonction périodique $w(t)$ représentée sur la figure IV-1. On considère que $T \ll T_e$, ainsi le signal $x_e(t) = x(t) \times w(t)$ n'est différent de zéro que sur des intervalles de temps très courts assimilables à des instants discrets $t_k = kT_e$ pour $k \in \mathbb{Z}$. Pour chacun de ces instants, on a $x_e(t) = x(t_k)$.

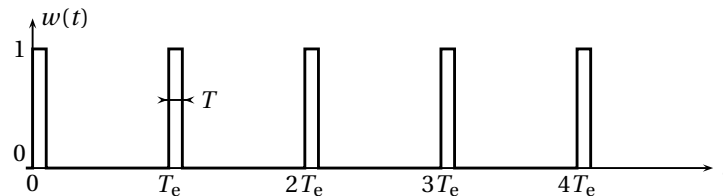


FIGURE IV-1 – Signal d'échantillonnage

On dit que $x_e(t)$ constitue un échantillonnage du signal $x(t)$ et on appelle fréquence d'échantillonnage la grandeur $f_e = \frac{1}{T_e}$.

2. Représenter le signal $x_e(t)$ pour $f_e = 2f_0$, $f_e = 4f_0$ et $f_e = \frac{4}{3}f_0$. Montrer qualitativement que, dans l'un des cas, le signal échantillonné n'est pas représentatif du signal analogique de départ.

3. Du fait de sa périodicité, le signal $w(t)$ est décomposable en série de Fourier, de la forme

$$w(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{+\infty} a_k \cos(2\pi k f_e t).$$

Représenter, par analogie avec la question 1, le spectre du signal $x_e(t) = x(t) \times w(t)$ pour $f_e = 4f_0$ puis $f_e = \frac{4}{3}f_0$ (on se limitera aux valeurs de k telles que $0 \leq k \leq 2$).

Montrer que, dans l'un des cas, les motifs fréquentiels se chevauchent (on parle de repliement de spectre). En considérant seulement la fenêtre fréquentielle $[0, f_e]$, indiquer autour de quelle fréquence a lieu le repliement.

4. En s'inspirant des questions 2 et 3, proposer une relation entre f_e et f_0 permettant d'assurer un bon échantillonnage du signal $x(t)$. Cette relation est appelée « critère de Shannon-Nyquist ».

5. On considère dorénavant un signal temporel $X(yt)$ dont le spectre en fréquence $X(f)$, représenté sur la figure IV-2, fait apparaître une fréquence maximale $f_{\max}$. Que devient le critère de Shannon-Nyquist dans cette situation? Représenter le spectre du signal échantillonné selon que ce critère soit ou non vérifié. Pour un signal sonore audible, proposer des valeurs raisonnables de $f_{\max}$ et f_e .

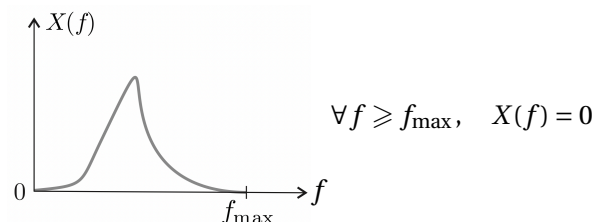


FIGURE IV-2 – Signal d'échantillonnage

6. Sur l'exemple de la question précédente montrer que, lorsque le critère de Shannon-Nyquist est vérifié, un filtrage approprié permet de retrouver le signal analogique de départ. On donnera les caractéristiques du filtre à utiliser.

7. La durée de l'enregistrement d'un CD audio est $\Delta t = 75$ min. L'échantillonnage se fait à une fréquence $f_e = 44,1$ kHz et avec une résolution de 16 bits. De plus, l'enregistrement est fait sur deux voies séparées en stéréo. Déterminer la taille minimale du fichier musical. On donnera le résultat en mégaoctets (Mo), un octet correspondant à 8 bits.

Partie V — Le repas en altitude (CCINP)

Pour préparer un repas chaud, un randonneur utilise un réchaud à combustible solide pour chauffer de l'eau qu'il aura préalablement purifiée à l'aide d'agents chimiques.

Document 1 : Set de cuisson (extrait du site marchand « monrechaud.com »)

Le set de cuisson Esbit® (popote/réchaud en aluminium anodisé dur, idéal pour les sorties en solo) comprend une casserole d'une capacité de 585 mL, un couvercle et un support de réchaud à combustible solide.

Le support de casserole permet de déposer une tablette de combustible solide Esbit® et fait office de pare-vent. Lors du transport, il se range à l'intérieur de la casserole.

L'ensemble est extrêmement léger et compact. Le set de cuisson Esbit® est livré avec un filet de rangement.

