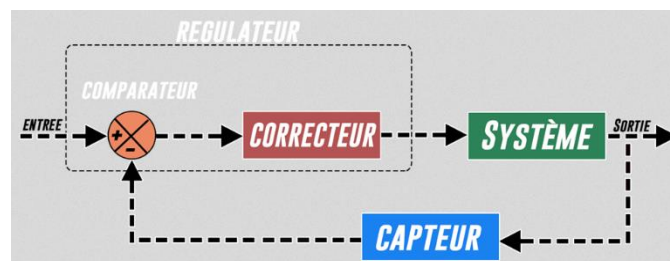


# ASSERVISSEMENT DES SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS

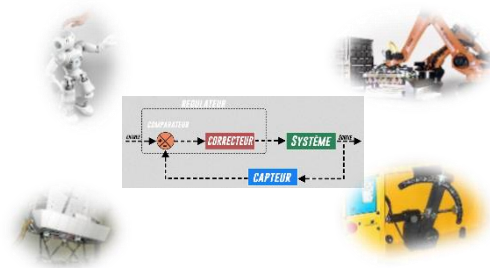
- REVISIONS DE 1<sup>ère</sup> ANNEE
- PARTIE 4 : CORRECTION DES SYSTEMES ASSERVIS

## TRAVAUX DIRIGÉS



## Table des matières

1. ORIENTATION ASSERVIE D'UNE EOLIENNE.....	3
2. REPONSES HARMONIQUES DANS LE PLAN DE BODE.....	7
3. IDENTIFICATION DE FONCTION DE TRANSFERT A PARTIR DE REPONSES HARMONIQUES .....	10
4. ETUDE DE LA STABILITÉ D'UN SYSTÈME À PARTIR DE SES PÔLES .....	11
5. ETUDE GRAPHIQUE DE LA STABILITE D'UN SYSTEME A L'AIDE DU CRITERE DU REVERS DANS BODE .....	12
6. ETUDE DE LA STABILITÉ D'UN MEME SYSTEME PAR DES METHODES DIFFERENTES.....	13
7. ETUDE DE LA PRECISION D'UN SYSTEME.....	13
8. ETUDE DE LA PRECISION D'UN SYSTEME AVEC PERTURBATION .....	14
9. REGLAGE GRAPHIQUE DES MARGES DE STABILITE PAR UNE CORRECTION PROPORTIONNELLE .....	15
10. STABILITÉ PAR LES DEUX METHODES : EQUIVALENCE .....	16
11. CORRECTION PI : ROBOT SIMULATEUR DE CLAVECIN.....	17
12. REGLAGE D'UN CORRECTEUR PROPORTIONNEL INTEGRAL PAR COMPENSATION DU POLE DOMINANT .....	20
13. FAUTEUIL ROULANT MOTORISÉ ÉQUIPÉ DES ROUES EZ-WHEEL .....	20
14. VEHICULE HYBRIDE TOYOTA PRIUS .....	26



### Illustration de la première de couverture

On améliore les performances d'un asservissement en plaçant un correcteur derrière le comparateur. Sans correcteur aucun des systèmes classiques illustrés ne pourraient assurer les exigences requises : robot ludique NAO, Robot industriel, Cellule de simulation de vol, maquette Maxpid.

## 1. ORIENTATION ASSERVIE D'UNE EOLIENNE

Pour un rendement maximal une éolienne doit être orientée « dans le vent ». Son pivotement est motorisé et asservi à la direction réelle du vent.

Le mouvement de l'éolienne est produit par un moteur hydraulique de fonction de transfert :

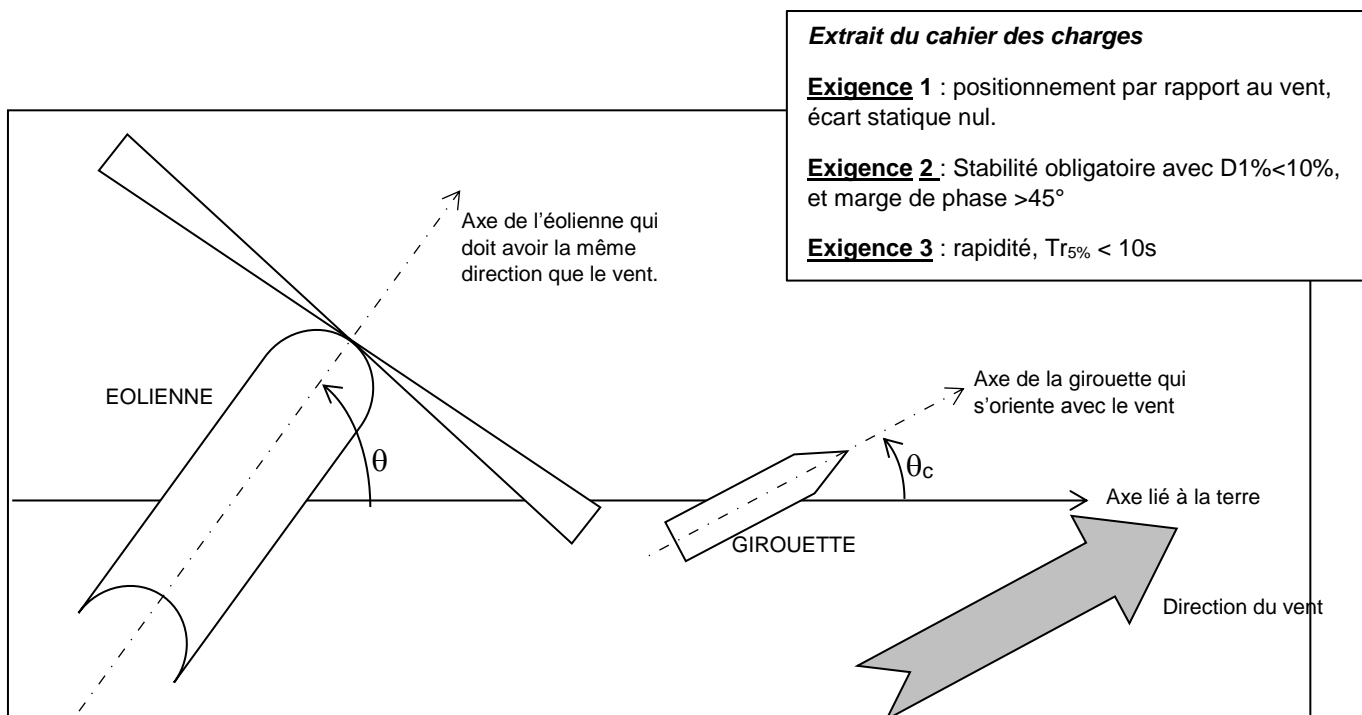
$$H(p) = \frac{\Omega(p)}{Q(p)} = \frac{25000}{25 + 30p + p^2}$$

$\Omega(p)$  est la vitesse angulaire de l'éolienne directement fixée sur le rotor moteur en rad/s,  $Q(p)$  est le débit d'huile envoyé dans le moteur hydraulique en m<sup>3</sup>/s.

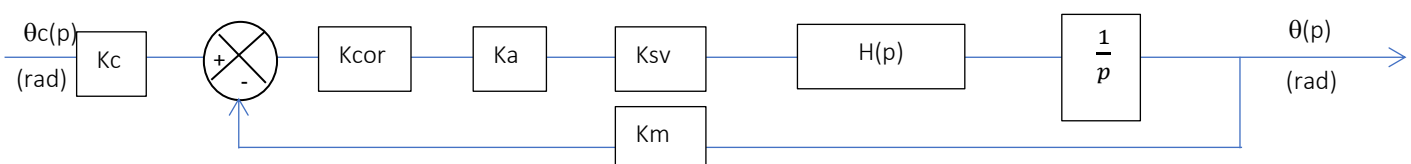
On dispose d'une girouette qui s'oriente librement avec le vent. Cette girouette est couplée à un capteur d'angle potentiométrique qui délivre une tension  $U_c$  proportionnelle à  $\theta_c$  (angle consigne imposé à l'éolienne). Le gain de ce capteur est  $K_c = 5$  V/rad. Un autre capteur d'angle potentiométrique permet de connaître la position angulaire de l'éolienne. Son gain est  $K_m$ . On a  $K_m = K_c$ .

Un correcteur de transmittance  $K_{cor}$  est placé après le soustracteur.

On amplifie le signal sortant du correcteur, avec un amplificateur de gain  $K_A = 2$  A/V. Il génère ainsi un courant  $I$  qui attaque la servovalve de gain  $K_{SV} = 4 \cdot 10^{-2}$  m<sup>3</sup>·s<sup>-1</sup>·A<sup>-1</sup>. Le débit d'huile  $Q$  sort de la servovalve et alimente le moteur hydraulique.



Q1. Inscrire sur les liens du schéma bloc de l'asservissement donné ci-dessous les grandeurs physiques et leur unité.



Q2. Considérons la fonction de transfert  $H(p)$  du moteur hydraulique seul. Donnez son ordre et chacune de ses caractéristiques : nom, grandeur physique, valeur calculée, unité. Quel est le type de réponse de ce moteur ?

Q3. Déterminer le temps de réponse à 5% du moteur hydraulique.

On démontre que la fonction de transfert du moteur peut se simplifier de la manière suivante :

$$H(p) = \frac{\Omega(p)}{Q(p)} = \frac{1000}{1 + 1,2p}$$

On prendra cette fonction de transfert pour la suite du problème.

Q4. Calculez la fonction de transfert du système asservi  $G(p) = \frac{\theta(p)}{\theta_c(p)}$  en fonction des valeurs numériques données pour chaque fonction de transfert et  $K_{cor}$ .

Q5. Déterminez la pulsation propre du système non amorti  $\omega_0$  et l'amortissement  $\xi$ , en fonction de  $K_{cor}$ .

