

Sujet d'entraînement

Modulation-démodulation — solution

Connexion à Internet par LIFI — (Centrale MP 2024)

1 — Émission du signal lumineux

1. La maille du circuit émetteur permet d'écrire

$$u_e = u_1 + r_e i_1.$$

Lorsque la diode émet de la lumière, on a $u_1 = V_{sb}$, d'où

$$u_e = V_{sb} + r_e i_1.$$

La diode émet lorsque $i_1 > 0$, soit lorsque $u_e > V_{sb}$.

La diode émet de la lumière lorsque

$$u_e > U_{\min} \quad \text{avec} \quad U_{\min} = V_{sb} = 2,90 \text{ V}.$$

2. Quand la diode émet de la lumière, on a

$$U_0 = V_{sb} + r_e i_0.$$

On calcule $U_0 = 10,20 \text{ V}$.

La diode reçoit la puissance électrique $P = V_{sb} i_0$. La puissance lumineuse émise est donnée par $\Phi_{e0} = \eta P$, soit

$$\Phi_{e0} = \eta V_{sb} i_0.$$

On calcule $\Phi_{e0} = 0,70 \text{ W}$.

3. Avec $a(t) = a_m \cos(2\pi f_a t)$, on a

$$m_1(t) = k_m a_m p_m \cos(2\pi f_p t + \alpha_p) \cos(2\pi f_a t)$$

d'où

$$u_e(t) = U_0 + k_m a_m p_m \cos(2\pi f_p t + \alpha_p) \cos(2\pi f_a t).$$

La tension $u_e(t)$ varie donc entre $u_{e,\min} = U_0 - k_m a_m p_m$ et $u_{e,\max} = U_0 + k_m a_m p_m$.

La diode émet toujours de la lumière si

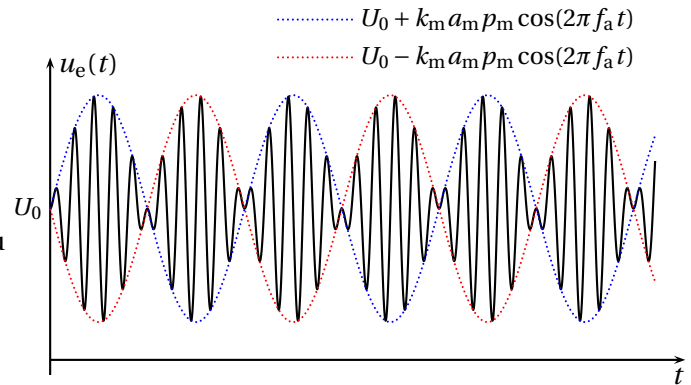
$$u_{e,\min} > U_{\min} = V_{sb},$$

soit si

$$k p_m a_m < U_0 - V_{sb} = 7,30 \text{ V}.$$

4. La tension $u_e(t)$ est constituée :

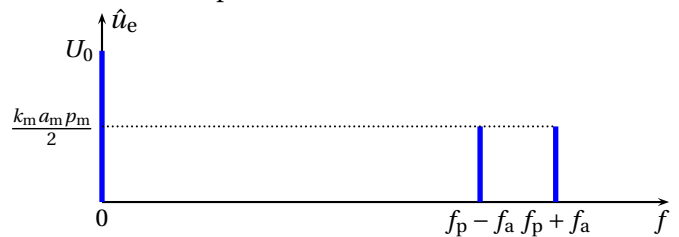
- d'une composante continue U_0 ;
- d'une composante variable constituée d'une sinusoïde oscillant à la fréquence f_p dont l'enveloppe est modulée par une sinusoïde plus lente de fréquence $f_a = f_p/10$.



Linéarisons l'expression de $u_e(t)$:

$$u_e(t) = U_0 + \frac{k_m a_m p_m}{2} \cos([2\pi(f_p - f_a)t + \alpha_p]) + \frac{k_m a_m p_m}{2} \cos[2\pi(f_p + f_a)t + \alpha_p].$$

On en déduit le spectre :



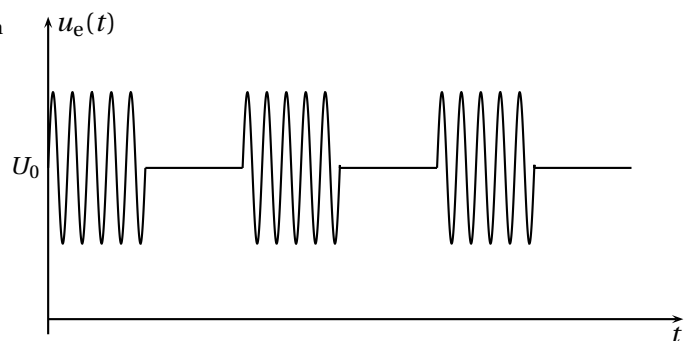
5. Dans le cas où $a(t)$ est un signal créneau variant entre 0 et a_m , on a une alternance de phases où

$$u_e(t) = U_0 + k_m a_m p_m \cos(2\pi f_p t + \alpha_p)$$

et de phases où

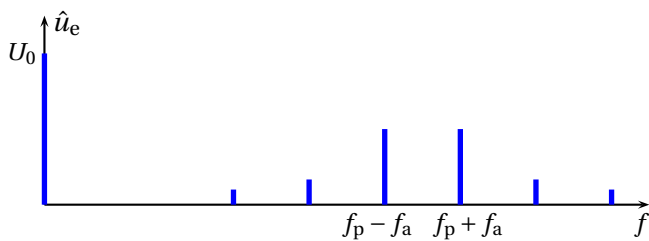
$$u_e(t) = U_0,$$

avec une période $1/f_a$.



