

## Modélisation du frottement dans un ensemble tournant Équilibruse Rotodyn Deltalab

### Objectifs

Le système d'équilibrage Deltalab EX 185 est un banc d'essai permettant d'étudier le problème de l'équilibrage d'un solide en rotation. Afin de satisfaire le besoin des utilisateurs, il est important d'avoir des paliers les moins dissipatifs possible afin d'avoir une rotation quasiment constante, ainsi qu'une vitesse de rotation suffisamment importante pour pouvoir effectuer les mesures.

Dans cette activité, on se propose de vérifier les caractéristiques énergétiques des paliers à roulement à billes utilisés pour assurer la liaison pivot du rotor et de déterminer expérimentalement les frottements existant dans des roulements à billes.

Nous identifierons par l'expérience le coefficient de frottement visqueux et le couple de frottement sec.

**Vous établirez ainsi le modèle de frottement du rotor de l'équilibruse.**

Durée : 2 heures avec permutation

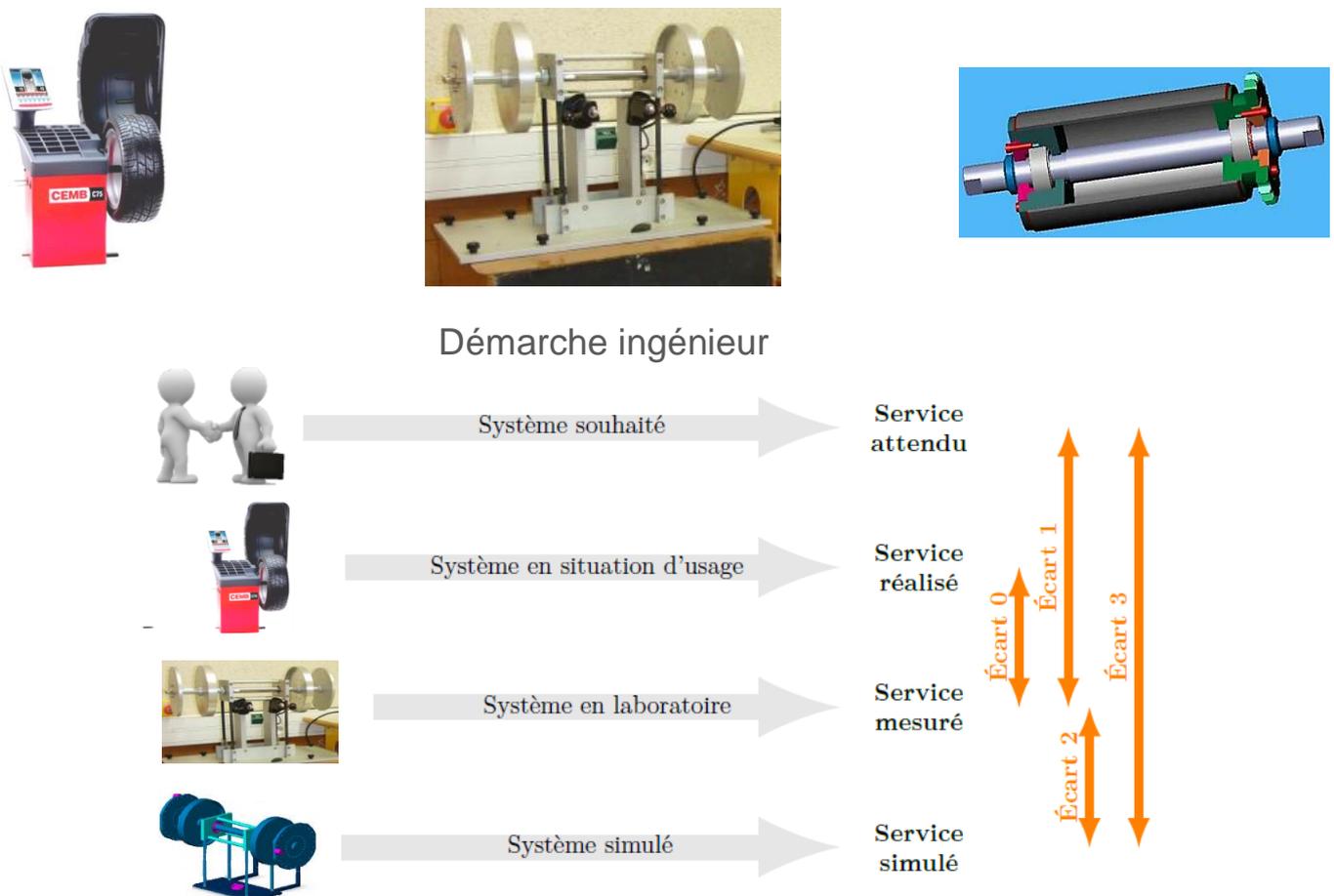


FIGURE 1 – Démarche de l'ingénieur centrée sur la mesure des écarts.