On choisit un gain correcteur  $K_{cor1} = \frac{1}{50}$ .

Q6. Vérifiez (ou non) chaque exigence du cahier des charges.

### Optimisation de la réponse de l'éolienne.

Q7. Calculez  $K_{cor\_R}$  pour que le critère de dépassement soit vérifié.

Q8. Déduire le nouveau temps de réponse  $Tr_{5\_R}$ .

Q9. Calculez l'erreur de poursuite pour une consigne rampe  $\theta_c(t) = \Omega_0.t.u(t)$ . Avec  $\Omega_0 = 10^\circ/s$ .

Q10. Retour sur le moteur hydraulique : calculer ses deux constantes de temps. Conclure sur la possibilité de simplification de sa fonction de transfert en 1<sup>er</sup> ordre, telle que proposée dans l'énoncé.

### Vérification de la stabilité vis-à-vis du cahier des charges.

On se place dans le cas de réglage de correction précédent entraînant un dépassement relatif de 10% donc pour  $K = K_{cor\_R}$  calculé précédemment.

Q11. Calculer numériquement la fonction de transfert en boucle ouverte,  $H_{BO}(p)$ .

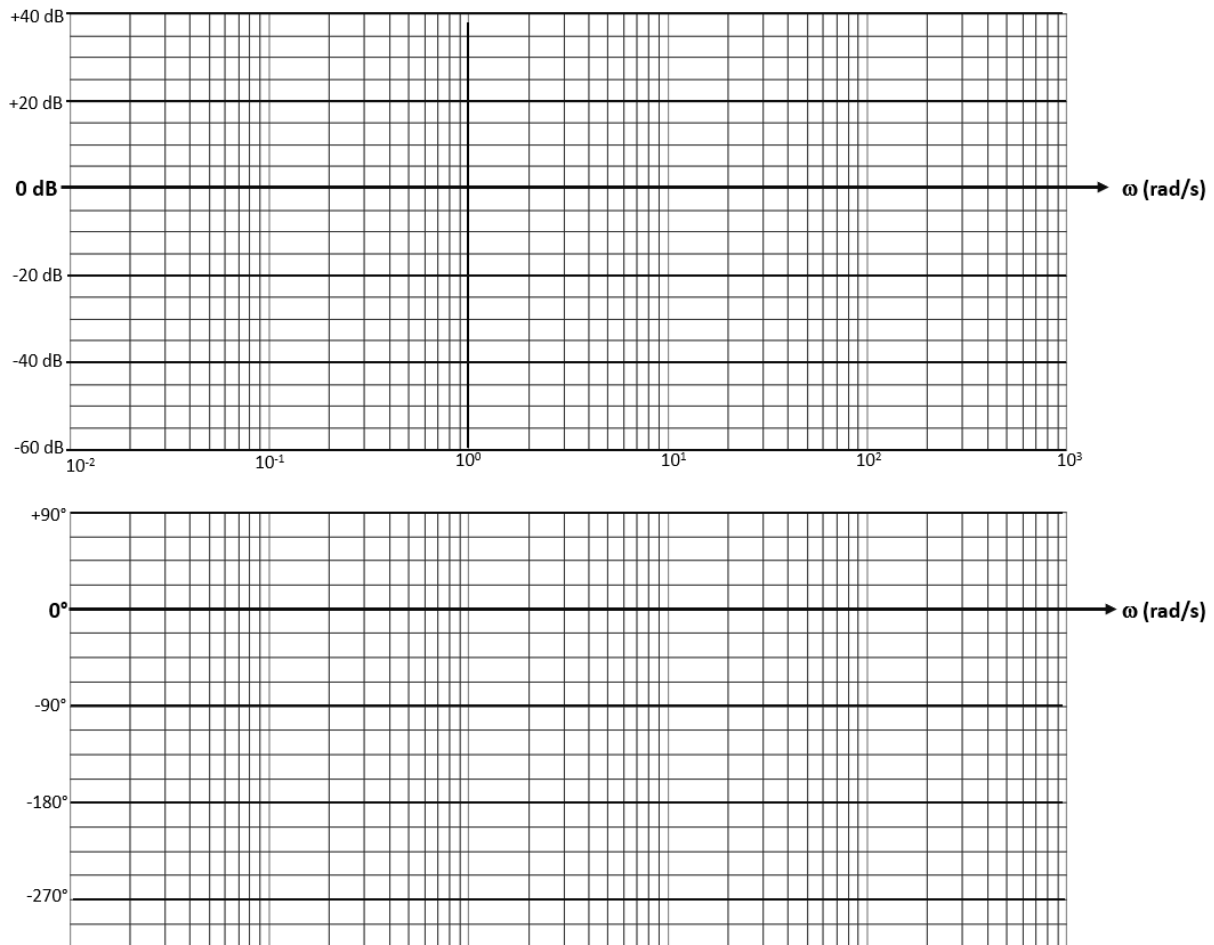
Q12. Tracer le diagramme de Bode de  $H_{BO}(p)$ .

Q13. Représenter la marge de phase  $M_\phi$ .

Q14. Donner la valeur des marges de phase  $M_\phi$  et gain  $M_G$ .

Q15. Conclure quant à la stabilité.

Q16. Le cahier des charges global est-il atteignable ?



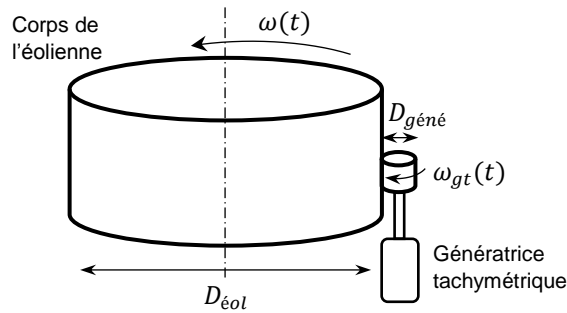
### Dégradation du moteur hydraulique : nouveau modèle

Après une dizaine d'années d'utilisation, les pièces mécaniques du moteur hydraulique s'usent, sa réponse aux sollicitations continues de l'asservissement est modifiée. On souhaite étudier l'asservissement mais le modèle physique du moteur n'est plus correct.

Il faut donc déterminer un modèle de comportement du moteur hydraulique.

Pour cela on réalise des mesures sur site en instrumentant l'éolienne avec des capteurs : capteur de débit d'huile en entrée de moteur, et génératrice tachymétrique pour connaître la vitesse du rotor. La vitesse de rotation étant faible (quelques tr/min), on utilise un multiplicateur de vitesse pour avoir une grandeur mesurable par la génératrice tachymétrique. Ainsi, la génératrice est équipée du roue de friction cylindrique en caoutchouc de diamètre  $D_{\text{gén}} = 10 \text{ cm}$  plaquée contre le corps cylindrique de l'éolienne de diamètre  $D_{\text{éol}} = 4 \text{ m}$ .

Le gain de la génératrice tachymétrique est  $K_{\text{gén}} = 0,10 \text{ V} \cdot \text{min}/\text{tr}$ .



A  $t=0$ s, on alimente le moteur avec un échelon de débit  $Q_1 = 0,40 \text{ L/s}$  et on mesure l'évolution de la vitesse de rotation du rotor moteur fixé à l'éolienne  $\omega(t)$ . La réponse temporelle est donnée ci-dessous.

Q17. Faire le schéma bloc montrant les deux composants de l'acquisition de la vitesse angulaire du rotor. Incrire le gain dans chaque bloc. Incrire la grandeur et l'unité sur chaque lien.

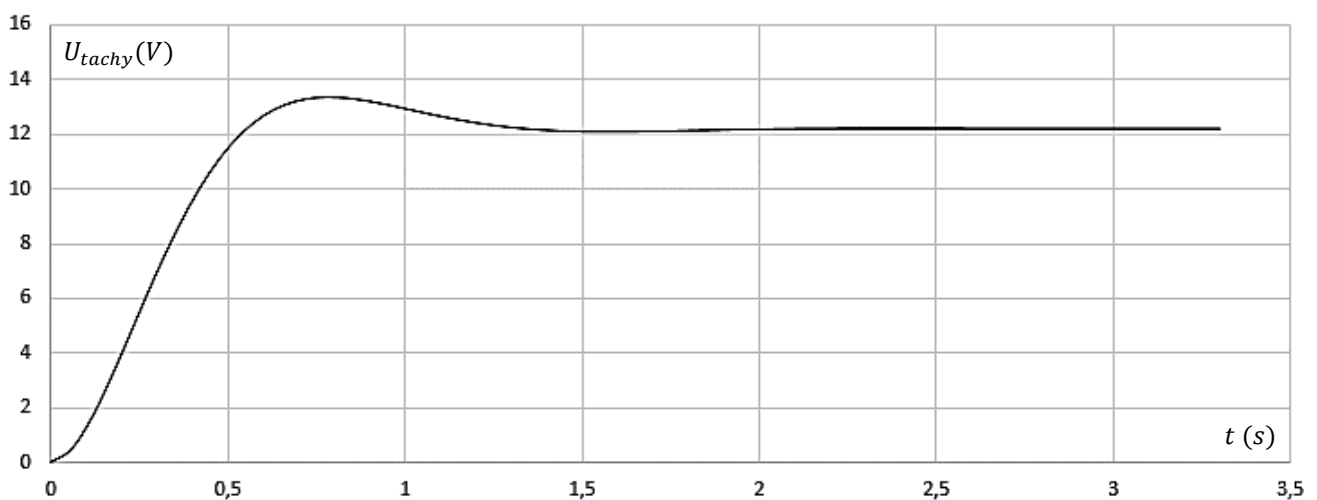
Q18. Identifier la nouvelle fonction de transfert du moteur  $H_{id}(p) = \frac{\Omega(p)}{Q(p)}$ .

