

DS n° 2

Sujet « facile »

Le sujet comporte 4 parties indépendantes. **La calculatrice est autorisée.**

Partie I — Conception d'un hacheur simple (CCINP)

À partir d'une batterie assimilable à une source de tension parfaite $U = 12\text{ V}$, on cherche à alimenter un composant, représenté **figure I-1** par la résistance R , sous une tension $e(t)$ de valeur moyenne $E = 30\text{ V}$ et parcouru par un courant $i_R(t)$ de valeur moyenne $I_R = 5\text{ A}$.

Pour ce faire, on propose d'utiliser un hacheur simple (**figure I-1**) de rapport cyclique α et de période $T = 50\text{ }\mu\text{s}$. Les interrupteurs électroniques K_1 et K_2 sont supposés idéaux.

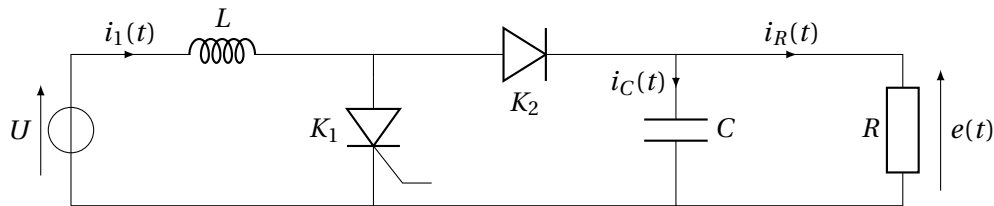


FIGURE I-1 – Hacheur simple.

K_1 est fermé sur l'intervalle de temps $[0, \alpha T]$ et ouvert sur l'intervalle de temps $[\alpha T, T]$.

On pose $\tau = RC \gg T$.

On impose de plus les deux contraintes suivantes :

- on note respectivement $I_{1,\max}$ et $I_{1,\min}$ les valeurs maximale et minimale de l'intensité du courant $i_1(t)$ sur une période de hachage. L'intensité du courant d'entrée a pour valeur moyenne I_1 et l'ondulation du courant d'entrée, $\Delta I_1 = I_{1,\max} - I_{1,\min}$, ne doit pas dépasser 10 % de la valeur moyenne I_1 ;
- on note respectivement $E_{\max}$ et $E_{\min}$ les valeurs maximale et minimale de la tension $e(t)$ sur une période de hachage. La tension $e(t)$ a pour valeur moyenne E et son ondulation, définie par $\Delta E = E_{\max} - E_{\min}$, ne doit pas dépasser la valeur $\Delta E_{\max} = 100\text{ mV}$.

Q1. Préciser au regard des règles d'interconnexions entre les sources et des contraintes imposées dans notre application, la (les) fonctionnalité(s) qu'assure l'inductance pure L .

Q2. Quel est le rôle du condensateur de capacité C ?

On s'intéresse dans un premier temps à la contrainte liée à l'ondulation de l'intensité du courant $i_1(t)$. On considère alors la tension $e(t)$ comme constante et égale à E .

Q3. Écrire les deux équations différentielles vérifiées par l'intensité du courant $i_1(t)$ dans chacun des deux intervalles $[0, \alpha T]$ et $[\alpha T, T]$.

Q4. Déterminer la relation qui lie U , E et α , puis la valeur numérique de α .

Q5. Représenter graphiquement l'allure de l'intensité du courant $i_1(t)$ en fonction de t .

Q6. À l'aide de considérations énergétiques, exprimer, en fonction de I_R et de α , la valeur moyenne I_1 de l'intensité du courant $i_1(t)$.

Q7. Déterminer en fonction de U , α , T et de I_R , l'expression et la valeur numérique minimale de l'inductance $L_{\min}$ à utiliser pour respecter la condition sur le taux d'ondulation de l'intensité du courant $i_1(t)$.

On s'intéresse dans un second temps à la contrainte liée à l'ondulation de la tension $e(t)$ qui n'est plus considérée comme constante.

Q8. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur lorsque K_1 est fermé.