**Objectif : minimiser les écarts**

**AVERTISSEMENT**

**VOUS DEVEZ DEPLACER TOUT DOCUMENT NUMERIQUE MODIFIABLE DANS UN DOSSIER PERSONNEL AVANT OUVERTURE ET MODIFICATION.**

## Préparation à faire chez soi avant la séance de TP

- Lire le sujet
- 🖐️ S'approprier la différence fondamentale entre les deux types de frottement : frottement sec et frottement visqueux
- Revoir le théorème du moment dynamique
- Revoir le théorème de l'énergie puissance



## Vous disposez

- Du sujet
- Tachymètre optique
- Corde à lancer



## Vous devez rendre

- Travail à rédiger sur le cahier de TP.



## PARTIE 1 : EXPERIMENTATION AU LABORATOIRE ET EXPLOITATION DES MESURES

### Objectif de la manipulation

Etablir le graphique expérimental de la vitesse angulaire du rotor  $\omega$  en fonction du temps après lancer à la main.

### Protocole expérimental

**Avertissement** : la prise de mesure est longue (environ 10 minutes) et requière une organisation rigoureuse entre les co-équipiers. Si vous êtes seul, signalez-le immédiatement au professeur qui vous aidera pour la manipulation.

Vous ne devez pas être dérangé pendant l'expérience. On propose l'organisation suivante.

- Etudiant 1 : saisie des valeurs données par l'étudiant 2 dans un tableau
- Etudiant 2 : utilisation du tachymètre optique pour la prise de vitesse et communication à l'étudiant 1

### Description détaillée du protocole

1. Verrouillez les paliers du rotor en tournant les deux manettes de blocage en plastique bleu.
2. Préparer un chronomètre (montre, téléphone portable...).  
Préparer un tableau simple à deux colonnes sur votre cahier pour noter les instants et les vitesses correspondantes.
3. Enroulez la cordelette sur l'arbre entre les deux paliers en agissant en rotation sur l'un des plateaux.



4. Agissez en traction sur la cordelette de façon à entraîner l'arbre en rotation, horizontalement et fermement mais sans excès.
5. Lancez l'arbre équilibré à une fréquence située autour de 1500 tours par minute.
6. Avec le tachymètre optique : relevez la vitesse de rotation initiale le plus rapidement possible. Visez le trait blanc sur fond noir précisément sans bouger.
7. Relevez les instants et vitesses de rotations.
8. Allez jusqu'à l'arrêt total du rotor de l'arbre même si cela vous semble long !
9.  Migrer **individuellement** sur un PC de la zone informatique du labo. Ouvrir le tableau « Mesures frottements équilibréuse ». Saisir vos valeurs expérimentales.



## Exploitation des mesures - Identification

Description du contenu des colonnes du tableau numérique fourni :

- Colonne « *Expérience (rad/s)* » : vos valeurs de  $\omega(t)$  mesurées.
- Colonne « *Théorie visqueux uniquement* » : valeurs théorique de  $\omega(t)$  issues du modèle ne tenant compte que du **frottement visqueux**. La loi de mouvement devient :

$$\omega(t) = \omega_i e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ avec } \tau = \frac{J}{f_v}, \text{ constante de temps.}$$

- Colonne « *Théorie fr secs uniquement* » : valeurs théorique de  $\omega(t)$  issues du modèle ne tenant compte que du **frottement sec**. La loi de mouvement devient :

$$\omega(t) = -\frac{C_{fs}}{J} t + A.$$

- Colonne « *Théorie complète* » : valeurs théorique de  $\omega(t)$  issues du modèle complet incluant les frottements visqueux et sec, soit la loi temporelle que vous avez établie au début de la séance :  $\omega(t) = \left(\omega_i + \frac{C_{fs}}{f_v}\right) e^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{C_{fs}}{f_v}$ .

Pour l'instant les valeurs  $f_v$  et  $C_{fs}$  sont nulles. Vous allez les déterminer par identification avec la courbe expérimentale.

**Q1.** Grâce au tableau numérique fourni dans lequel vous avez saisi les valeurs : tracez le nuage de point expérimental  $\omega(t)$ . Remarquez l'allure exponentielle décroissante.

- Quel type de frottement est prépondérant à haute vitesse et insignifiant à basse vitesse ?
- Quel type de frottement est prépondérant à basse vitesse ?

Il s'agit maintenant de déterminer  $C_{fs}$  et  $f_v$  à partir des mesures.

**Q2.** Si vous n'avez pas fait cela précédemment, ouvrir une par une chaque pièce Solidworks du dossier « DAO rotor équilibréuse ». Dans « évaluer/propriété de masse », noter soigneusement le moment d'inertie de chaque pièce **suivant l'axe de révolution** du rotor. Attention à l'unité.



### Détermination du coefficient $f_v$

**Q3.** Saisissez les valeurs des moments d'inertie des trois pièces du rotor dans le tableau déterminées précédemment avec le modèle Solidworks.

Ajuster la valeur de  $f_v$  pour que la loi exponentielle soit au plus proche de la loi exponentielle : la courbe théorique doit « coller » au mieux à la courbe expérimentale. Vous remarquez qu'il subsiste un écart pour les faibles vitesses.