Q19. Comparer les trois caractéristiques identifiées avec celle du modèle physique. Conclusion ?

Q20. Comparer les temps de réponse.

Q21. Tracer l'allure de la réponse du moteur « neuf » sur le graphe ci-dessous. Faites une conclusion générale.

Réponse génératrice tachymétrique (V) - vitesse moteur hydraulique dégradé



## 2. REPONSES HARMONIQUES DANS LE PLAN DE BODE

Q1. Pour les fonctions de transfert données : tracer les diagrammes de Bode asymptotique puis réel. Représenter la pulsation de coupure à 0dB,  $\omega_c$ , et la pulsation pour laquelle la phase vaut  $-180^\circ$ ,  $\omega_{-\pi}$ .

Q2. Calculer  $\omega_c$  et  $\omega_{-\pi}$  pour  $H_1(p)$ ,  $H_2(p)$ ,  $H_3(p)$ . (Essayer pour  $H_4(p)$  pour voir)

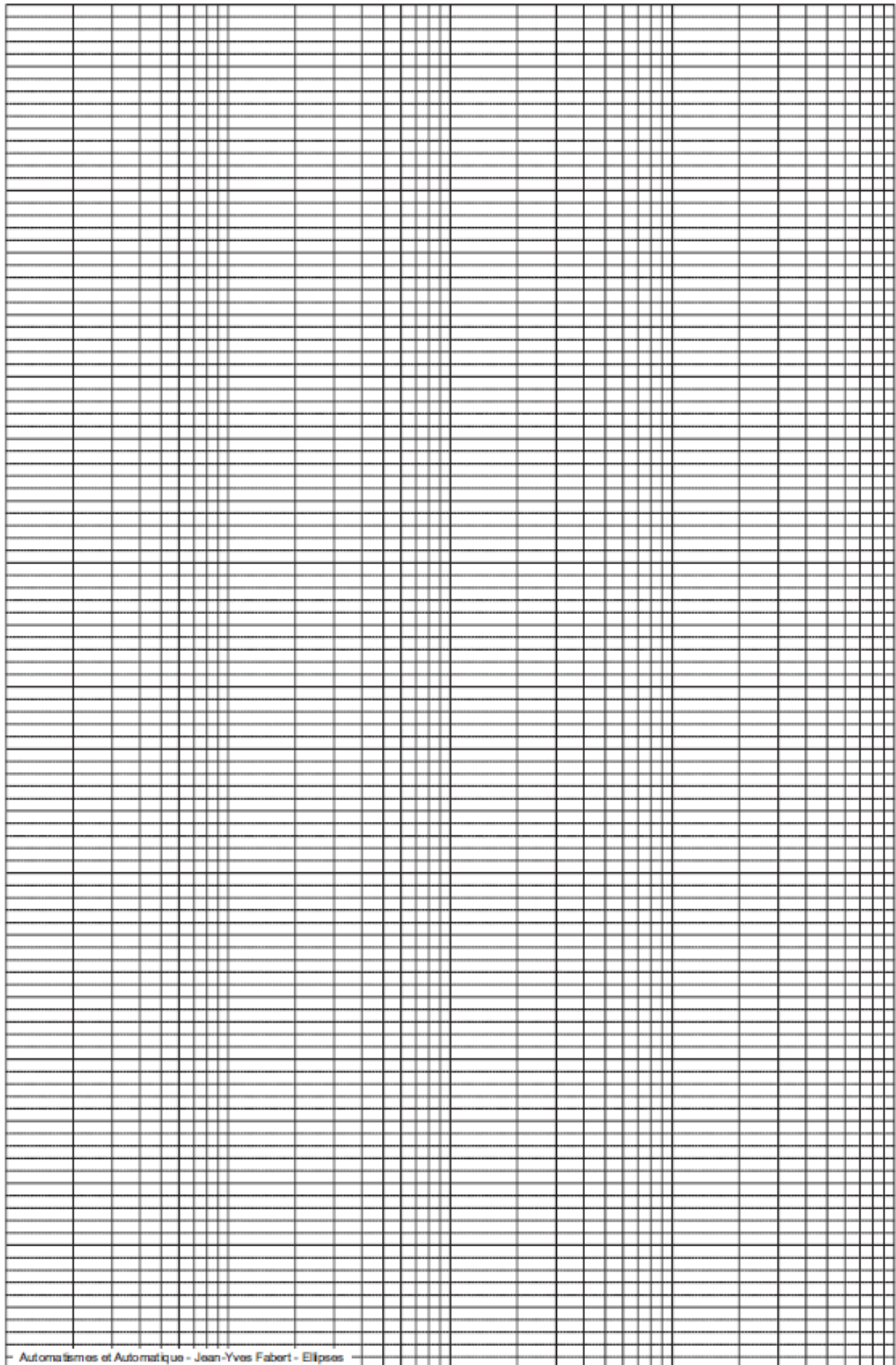
Q3. Représenter les marges de stabilité de ces FTBO. Evaluer leur valeur. Conclure.