En déduire, sur l'intervalle de temps $[0, \alpha T]$, l'expression de la tension $u_C(t)$ en fonction de $E_{\max}$ et de τ .

Q9. Déterminer, en faisant les approximations qui s'imposent, l'expression littérale de la capacité minimale $C_{\min}$ à utiliser, en fonction de E , α , T , R et de $\Delta E_{\max}$.

Partie II – Spectre d'un signal numérique (CCINP)

Nous nous proposons ici d'illustrer quelques impacts de la numérisation d'un signal sur son spectre. Pour des raisons de facilité, cette étude est menée avec le matériel usuel du laboratoire de sciences physiques du lycée. Elle se généralise à tout enregistrement numérique.

Document : rappels sur le fonctionnement de l'oscilloscope numérique

- lors d'un enregistrement, l'oscilloscope numérique discrétise et enregistre un signal sur une durée égale à la durée de balayage, soit 10 carreaux $\times$ base de temps;
- le nombre d'échantillons enregistrés est toujours le même et égal à 2480. La période d'échantillonnage dépend ainsi de la durée d'enregistrement et donc de la base de temps;
- un menu permet l'affichage du spectre du signal échantillonné. Pour tous les spectres fournis dans cet énoncé, les amplitudes relatives des différentes composantes en fréquence sont représentées sur une échelle en dB en ordonnées. L'échelle des abscisses est linéaire, graduée de $f = 0$ Hz jusqu'à une fréquence $f_{\max}$ qui dépend de la base de temps. Deux curseurs verticaux, dénommés X1 et X2, permettent de pointer deux fréquences pour une lecture aisée de leur valeur à l'écran.

Expérience 1

Un signal sinusoïdal est délivré par le GBF et est envoyé sur l'oscilloscope numérique. Il a été enregistré avec une base de temps de 250 μ s par division comme indiqué en bas de l'écran. Il est à la fois représenté dans le domaine temporel et dans le domaine fréquentiel sur l'oscillogramme 1 de la figure II-1.

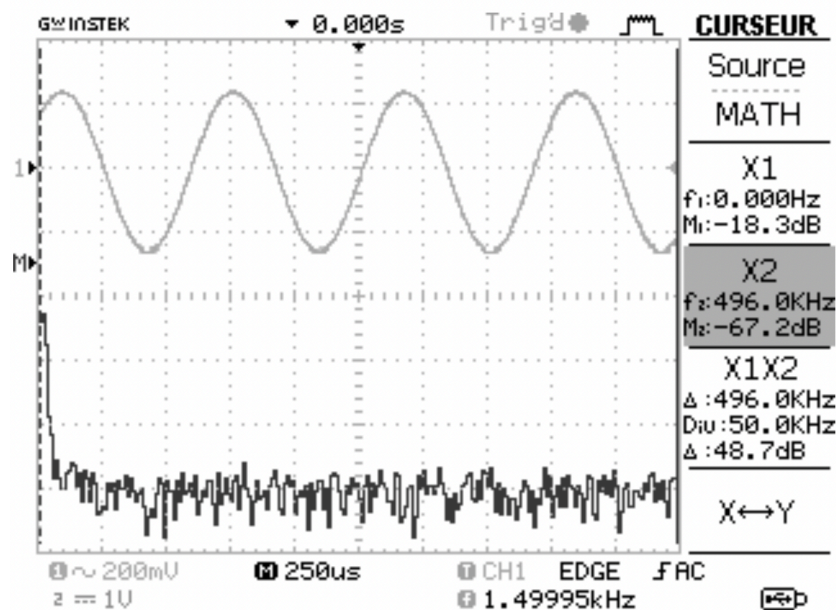


FIGURE II-1 – Oscillogramme 1

Q1. Déterminer la période et la fréquence du signal sinusoïdal.

Déterminer une valeur approchée de la fréquence d'échantillonnage de cet enregistrement.

Quel lien existe-t-il entre la plus haute fréquence $f_{\max} = 496$ kHz, repérée par le curseur 2, et la fréquence d'échantillonnage?

Q2. Pour un repérage aisé du pic en fréquence au moyen du curseur X1, il faut dilater l'échelle des fréquences. Quel ajustement proposez-vous de faire sur l'oscilloscope?