Document 2 : Tablettes de combustible solide (d'après le site marchand « monrechaud.com »)

Vingt tablettes de 4 g de combustible solide permettent de recharger les réchauds pliants Esbit®. Elles peuvent être également utilisées pour allumer un feu de camp, un barbecue ou une cheminée. Deux tablettes de 4 grammes permettent de faire bouillir 0,25 L d'eau en 5 minutes. Une tablette de 4 g brûle approximativement en 5 minutes.

Matériaux : substances non toxiques dont l'hexamine.

Information complémentaires :

- non explosif;
- s'allume avec une allumette ou un briquet;
- pas d'étincelles;
- puissance de chauffe forte;
- pouvoir calorifique de l'hexamine : $7 \times 10^3 \text{ kcal} \cdot \text{kg}^{-1} = 31 \text{ MJ} \cdot \text{kg}^{-1}$;
- ne laisse pas de cendres après la combustion;
- aucune fumée visible;
- léger et compact;
- lorsqu'il est bien entreposé, le combustible solide Esbit® conserve ses caractéristiques techniques pendant de nombreuses années;
- fonctionne également à des températures inférieures à 0 °C et à haute altitude.

Données

Capacité thermique massique de l'eau liquide à pression constante : $c_{\text{eau}} = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$

Masse volumique de l'eau liquide : $\mu_{\text{eau}} = 1,0 \text{ kg} \cdot \text{L}^{-1}$

Enthalpie massique de vaporisation de l'eau sous 1 bar : $\ell_v = 2,3 \times 10^3 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$

Constante des gaz parfaits : $R = 8,3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

Données spécifiques à l'hexamine

Aspect : poudre blanche

Formule brute : $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{N}_4$

Masse molaire : $M_h = 140 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

Masse volumique supposée indépendante de la température : $\mu_h = 1,33 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$

Les produits de combustion de l'hexamine dans l'air varient selon les conditions; diazote N_2 , eau H_2O et dioxyde de carbone CO_2 dans les conditions optimales.

Enthalpies standard de formation à 25 °C

Espèce	H_2O (gaz)	CO_2 (gaz)	$\text{C}_6\text{H}_{12}\text{N}_4$ (solide)
$\Delta_f H^\circ$ en $\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$	$-2,5 \times 10^2$	$-4,0 \times 10^2$	$1,23 \times 10^2$

1. La réaction de combustion dans l'air s'écrit



où a , b , c et d sont des coefficients stœchiométriques.

Déterminer a , b , c et d .

2. Que valent les enthalpies standard de formation du diazote gazeux et du dioxygène gazeux à 25 °C? Justifier.

3. Déterminer numériquement l'enthalpie standard de réaction $\Delta_r H^\circ$ de la réaction (1) à 25 °C. On suppose cette grandeur indépendante de la température.

Pourquoi la valeur trouvée est-elle cohérente avec le fait que la réaction est une combustion?

Le pouvoir calorifique est le transfert thermique libéré lors de la combustion complète d'un kilogramme de combustible sous une pression de 1 bar et à une température de 25 °C.

4. Démontrer avec soin que le pouvoir calorifique de l'hexamine est $PC = -\frac{\Delta_r H^\circ}{M_h}$. On précisera entre autres les conditions d'application des lois utilisées.

5. Calculer numériquement PC. La donnée fournisseur est-elle juste?

On s'interroge maintenant sur l'affirmation lue sur le site du fournisseur : « Deux tablettes de 4 grammes permettant de faire bouillir 0,25 litre d'eau en 5 minutes ».

6. Quelle est la valeur numérique de l'énergie délivrée lors de la combustion de deux tablettes de combustible sous 1 bar et à 25 °C? On utilisera le pouvoir calorifique fourni dans le document 2.

7. On considère le système thermodynamique fermé constitué par un volume $V = 0,25$ L d'eau liquide. On le chauffe de manière monobare (pression extérieure constante égale à 1 bar) depuis une température $T_1 = 20$ °C jusqu'à une température $T_2 = 100$ °C. Déterminer, en justifiant soigneusement, l'expression littérale du transfert thermique reçu par l'eau lors de ce chauffage. Faire l'application numérique.

8. En conséquence, quel est le rendement espéré par le fournisseur lorsqu'il affirme « Deux tablettes de 4 grammes permettant de faire bouillir 0,25 litre d'eau »?

Une fois portée à ébullition, il faut encore apporter de l'énergie au système contenu dans la casserole pour maintenir l'ébullition.

9. Déterminer, en justifiant soigneusement, l'expression littérale du transfert thermique reçu par l'eau lors de la vaporisation monobare d'un volume $V' = 0,05$ L d'eau liquide déjà portée à 100 °C. Faire l'application numérique. Commenter.

10. Dans le set de cuisson, on dispose d'un couvercle. Quel est son rôle? Nommer précisément un phénomène physique en partie évité grâce au couvercle.