$$H_1(p) = \frac{20}{p(1+10p)}$$

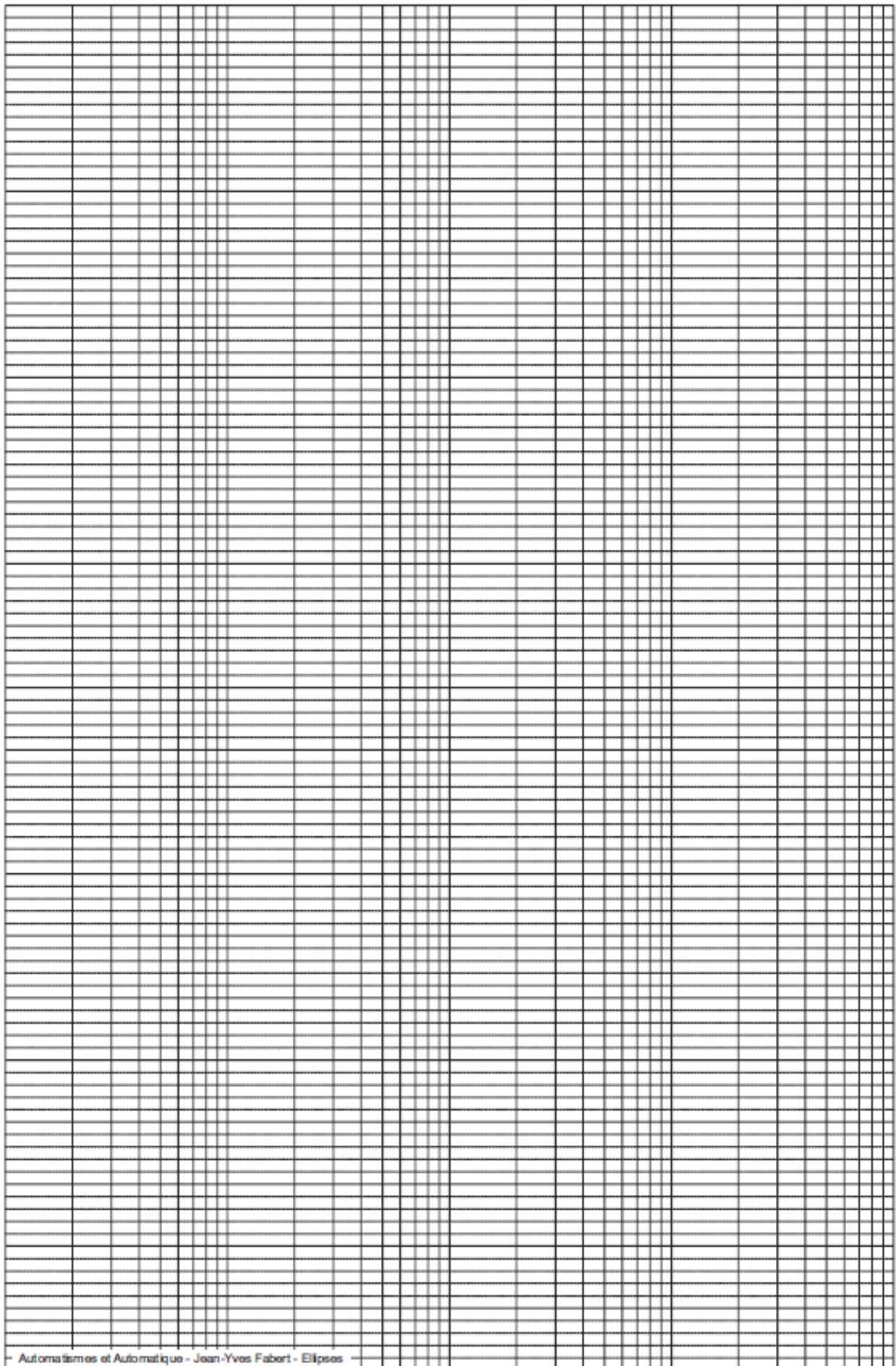
$$H_2(p) = \frac{2(1+p)}{p(1+0,5p)}$$

$$H_3(p) = \frac{100}{1+0,2p+0,01p^2}$$

$$H_4(p) = \frac{30(1+0,1p)}{p(1+p+0,01p^2)}$$







### 3. IDENTIFICATION DE FONCTION DE TRANSFERT A PARTIR DE REPONSES HARMONIQUES

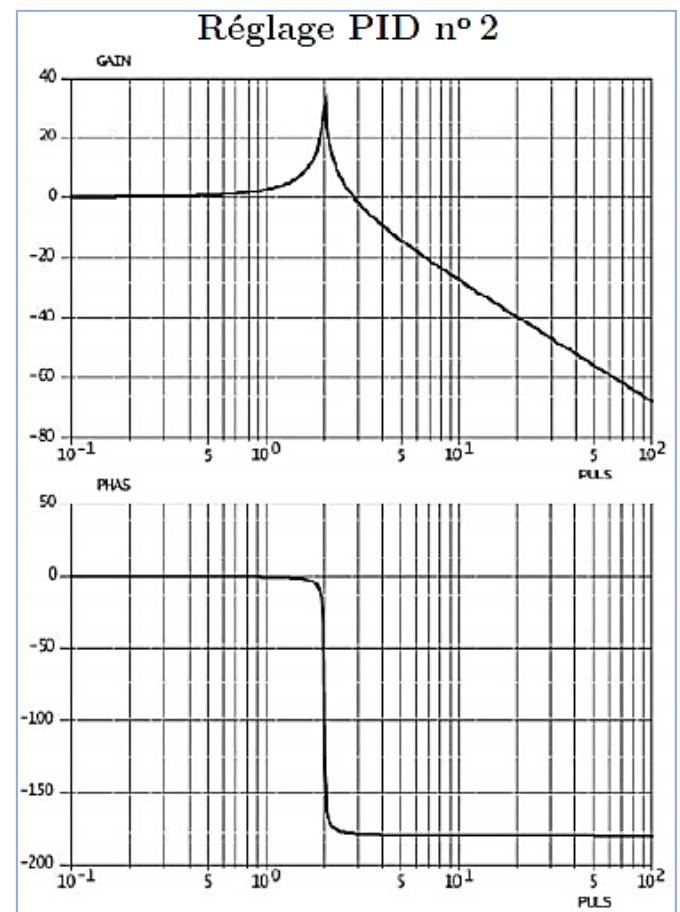
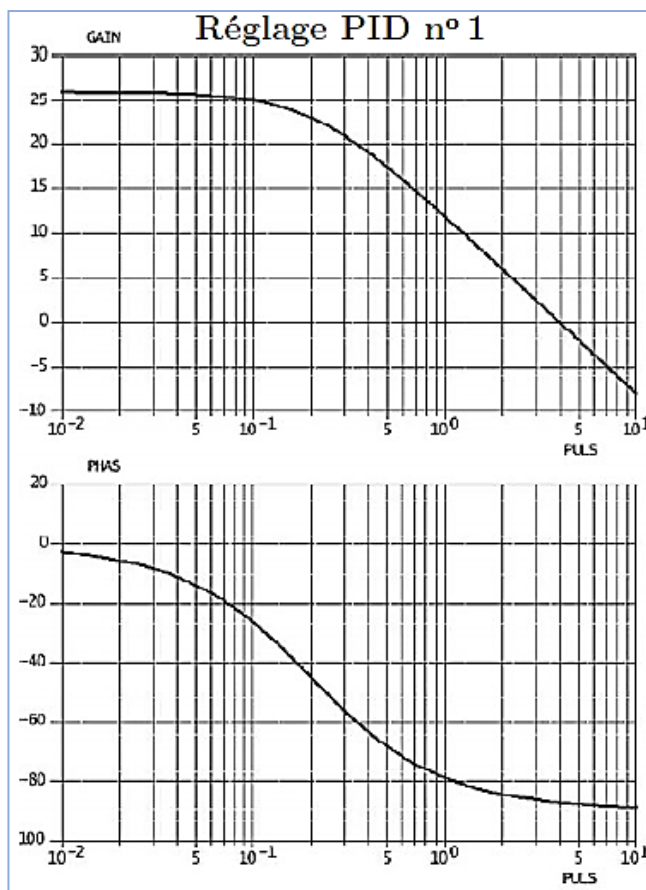
#### Objectif

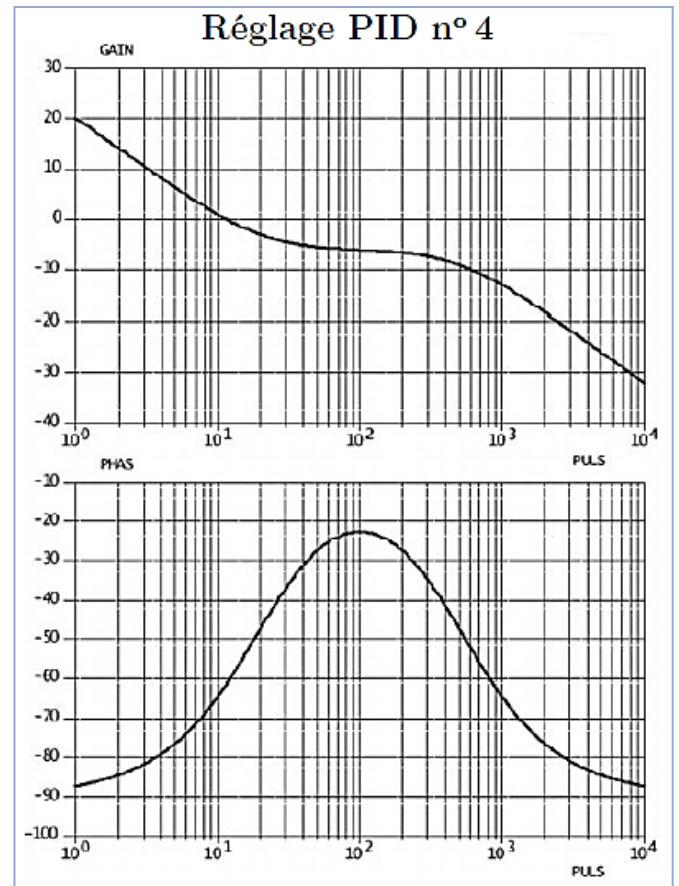
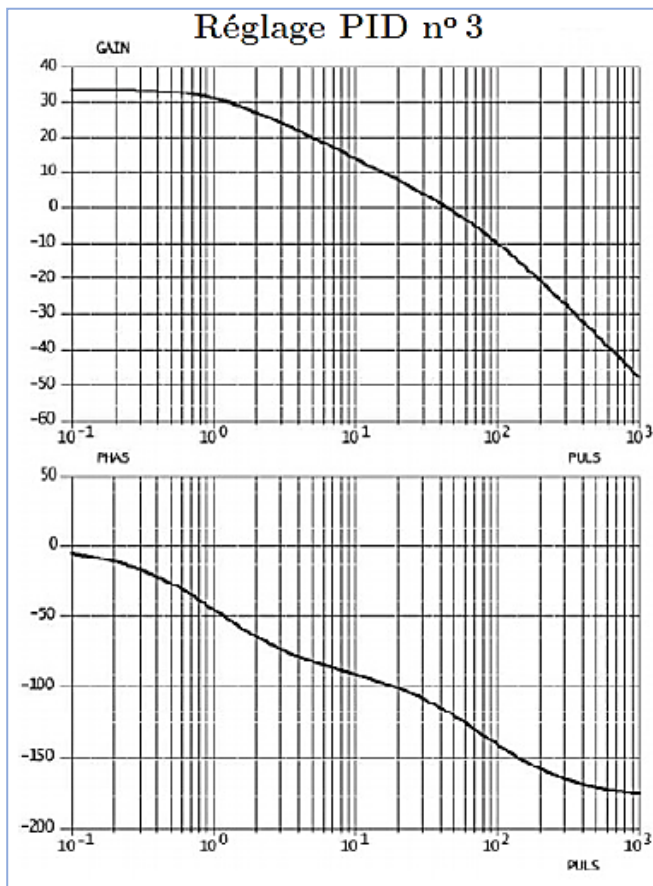
Le but est d'identifier le **modèle de comportement** d'un système à partir de sa réponse harmonique dans le plan de Bode selon différents réglages correcteur.

Q1. Identifier les systèmes donc les réponses harmoniques dans le plan de Bode sont données ci-dessous.

Q2. Préciser parmi ces réglages :

- celui qui est à écarter vis-à-vis du critère de précision ;
- celui qui présente un risque ;
- celui qui possède la plage d'utilisation fréquentielle la plus étendue sans risque de résonance.





#### 4. ETUDE DE LA STABILITÉ D'UN SYSTÈME À PARTIR DE SES PÔLES

##### Objectif

Le but est de dire si un système est stable à partir de la connaissance des pôles de sa fonction de transfert.

Q1. Dire si les systèmes, dont on donne les fonctions de transfert, sont stables.

$$H_{BF1}(p) = \frac{20}{p(1+30p)}$$

$$H_{BF2}(p) = \frac{10}{1+100p^2}$$

$$H_{BF3}(p) = \frac{10}{1+40p+40p^2}$$

$$H_{BF4}(p) = \frac{10}{40+p+40p^2+40p^3}$$

$$H_{BF5}(p) = \frac{1}{2+3p+5p^2+4p^3}$$

$$H_{BF6}(p) = \frac{10}{40+p+40p^2+40p^3}$$

## 5. ETUDE GRAPHIQUE DE LA STABILITE D'UN SYSTEME A L'AIDE DU CRITERE DU REVERS DANS BODE

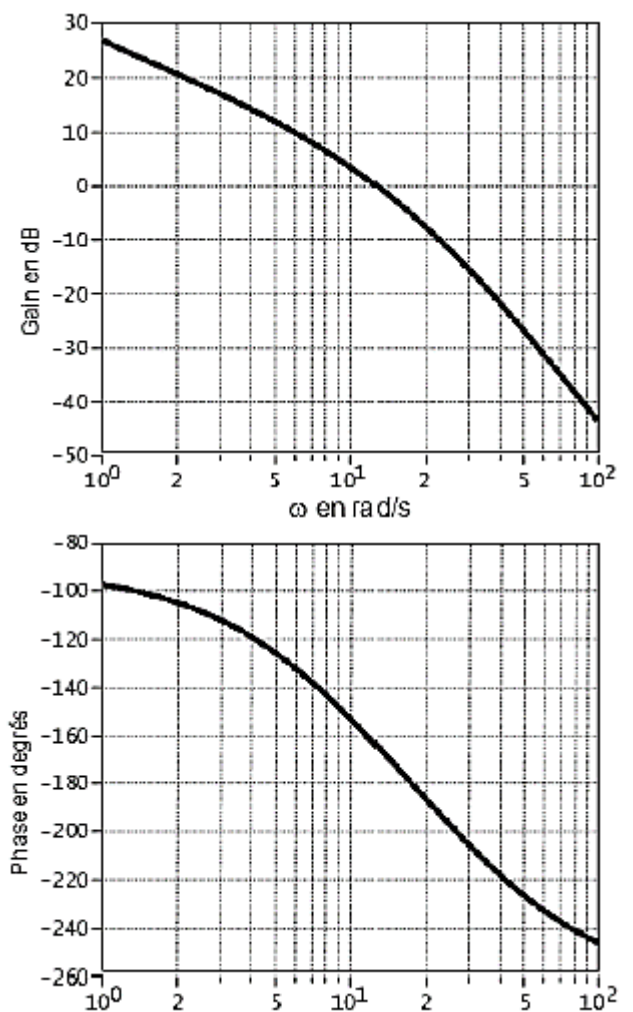
### Objectif

Le but est de dire si un système caractérisé par sa fonction de transfert en **boucle ouverte** est stable ou non en boucle fermée.