Est-ce cohérent avec le nouvel oscillogramme 2 de la figure II-2?

La nouvelle valeur de la plus grande fréquence $f_{\max}$ de ce spectre était-elle prévisible? Si oui, comment?

Q3. On renouvelle cette opération et on obtient l'oscillogramme 3 de la figure II-3. Expliquer la valeur $f = 1$ kHz de la fréquence donnée par le curseur X1.

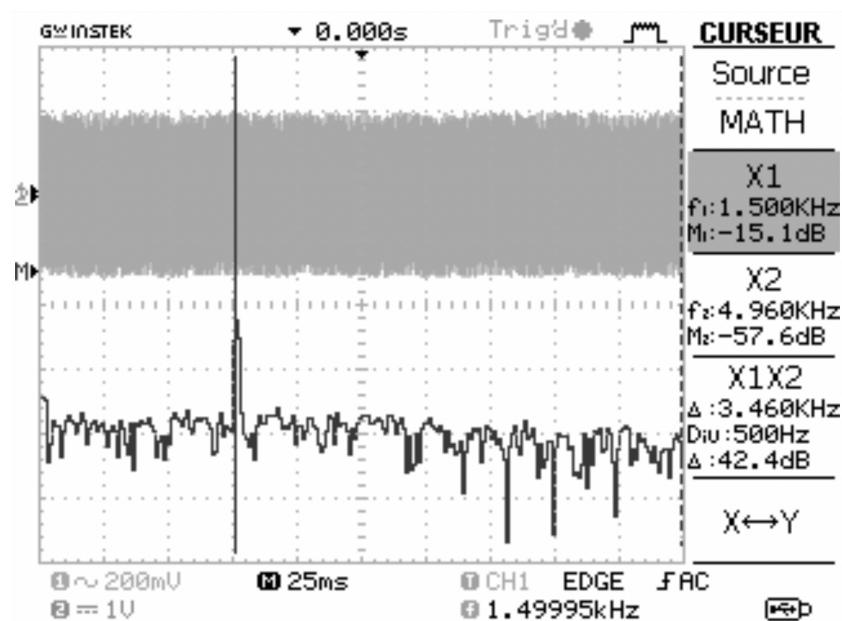


FIGURE II-2 – Oscillogramme 2

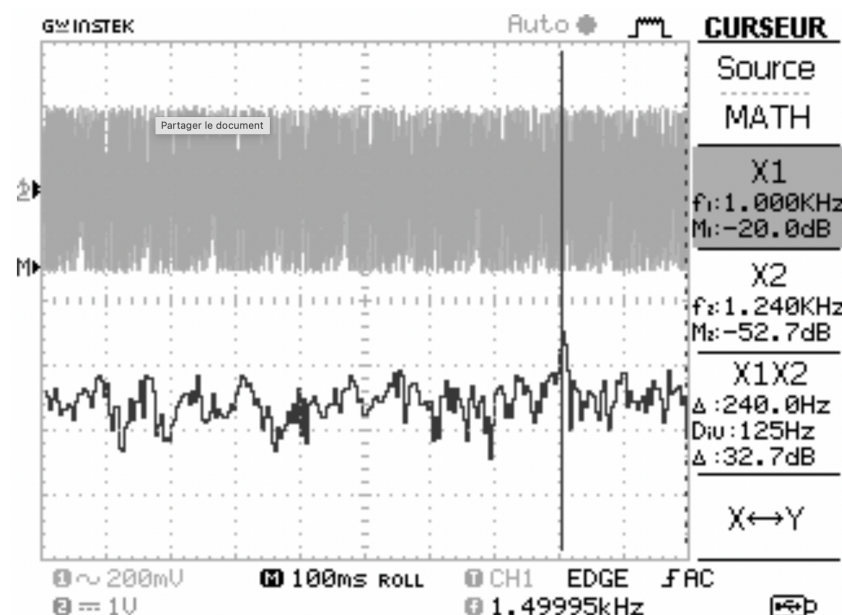


FIGURE II-3 – Oscillogramme 3

Expérience 2

On considère le montage électronique 1 (figure II-4) où l'ALI est considéré comme parfait et fonctionne en régime linéaire. V_1 , V_2 , V_3 correspondent aux trois tensions d'entrée et V_s est la tension de sortie.