Mt d'inertie Par solidworks		
disque		kg.m <sup>2</sup>
jante		kg.m <sup>2</sup>
axe		kg.m <sup>2</sup>
<b>TOTAL</b>		<b>0</b> kg.m <sup>2</sup>

valeurs des deux types de frottements distincts		
$f_v$	Nm/(rad/s)	=visqueux
Modele frottement sec		
Pente lue en fin d'expérience :	rad/s <sup>2</sup>	
ord origine lue :	rad/s	
Cf sec déduit	Nm	
Tau déduit	#DIV/0!	s

**Q4.** Observez avec soin les valeurs numériques dans les colonnes de  $\omega(t)$  expérimental et  $\omega(t)$  visqueux : à partir de quel intant  $T_s$  la loi théorique incluant le frottement visqueux diverge-t-elle franchement du relevé expérimental et devient inadaptée ?

### Détermination du couple $C_{fs}$

**Q5.** Pour trouver les valeurs de  $C_{fs}$  et  $A$  : c'est sur un intervalle de temps à partir de  $T_s$  où  $\omega(t)$  décroît linéairement que vous allez déterminer  $C_{fs}$ . Tracer la courbe (quasiment droite) de

l'évolution de  $\omega(t)$  réel sur cet intervalle de temps : déterminer la pente et l'ordonnée à l'origine.

**Q6.** Saisissez les valeurs de pente et ordonnée à l'origine dans le tableau. Déduisez  $C_{fs}$ .

valeurs avec les deux types de frottements distincts		
$f_v$	Nm/(rad/s)	=visqueux
Modèle frottement sec :		
Pente lue en fin d'expérience :		rad/s
ord origine (s) :		rad/s
Cf sec déduit :	Nm	
Tau déduit :	#DIV/0!	s

### Synthèse des deux types de frottements

**Q7.** Tracez sur un même graphe la loi expérimentale et la loi théorique complète identifiée avec vos paramètres : conclusion.

**Q8.** Ajuster finement les deux paramètres  $C_{fs}$  et  $f_v$  pour une identification plus proche de la réalité expérimentale.

### Détermination du frottement sec par la statique (moments...)

**Q9.** Vous disposez d'une mallette en plastique bleu/gris dans laquelle il y a de petites masses pouvant se monter sur la jante (trous prévus).

Par l'utilisation d'une ou plusieurs masses, imaginez un protocole expérimental simple pour déterminer le couple de frottement sec  $C_{fs}$ .



Permutation particulière :

Passer à la partie 2 théorique, pas longue, puis revenir sur la partie 1 pour identifier la loi de comportement expérimentale.

Libérer le poste de travail système pour l'autre binôme.

## PARTIE 2 : PRELIMINAIRE THEORIQUE

### Calculs préliminaires

Le rotor de l'équilibréuse est lancé, on étudie la décroissance de sa vitesse. Dans cette phase de fonctionnement il n'est donc plus soumis à un couple moteur.

Il subit alors les trois actions mécaniques extérieures suivantes :

- son poids dont le moment par rapport à l'axe de rotation du rotor est...
- le couple de frottement sec constant (frottement de Coulomb) :  $-C_{fs}$  ;  $C_{fs} > 0$
- le couple de frottement visqueux conséquence de la lubrification à la graisse des roulements et du brassage de l'air par les disques du rotor (proportionnel à la vitesse de rotation) :  $C_v = -f_v \cdot \omega$  ;  $f_v > 0$

Le moment d'inertie du rotor par rapport à l'axe de rotation est  $J$ .

On démontre aisément par application du théorème de l'énergie puissance, ou du principe fondamental de la dynamique appliqué au rotor, que la loi de mouvement est :

$$J \frac{d\omega(t)}{dt} + f_v \omega(t) + C_{fs} = 0 \quad (E1)$$

**Q1.** Montrer que l'équation (E1) a pour solution :

$$\omega(t) = \left( \omega_i + \frac{C_{fs}}{f_v} \right) e^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{C_{fs}}{f_v}, \text{ où } \omega_i = \omega(t = 0) \text{ vitesse initiale rotor.}$$

Donner l'expression de la constante de temps  $\tau$ .

Donner les unités de  $C_{fs}$  et  $f_v$ .

Conclusion : l'objectif de l'activité pratique est de déterminer les grandeurs  $C_{fs}$  et  $f_v$  par identification avec une expérience sur le système réel.

**Q2.** Si vous n'avez pas fait cela précédemment, ouvrir une par une chaque pièce Solidworks du dossier « DAO rotor équilibréuse ». Dans « évaluer/propriété de masse », noter soigneusement le moment d'inertie de chaque pièce **suivant l'axe de révolution** du rotor. Attention à l'unité.



Vous remarquez en effet que le moment d'inertie apparaît dans la loi de décroissance de vitesse (E1). Vous en aurez besoin plus tard.



Permutation particulière :

si vous avez terminé la partie 2, passez immédiatement à l'expérimentation sans attendre la mi-temps. L'autre binôme a certainement terminé sa manipulation et libéré le système. Surtout restez identifié sur votre PC de la zone informatique car vous allez y revenir !

FIN DU SUJET