On a tracé les diagrammes de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte FTBO(p) d'un système.

Q1. Pas application du critère du Revers dire si le système est stable.

Q2. Déterminer graphiquement les marges de stabilité. Que pensez-vous de ces valeurs ?

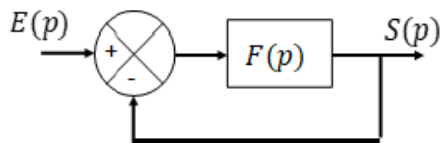


## 6. ETUDE DE LA STABILITÉ D'UN MEME SYSTEME PAR DES METHODES DIFFERENTES

### Objectif

Le but est de dire si un système caractérisé par sa fonction de transfert en boucle ouverte est stable ou non en boucle fermée.

On donne le schéma-blocs du système (1) ci-dessous :

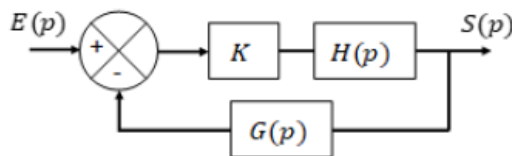


$$F(p) = \frac{40}{p(1 + 0,1p)(1 + 0,5p)}$$

Q1. Etudier la stabilité du système (1) à partir de ses pôles.

Q2. Retrouver le résultat précédent à partir d'une étude des marges.

On donne le schéma-blocs du système (2) ci-dessous :



$$G(p) = 2 \quad \text{et} \quad H(p) = \frac{2}{p(1 + 6p + 3p^2)}$$

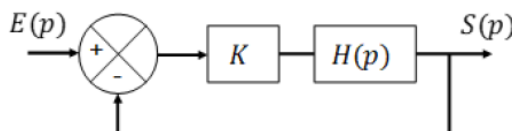
Q3. Pour quelles valeurs de K le système (2) est-il stable ?

## 7. ETUDE DE LA PRECISION D'UN SYSTEME

### Objectif

Le but est de caractériser les performances en termes de précision d'un système caractérisé par sa fonction de transfert en boucle ouverte.

Q1. En utilisant le tableau du cours (parfois appelé « tableau des écarts »), déterminer pour une entrée  $e(t) = e_0.u(t)$  l'écart statique de position et pour une entrée  $e(t) = a.t.u(t)$  l'écart statique de trainage pour le système suivant en considérant  $K=1$ . Dans chaque cas, calculer le gain statique de la fonction de transfert en boucle fermée.



$$H_1(p) = \frac{5}{2+0,1p}$$

$$H_2(p) = \frac{3}{p(1+0,1p)}$$

$$H_3(p) = \frac{1}{1+p+3p^2}$$

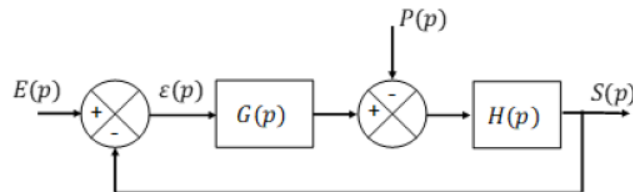
Q2. Déterminer K pour avoir une erreur relative de position inférieure à 1%.

## 8. ETUDE DE LA PRECISION D'UN SYSTEME AVEC PERTURBATION

### Objectif

Le but est de caractériser les performances de précision d'un système perturbé caractérisé par sa fonction de transfert en boucle ouverte.

Le schéma bloc est le suivant :



Avec :  $H(p) = \frac{5}{p(1+0,2p)}$        $G(p) = \frac{20}{1+0,4p}$

Q1. Déterminer pour une entrée  $e(t) = e_0.u(t)$  et pour une perturbation  $p(t) = p_0.u(t)$ , l'écart statique de position total.

Q2. Quelle(s) modification(s) peut-on apporter pour améliorer la précision.

## 9. REGLAGE GRAPHIQUE DES MARGES DE STABILITE PAR UNE CORRECTION PROPORTIONNELLE

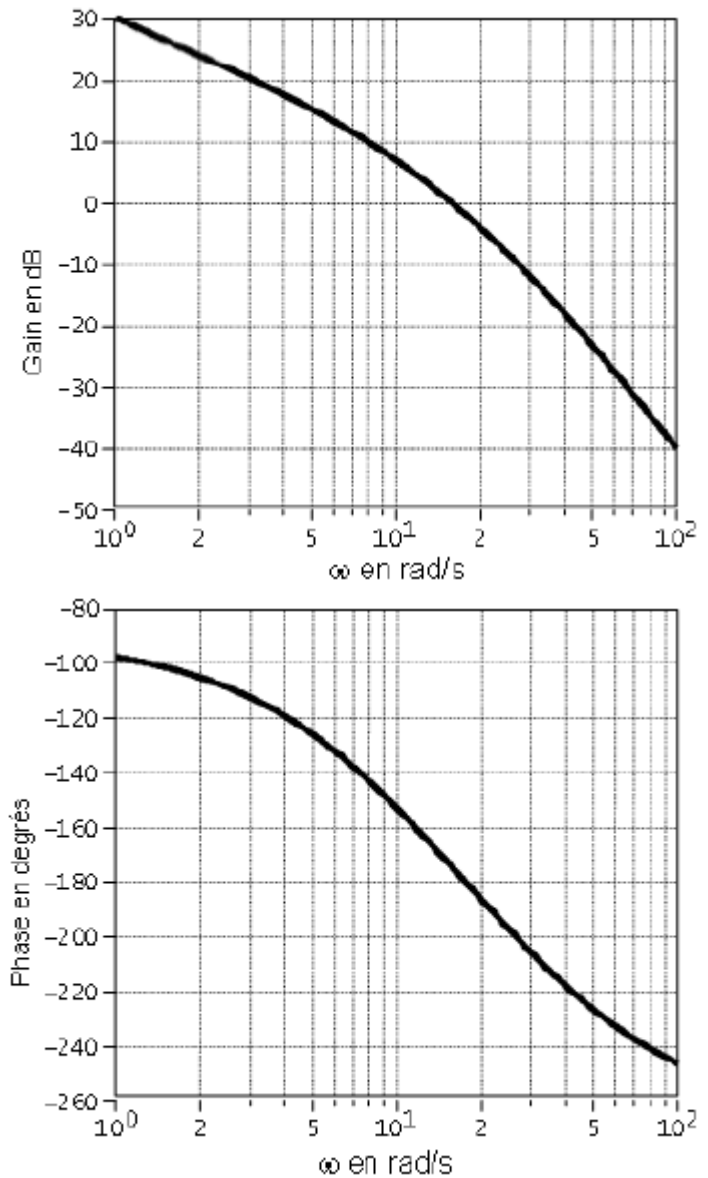
### Objectif

Le but est de régler, grâce un gain proportionnel, les marges de stabilité d'un système caractérisé par le diagramme de Bode de sa boucle ouverte.

On a tracé ci-contre les diagrammes de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte FTBO(p) d'un système.

Q1. Déterminer graphiquement par quel gain  $K_p$  on doit multiplier FTBO(p) pour avoir une marge de phase  $M\phi > 45^\circ$ .

Q2. Déterminer graphiquement par quel gain  $K_p$  on doit multiplier FTBO(p) pour avoir une marge de gain  $MG > 10\text{dB}$ .