Q4. Déterminer l'expression de V_s en fonction de V_1 , V_2 , V_3 , R_0 , R_1 , R_2 et R_3 . Proposer un nom à ce montage.

On associe au montage précédent un multiplieur dont les deux tensions d'entrée sont V_1 et V_2 . Il délivre en sortie la tension $V_m(t) = kV_1(t)V_2(t)$, où $k = 0,1 \text{ V}^{-1}$. On aboutit au montage électronique 2 de la figure II-5.

$V_1(t)$ et $V_2(t)$ sont respectivement deux tensions sinusoïdales de même amplitude maximale V_0 et de fréquence f_1 et f_2 . On pose $V_1(t) = V_0 \cos(2\pi f_1 t)$ et $V_2(t) = V_0 \cos(2\pi f_2 t)$.

Q5. On suppose ici que $R_0 = R_1 = R_2 = R_3$.

Tracer le spectre théorique de la tension de sortie V_s .

Q6. Comme est modifié ce spectre lorsque $R_0 = R_1 = R_2 = 2R_3$?

Q7. L'enregistrement du signal V_s et la détermination de son spectre par l'oscilloscope numérique sont donnés sur l'oscillogramme 4 de la figure II-6.

Déterminer les valeurs des fréquences f_1 et f_2 .

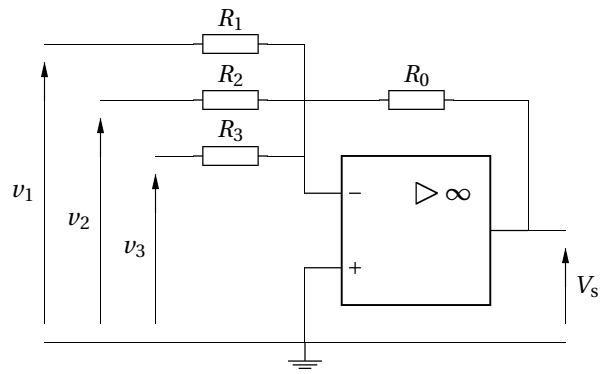


FIGURE II-4 – Montage électronique 1

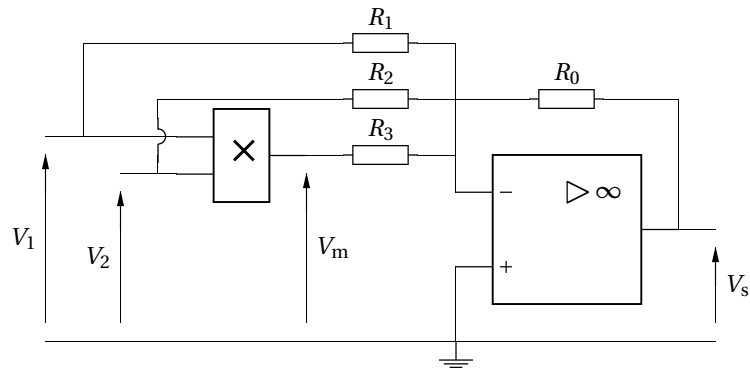


FIGURE II-5 – Montage électronique 2

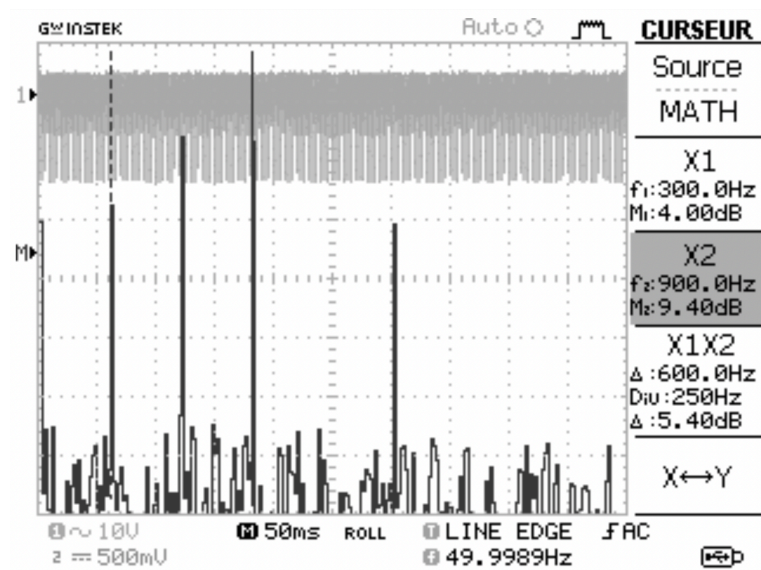


FIGURE II-6 – Oscillogramme 4

Partie III — Oscillateurs (Centrale TSI)

On s'intéresse ici aux dispositifs résonateurs ou oscillateurs : ils sont capables de générer des oscillations à une fréquence qui leur est propre.

1 Contre-réaction

Dans le circuit électrique d'oscillation est ajoutée une « contre-réaction » ; on va s'intéresser, dans un premier temps, au rôle de la contre-réaction. Le circuit étudié est représenté figure III-1.

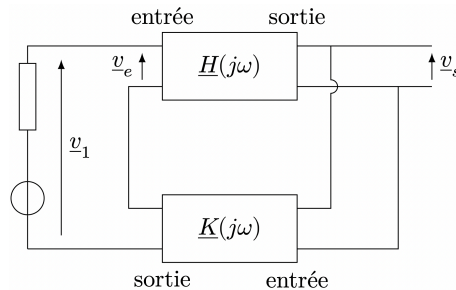


FIGURE III-1 – Système avec contre-réaction