Le spectre est constitué de la valeur moyenne U_0 ; pour chaque raie f_i du spectre du signal créneau, on retrouve les fréquences $f_p - f_i$ et $f_p + f_i$.

Ci-dessous la représentation du spectre en prenant en compte les 3 premiers harmoniques du signal créneau.



2 — Réception du signal lumineux et extraction de l'information

6. La diode rayonne de façon isotrope dans tout le demi-espace la puissance

$$\Phi_e = K_e i_1 = K_e \frac{u_e(t) - V_{sb}}{r_e}.$$

À la distance d , cette puissance est rayonnée à travers la demi-sphère de rayon d , de surface $2\pi d^2$.

La puissance interceptée par une surface s_r à la distance d de la diode est donc donnée par

$$\Phi_r = \frac{s_r}{2\pi d^2} \Phi_e = \frac{s_r}{2\pi d^2} K_e \frac{u_e(t) - V_{sb}}{r_e}.$$

Il apparaît alors le courant $i_2 = K_r \Phi_r$, soit

$$i_2(t) = \frac{s_r}{2\pi d^2} K_r K_e \frac{u_e(t) - V_{sb}}{r_e}.$$

La tension $u_r(t) = r i_2(t)$ vaut alors

$$u_r(t) = \frac{s_r}{2\pi d^2} K_r K_e \frac{r}{r_e} [u_e(t) - V_{sb}].$$

7. Le bloc F est un **filtre passe-haut**. Son rôle est d'éliminer la composante continue de la tension.

Sa fonction de transfert est

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{r_2}{r_2 + \frac{1}{jC_2\omega}} = \frac{j r_2 C_2 \omega}{1 + j r_2 C_2 \omega},$$

soit $\underline{H}(j\omega) = \frac{\frac{j\omega}{\omega_c}}{1 + \frac{j\omega}{\omega_c}}$ avec $\omega_c = \frac{1}{r_2 C_2}.$

8. On a $u_{r1} = K u_r(t)$, soit

$$u_{r1}(t) = K K_r K_e \frac{r s_r}{2\pi d^2 r_e} [U_0 - V_{sb} + k_m a_m p_m \cos(\omega_p t + \alpha_p) \cos(\omega_a t)]$$

Après suppression de la composante continue par le filtre F , on obtient

$$u_{r2}(t) = K K_r K_e \frac{r s_r}{2\pi d^2 r_e} k_m a_m p_m \cos(\omega_p t + \alpha_p) \cos(\omega_a t).$$

La tension $u_{r3}(t) = k_m u_{r2}(t) p(t)$ vaut alors

$$u_{r3}(t) = K K_r K_e \frac{r s_r}{2\pi d^2 r_e} k_m^2 a_m p_m^2 \cos^2(\omega_p t + \alpha_p) \cos(\omega_a t).$$

On a donc

$$u_{r3}(t) = U_{3m} \cos^2(\omega_p t + \alpha_p) \cos(\omega_a t)$$

avec

$$U_{3m} = K K_r K_e \frac{r s_r}{2\pi d^2 r_e} k_m^2 a_m p_m^2.$$

On linéarise

$$u_{r3}(t) = \frac{U_{3m}}{2} [1 + \cos(2\omega_p t + 2\alpha_p)] \cos(\omega_a t)$$

soit

$$u_{r3}(t) = \frac{U_{3m}}{2} \left[\cos(\omega_a t) + \frac{1}{2} \cos[(2\omega_p - \omega_a)t + 2\alpha_p] + \frac{1}{2} \cos[(2\omega_p + \omega_a)t + 2\alpha_p] \right]$$

On en déduit le spectre :

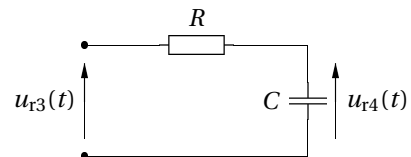


9. Le signal informatif est $a(t) = a_m \cos(\omega_a t)$, sinusoïdal de pulsation ω_a .

La composante basse fréquence de $u_{r3}(t)$ est $\frac{U_{3m}}{2} \cos(\omega_a t)$, proportionnelle à $a(t)$.

Le bloc inconnu doit donc être un **filtre passe-bas**.

On peut proposer un filtre de premier ordre :



La pulsation de coupure $\omega_c = \frac{1}{RC}$ doit être telle que

$$\omega_a \ll \omega_c \ll 2\omega_p.$$

3 — Débit binaire du LiFi

10. Le débit descendant correspond à une fréquence d'horloge

$$f_{ck} = 10 \text{ MHz}.$$

Avec une fréquence de porteuse de l'ordre de $f_p = 1 \times 10^3 \text{ MHz}$, on a bien $f_p > 100 f_{ck}$, condition pour réaliser une bonne modulation.

11. La fréquence de l'onde lumineuse est reliée à sa longueur d'onde selon

$$f_b = \frac{c}{\lambda_b} = \frac{3 \times 10^8}{470 \times 10^{-9}}$$

soit $f_b = 6,4 \times 10^{14} \text{ Hz}.$

L'onde lumineuse servant de porteuse pour la sous-porteuse de fréquence f_p , une bonne modulation nécessite

$$f_p < \frac{f_b}{100} = 6,4 \times 10^{12} \text{ Hz}.$$

La fréquence du signal binaire modulant la sous-porteuse doit alors vérifier

$$f_{ck} < \frac{f_p}{100} = 6,4 \times 10^{10} \text{ Hz}$$

soit $f_{ck, \max} = 64 \text{ GHz}$. Le débit maximal correspondant est alors de $64 \text{ Gbit} \cdot \text{s}^{-1}.$

Le débit permis par la technologie est nettement plus élevé que le débit obtenu avec une liaison Wifi.