## 10. STABILITÉ PAR LES DEUX METHODES : EQUIVALENCE

### Objectif

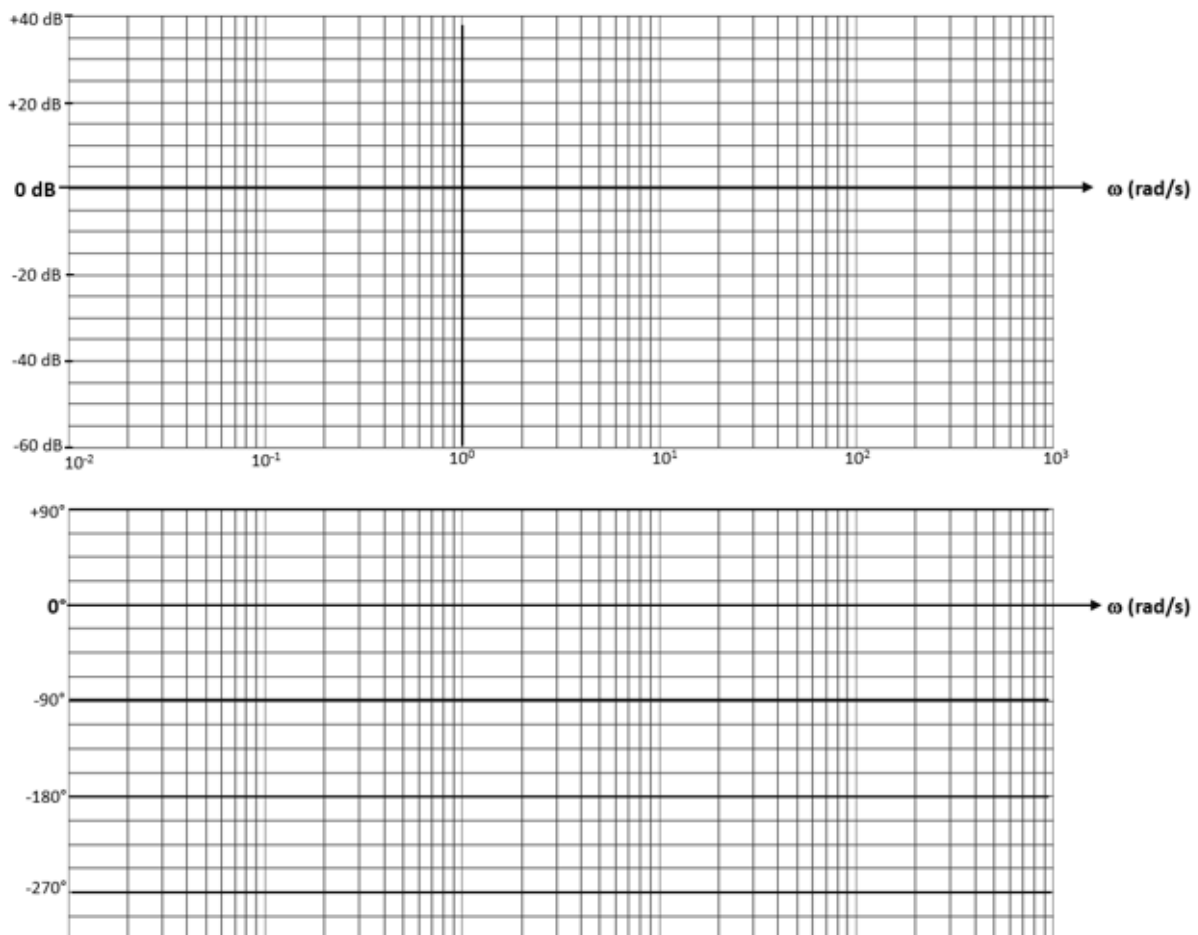
La stabilité d'un système peut se déterminer de deux manières : par les pôles de la FTBF ou par le critère du Revers en FTBO. Ces deux méthodes sont mathématiquement bien différentes et elles font appel à deux domaines distincts des mathématiques : l'algèbre et l'analyse. Nous nous proposons dans l'exemple qui suit, de montrer la stricte équivalence des deux critères et des conséquences identiques malgré une approche bien différente.

Le système a pour fonction de transfert en boucle ouverte :  $H_{BO}(p) = \frac{K}{p(1+0,1p)(1+0,01p)}$ .

### Raisonnement avec la FTBO

**Q1.** Tracer le diagramme de Bode de  $H_{BO}(p)$  pour  $K=1$ . Le système est-il stable ?

**Q2.** Déterminer la valeur limite de  $K=K_{\text{lim\_BO}}$ , pour laquelle le système passe de la stabilité à l'instabilité.



### Raisonnement avec la FTBF

**Q3.** Calculer la FTBF :  $H_{BF}(p)$



*Aide précieuse : on donne la propriété mathématique algébrique suivante provenant de l'étude de l'espace des polynômes.*

*Soit l'équation polynomiale du troisième degré :  $aX^3 + bX^2 + cX + d = 0$*

*Les racines de ce polynôme sont à partie réelle strictement négatives si les deux conditions ci-dessous sont réunies :*

- $a, b, c, d$  sont strictement positifs
- la quantité  $bc - ad > 0$

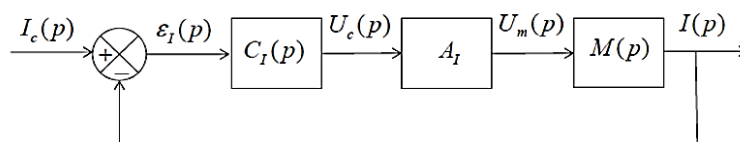
**Q4.** Déterminer la valeur limite de  $K=K_{\text{lim\_BF}}$  pour laquelle le système passe de stable à instable.

**Q5.** Conclure sur l'ensemble de l'étude. Donner la plage de valeurs de  $K$  pour laquelle le système est stable.

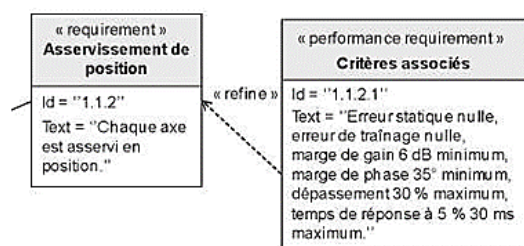
## 11. CORRECTION PI : ROBOT SIMULATEUR DE CLAVECIN

Un clavecin est un instrument de musique à corde ayant l'allure d'un piano. Le musicien joue de cet instrument comme d'un piano, en actionnant les touches d'un clavier. Mais à la différence d'un piano, les cordes ne sont pas frappées par des marteaux, mais pincés par des doigts pinceurs actionnés mécaniquement. Pour tester le jeu du clavecin de manière objective lors de certaines recherches scientifiques, un robot simulateur a été développé.

On s'intéresse au réglage et à la validation des performances de l'asservissement en courant du moteur de ce robot simulateur. Le schéma bloc de l'asservissement en courant est donné ci-dessous.



Le cahier des charges partiel de l'asservissement est donné ci-dessous (diagramme des exigences partiel).

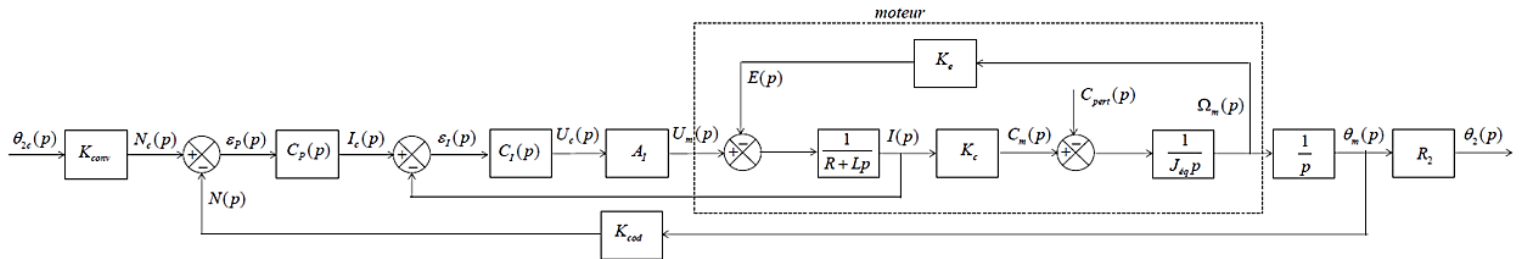


La correction est réalisée par un correcteur de type proportionnel intégral :

$$C_I(p) = K_{pI} + \frac{K_{iI}}{p}$$

**Q1.** À partir du schéma bloc de la commande du moteur représenté ci-dessous déterminer la fonction de transfert du moteur complet, sous forme canonique :

$$M(p) = \left[ \frac{I(p)}{U_m(p)} \right]_{C_{pert}=0}$$



**Q2.** Le réglage de la boucle d'asservissement du courant est réalisé en bloquant la rotation du moteur ( $\Omega_m(p) = 0$ ). En déduire l'expression simplifiée de la fonction de transfert du moteur :

$$M_{reg}(p) = \frac{I(p)}{U_m(p)}$$

On donne à la fin de l'énoncé, les diagrammes de Bode en gain et phase de la fonction de transfert en boucle ouverte de l'asservissement de courant en l'absence de correction. C'est-à-dire pour :  $K_{pI} = 1 \text{ V/A}$  et  $K_{iI} = 0 \text{ V/(A.s)}$ , et avec rotation bloquée ( $\Omega_m(p) = 0$ ).

**Q3.** À partir de ces diagrammes de Bode, en faisant apparaître clairement les constructions graphiques, déterminer le réglage du gain proportionnel  $K_{pI}$  afin de respecter l'exigence de marge de gain de la boucle de courant du cahier des charges.