Le schéma du circuit peut prendre la forme de deux quadripôles de fonctions de transfert respectives $\underline{H}(j\omega)$ et $\underline{K}(j\omega)$ (définies comme le rapport des amplitudes complexes de la tension de sortie sur la tension d'entrée).

Q1. Donner les relations faisant intervenir les fonctions de transfert entre $\underline{v}_s$ et $\underline{v}_e$, puis entre $\underline{v}_s$, $\underline{v}_e$ et $\underline{v}_1$.

Q2. En déduire la fonction de transfert globale du montage $\underline{A}(j\omega) = \underline{v}_s / \underline{v}_1$ en fonction de $\underline{H}(j\omega)$ et $\underline{K}(j\omega)$.

À fréquence non nulle, l'ensemble représenté peut constituer un oscillateur si la tension de sortie est non nulle alors que la tension d'entrée est nulle. En effet, le montage est alors capable de générer seul des oscillations.

Q3. Donner une relation vérifiée par $\underline{H}(j\omega)$ et $\underline{K}(j\omega)$ qui permette d'avoir un oscillateur.

En déduire deux relations :

Q4. entre les gains $|\underline{H}(j\omega)|$ et $|\underline{K}(j\omega)|$ notée relation (R1) ;

Q5. entre les phases $\arg(\underline{H}(j\omega))$ et $\arg(\underline{K}(j\omega))$ notée relation (R2).

2 Filtre de Wien

Dans cette sous-partie, on étudie le filtre de Wien, dont on va voir après qu'il peut servir dans un montage oscillateur.

Le filtre est constitué de deux condensateurs identiques de capacité C et de deux conducteurs ohmiques identiques de résistance R . Le circuit correspondant est représenté sur la figure III-2.

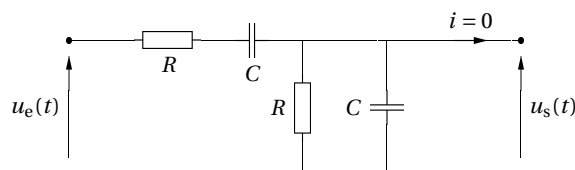


FIGURE III-2 – Filtre de Wien

Q6. Déterminer la fonction de transfert $\underline{K}(j\omega) = \underline{u}_s / \underline{u}_e$ de ce filtre.

Q7. Représenter l'allure du gain $|\underline{K}(j\omega)|$ de ce filtre en fonction de ω .

