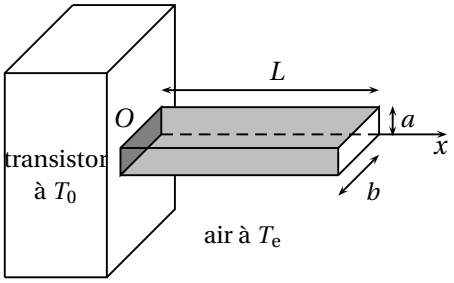
Diffusion thermique — Exercice d'application

Ailette de refroidissement

On considère un transistor de puissance qui dissipe de l'énergie lors de son fonctionnement, et se comporte alors comme une source de chaleur. Afin d'éviter une montée en température trop importante, on utilise une ailette de refroidissement pour favoriser les échanges thermiques avec le milieu extérieur.
On étudie une ailette de longueur L, de section rectangulaire $S = a \times b$, dont la face en $x = 0$ est en contact avec le transistor à la température $T_0 = 65$ °C.



On se place en régime stationnaire, et on suppose que le phénomène est unidimensionnel selon Ox : la température dans l'ailette est $T(x)$.
La température de l'air ambiant est T_e. Le transfert thermique de l'ailette vers l'air ambiant est tel que la puissance thermique échangée par un élément de surface latérale dS de longueur dx est donnée par $\mathrm{d}P = h[T(x) - T_a]\,\mathrm{d}S$, où h est une constante caractéristique de cet échange thermique.
La conductivité thermique de l'ailette est λ.

1. Montrer que la température dans l'ailette vérifie une équation différentielle de la forme

$$\frac{\mathrm{d}^2 T(x)}{\mathrm{d}x^2} - \frac{T(x) - T_a}{\delta^2} = 0 \tag{1}$$

où δ est une grandeur caractéristique dont on donnera l'expression en fonction de λ, a, b et h, dont on précisera la dimension.

2. Quelle est la forme générale de la solution de l'équation différentielle (1) ?

3. À quelle condition portant sur δ peut-on considérer l'ailette comme infinie ? En se plaçant dans ce cas, déterminer complètement l'expression de $T(x)$.

4. Exprimer alors en fonction de T_0, T_e, a, b, λ et h la puissance thermique totale Φ_{tot} évacuée par l'ailette.

5. On définit l'efficacité de l'ailette ε comme le rapport entre le flux thermique total Φ_{tot} évacué par l'ailette sur le flux Φ_0 par la même surface de base S (section droite de l'ailette) en l'absence d'ailette.
Déterminer l'efficacité de l'ailette en fonction de h, λ, a et b.

6. Discuter de l'influence de λ sur l'efficacité de l'ailette. Quel matériau utiliser en pratique ?

7. On veut déterminer la forme optimale de l'ailette pour une section donner : on fixe S et on cherche comment choisir son épaisseur a.
Exprimer l'efficacité ε en fonction de λ, h, S et a. En étudiant les variations de ε avec a, justifier que l'on choisit des ailettes fines.

8. Dans le cas d'un ailette de longueur finie L, expliciter les conditions aux limites en $x = 0$ et en $x = L$.
On ne cherchera pas à résoudre l'équation différentielle.