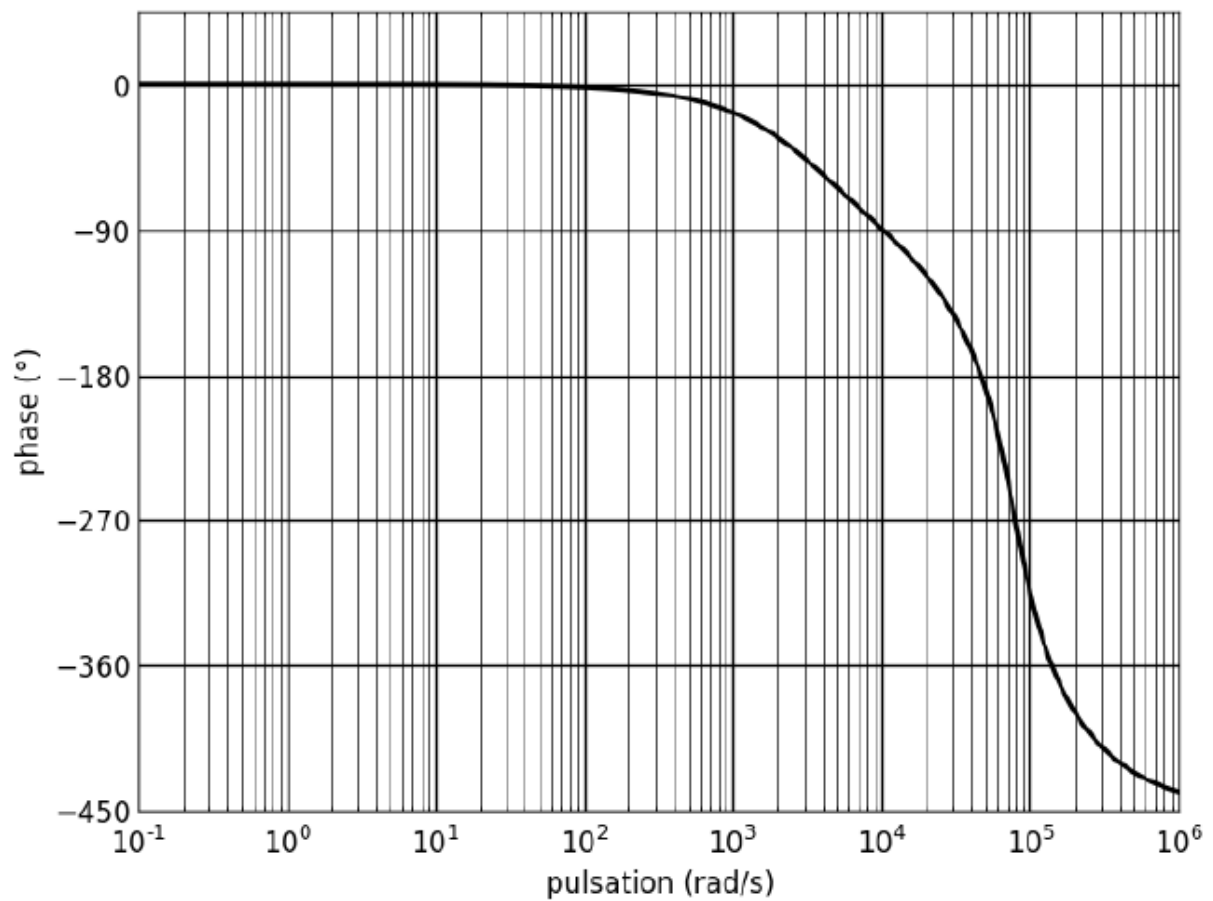
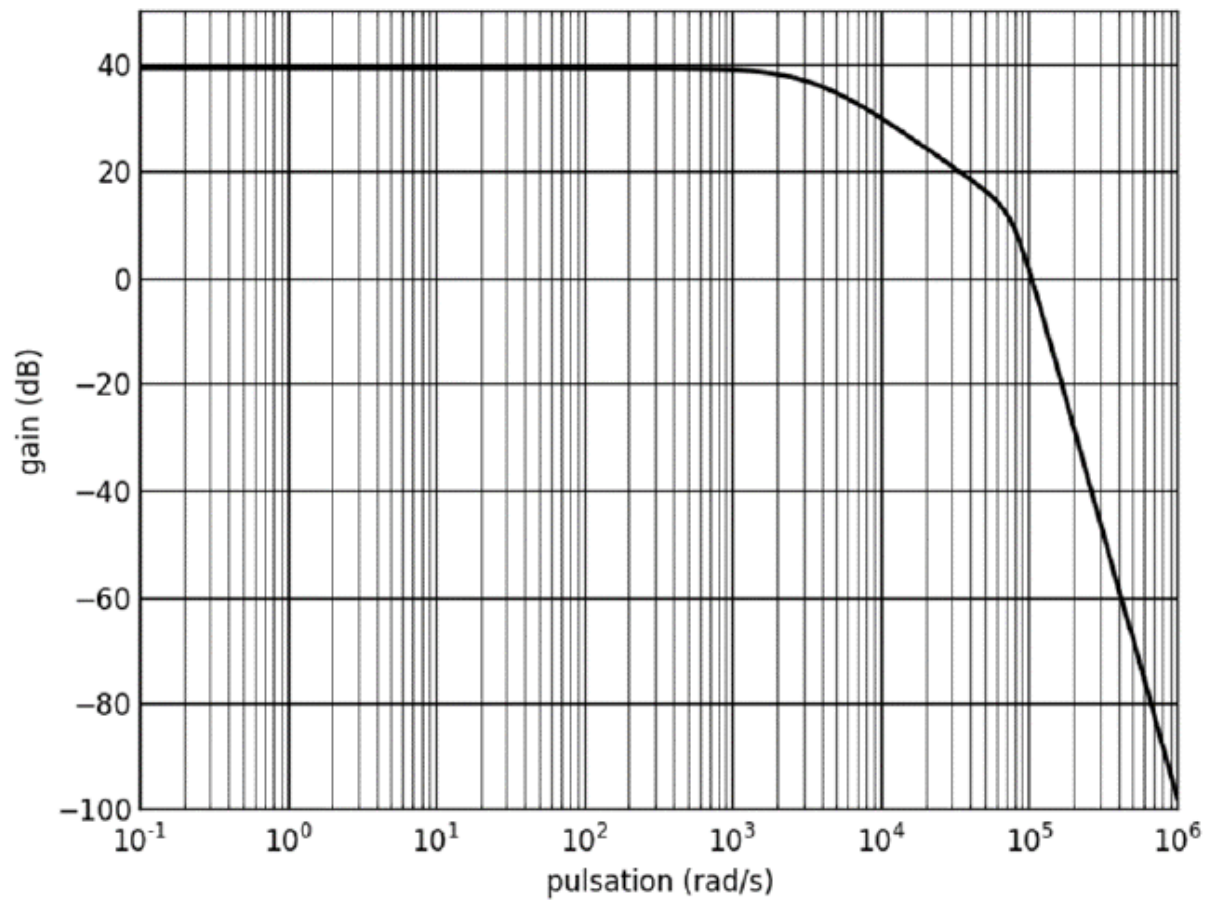
Conclure pour ce réglage quant au respect de l'exigence de marge de phase, en précisant la valeur relevée sur les diagrammes de Bode et en faisant apparaître clairement les constructions graphiques sur le diagramme.

La correction intégrale est ajoutée en fixant le gain intégral par rapport au gain proportionnel réglé, soit :  $K_{iI} = \frac{4}{7} K_{pI}$

**Q4.** Préciser en le justifiant l'exigence (ou les exigences) que permettra (ou permettront) de respecter cet ajout de correction intégrale.

**Q5.** Tracer sur le diagramme de Bode les diagrammes asymptotiques de Bode en gain et phase du correcteur proportionnel intégral  $C_I(p)$ , ainsi que l'allure des diagrammes réels.

**Q6.** Conclure quant à l'effet de l'ajout de l'action intégrale dans le correcteur vis-à-vis du respect des exigences de marges de gain et de phase de la boucle de courant.

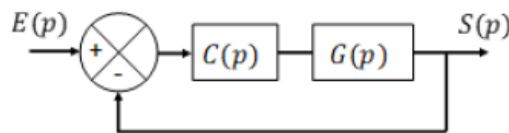


## 12. REGLAGE D'UN CORRECTEUR PROPORTIONNEL INTEGRAL PAR COMPENSATION DU POLE DOMINANT

### Objectif

Le but est de régler par une correction proportionnelle intégrale la rapidité et les marges de stabilité d'un système.

Le schéma bloc du système est donné ci-dessous :



Avec :  $G(p) = \frac{20}{(1+0,2p)(1+0,8p)}$  et  $C(p) = K \left(1 + \frac{1}{T_i p}\right)$  le correcteur proportionnel intégral utilisé.

On souhaite que le système ait une erreur statique nulle et les marges de stabilité suivantes :  $M\phi > 45^\circ$  et  $MG > 10$  dB.

- Q1. Choisir  $T_i$  pour compenser le pôle dominant de la FTBO. Justifier ce choix.
- Q2. Vérifier qu'avec le correcteur choisi, l'écart statique de position est nul.
- Q3. Pour le correcteur choisi, calculer les valeurs  $K$ , permettant d'avoir les marges souhaitées.

## 13. FAUTEUIL ROULANT MOTORISÉ ÉQUIPÉ DES ROUES EZ-WHEEL

### Objectif

Le but est de vérifier les performances en vitesse d'une roue autonome.

### Introduction

Ez-Wheel SAS est une entreprise française de technologie innovante fondée en 2009. Elle propose une gamme de roues électriques « clé en main », 100 % intégrées.

La roue autonome ez-Wheel (prononcer « easy-wheel ») propose une solution simple pour tracter des équipements de manutention et de transport de charges, des véhicules légers et matériels médicaux (figure ci-dessous).

L'avantage de la solution ez-Wheel est d'être adaptable à la majorité des produits roulants qui existent sur le marché. Les dimensions et l'interface mécanique standardisées permettent une installation simple et immédiate. Le stator de la roue ez-Wheel est fixé sur le châssis de l'engin à déplacer et son rotor est assemblé directement sur sa roue.



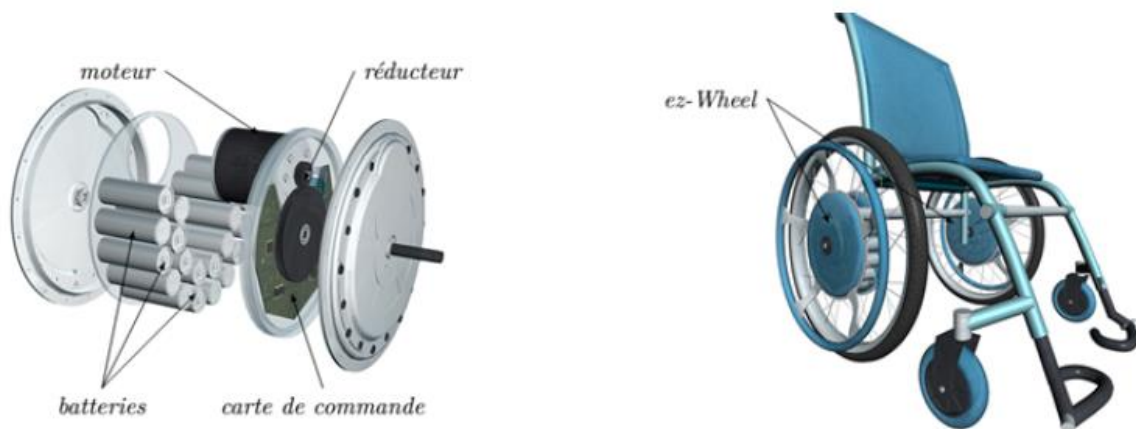
La solution intègre, au sein d'une roue, tous les composants nécessaires à la traction : la motorisation électrique, des batteries haute énergie de très longue durée de vie, un contrôleur de puissance assurant un pilotage optimal et la gestion de la batterie ainsi qu'une interface de commande sans fil.