Q8. Donner l'expression de la pulsation de résonance en fonction de R et de C . Que vaut $|\underline{K}(j\omega)|$ à la résonance ?

3 L'oscillateur

Le filtre de Wien est inséré dans le montage de la figure III-3 ; on supposera que l'amplificateur linéaire intégré est idéal et fonctionne en régime linéaire.

On choisit de se placer à la pulsation $\omega_0 = \frac{1}{RC}$. Les notations employées ici sont volontairement similaires à celles de la figure III-1.

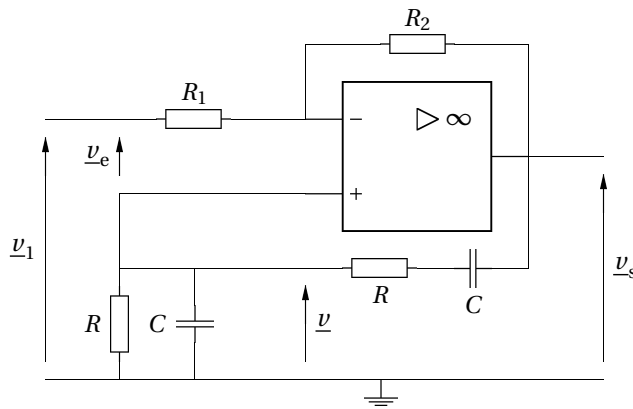


FIGURE III-3 – Montage oscillateur

Q9. Exprimer, **uniquement en fonction de R** , l'impédance complexe de la branche où R et C sont en série.

Q10. Même question pour R et C en parallèle.

Q11. Que vaut le rapport $\left| \frac{v}{v_s} \right|$? Commenter par rapport à l'étude faite à sous-partie 2.

Q12. Exprimer la différence de potentiel v en fonction de v_e , v_s , R_1 et R_2 .

Q13. Déterminer l'expression de la fonction de transfert $H(j\omega) = \frac{v_s}{v_e}$.

Q14. Proposer des valeurs de R_1 et R_2 permettant à ce montage de fonctionner comme oscillateur.

4 Utilisation d'un quartz

Plus fiable que les oscillateurs électriques, une lame de quartz peut être utilisée à la place du filtre de Wien. On donne fréquemment pour le quartz le modèle électrique de la figure III-4.

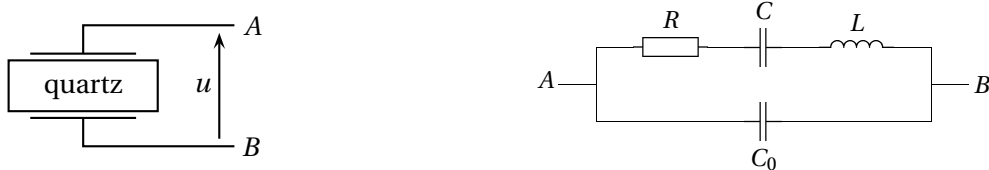


FIGURE III-4 – Quartz et schéma équivalent

Q15. Étudier le comportement asymptotique du modèle : il s'agit, *qualitativement*, de trouver une représentation simplifiée du quartz pour les cas $\omega \rightarrow 0$ et $\omega \rightarrow \infty$.

La courbe de la figure III-5 représente l'allure de la partie imaginaire de l'impédance équivalente du modèle électrique du quartz $\text{Im}(\underline{Z}_{AB})$ en fonction de la fréquence **lorsque la résistance R est négligeable**.

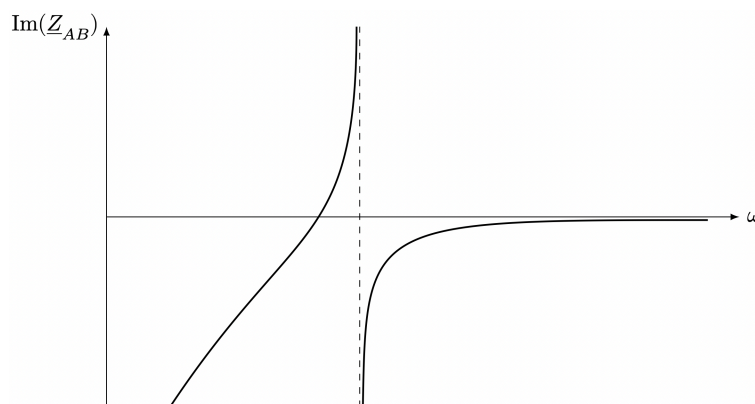


FIGURE III-5 – $\text{Im}(\underline{Z}_{AB})$ pour le quartz

Q16. Quelles sont les pulsations remarquables?

Q17. Dans quel(s) intervalle(s) peut-on dire que le comportement du quartz est capacitif?

Partie IV — Thermokarst dû aux bulles de méthane (CCINP PSI)

Données

constituant physico-chimique	CH ₄ (g)	CO (g)	CO ₂ (g)	H ₂ O (liq)
$\Delta_f H^\circ$ en kJ · mol ⁻¹	-74,4	-111	-393,5	-285,8

Constante des gaz parfaits : $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

L'hydrate de méthane (CH₄)₈,46H₂O, naturellement présent dans le sol, est un composé d'origine organique, constitué d'une fine cage de glace dans laquelle le méthane CH₄ est piégé : le sol gelé constitue une sorte d'éponge qui stabilise le méthane sous forme solide. L'hydrate de méthane est stable à basse température et forte pression. À une profondeur donnée, un réchauffement peut le rendre instable, donnant naissance à de l'eau liquide et à du gaz méthane. Les bulles de méthane forment une sorte de nasse qui vient éclater à la surface, engendrant le thermokarst. On voit des cratères gigantesques se former. La figure IV-1 représente un cratère d'une profondeur $H = 50 \text{ m}$ et de rayon $R = 40 \text{ m}$.



FIGURE IV-1 – Thermokarst

En Sibérie, le réchauffement climatique est 2,5 fois plus important qu'ailleurs, et certains biologistes craignent que des virus vieux de plusieurs milliers d'années soient ainsi réactivés et créent des situations sanitaires à très haut risque.

La taïga peut avoir l'aspect d'un véritable brasier pendant les mois d'été. Le départ des feux peut être d'origine humaine, mais ils sont aussi entretenus par la grande quantité de méthane qui vient en surface. Le méthane est auto-inflammable comme le montre l'existence des feu-follets au-dessus des marécages.

On s'intéresse aux propriétés chimiques du méthane.

Q1. Écrire les réactions de combustion complète (réaction 1) ou incomplète (réaction 2) du méthane CH₄. Une combustion complète donne naissance à la forme oxydée du carbone CO₂ tandis qu'une combustion incomplète donne naissance à la forme oxydée CO. On supposera que l'eau formée est à l'état liquide.

Q2. Calculer les enthalpies standard de ces deux réactions, supposées indépendantes de la température.

Q3. En assimilant les bulles de méthane à des sphères de rayon 40 m, à la température 273 K et sous la pression 1 bar, calculer l'énergie maximale libérée par l'oxydation de la bulle. Évaluer le volume d'air nécessaire. On considère les gaz parfaits et l'air comme un mélange parfait contenant 20 % de dioxygène et du diazote.

Q4. En supposant l'oxydation complète totale (réaction 1), quelle température obtiendrait-on à partir d'une température estivale de 27 °C? On supposera la combustion suffisamment rapide pour considérer que le système siège de la transformation chimique évolue de manière isobare et adiabatique. On admet que les gaz parfaits sont caractérisés par une capacité thermique molaire isobare $C_{p,m} = 21 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

La capacité thermique isobare molaire de l'eau liquide vaut $C'_{p,m} = 75 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ et son enthalpie molaire de vaporisation $\Delta_{\text{vap}} H^\circ = L_{\text{vap}} = 40,8 \times 10^3 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1}$ à 100 °C.

La température de vaporisation de l'eau sous 1 bar est $T_{\text{vap}} = 100 \text{ °C}$.

Commenter le résultat, sachant que la température d'auto-inflammation des herbes sèches et des brindilles est de l'ordre de 300 °C.