La transmission de l'énergie est réalisée par un variateur (incorporé à la carte de commande), un moteur brushless, puis un réducteur comme illustré sur la figure ci-dessous.

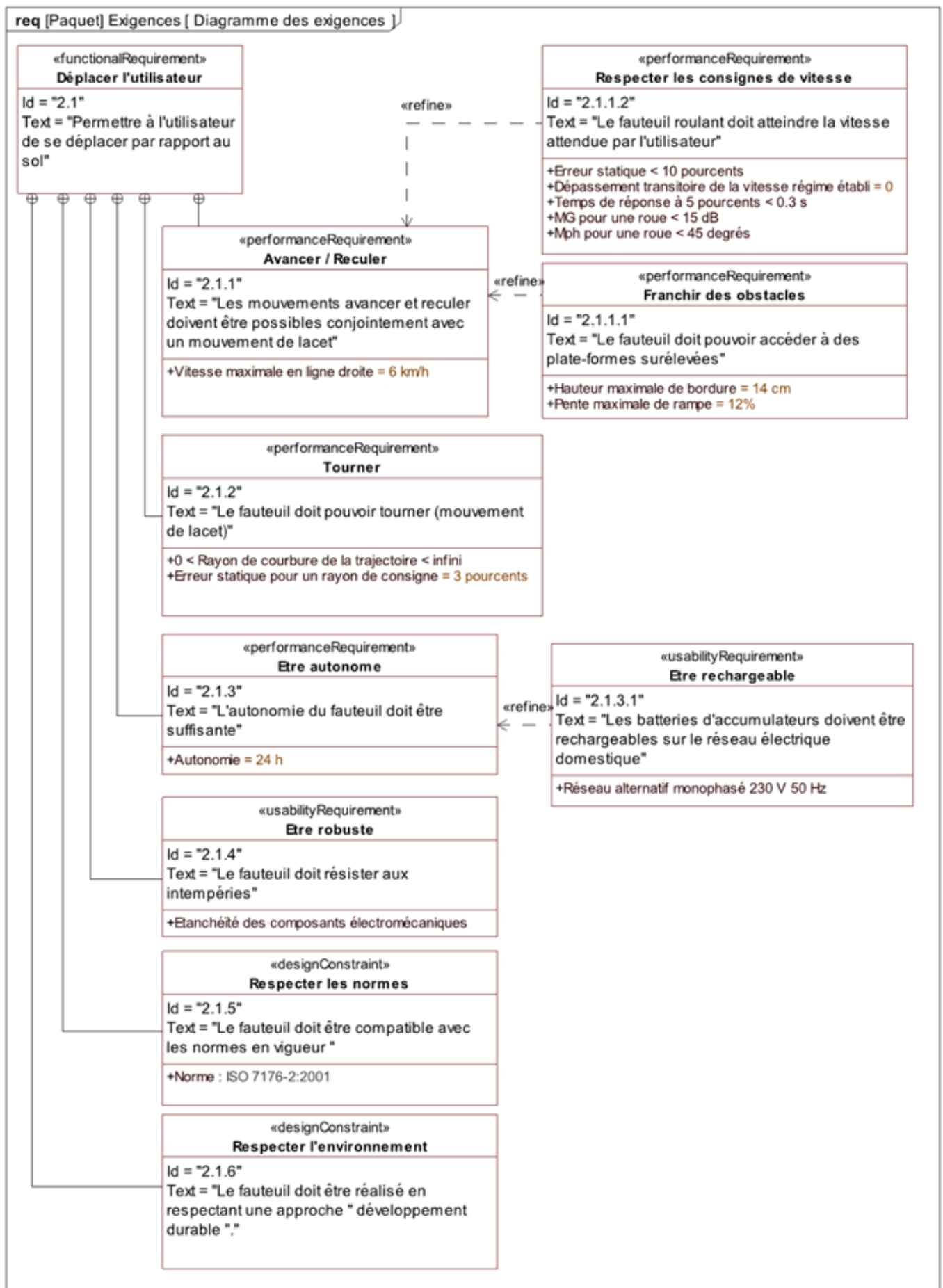
Les produits ez-Wheel sont conçus pour un fonctionnement en intérieur ou extérieur sur une large gamme de température. Tous les composants, y compris la batterie, sont dimensionnés pour une durée de vie supérieure à 5 ans et ne nécessitent aucune inspection de maintenance. La technologie ez-Wheel permet de supprimer de l'engin tous les périphériques, câblages et connecteurs, facilitant considérablement l'intégration de la motorisation électrique par rapport aux solutions conventionnelles.

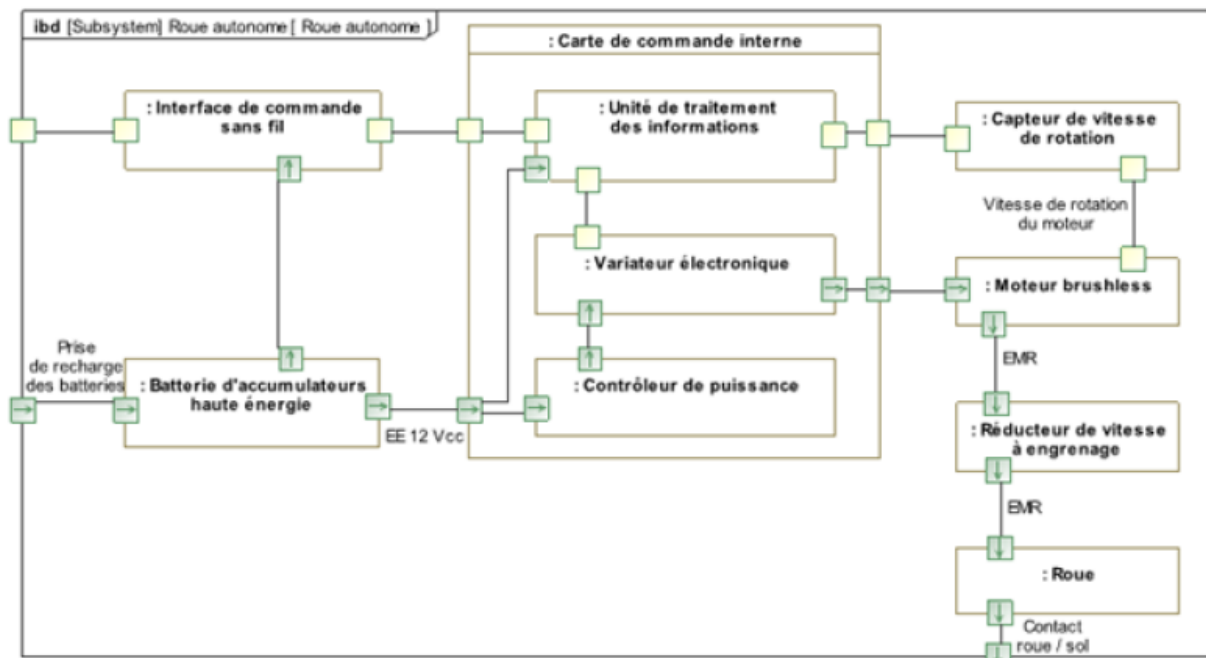
Nous nous proposons, dans ce sujet, d'étudier l'implantation de la roue autonome sur un fauteuil roulant pour personne à mobilité réduite. Pour ce genre d'application, où il est nécessaire de mettre en place deux roues autonomes sur le fauteuil, la commande des roues n'est pas aussi simple que pour des applications à une seule roue. En effet, en plus de gérer le mouvement d'avance du fauteuil, il faut également gérer ses changements de direction.

Les deux ez-Wheel étant implantées sur chacune des deux roues arrière, le pilotage des deux roues est lié afin de maîtriser la direction du fauteuil. Chacune des deux roues est alors asservie par l'intermédiaire de capteurs mesurant la vitesse de rotation de l'arbre des deux moteurs brushless.



Visualisation des composants principaux de la roue ez wheel





## Questionnaire

**Q1.** À partir du diagramme de l'IBD SysML fourni, déterminer les composants qui interviennent dans la chaîne d'énergie du fauteuil motorisé.

**Q2.** Quelle exigence principale nécessite l'utilisation de capteurs de vitesse de rotation ?

## Modélisation de l'asservissement en vitesse d'un moteur

Une roue ez-Wheel est composée d'un moteur brushless, d'un réducteur de rapport de transmission  $\lambda=5,25$  dont l'arbre de sortie est solidaire à une roue arrière du fauteuil roulant. Trois capteurs permettent de mesurer la vitesse de rotation de l'arbre moteur.

On modélisera le moteur brushless comme un moteur à courant continu dont les modèles sont quasiment identiques.

$$u_m(t) = R_m i_m(t) + L_m \frac{di_m}{dt}(t) + e_m(t)$$

$$J \frac{d\omega_m}{dt}(t) = C_m(t) - C_r(t)$$

$$C_m(t) = K_m i_m(t)$$

$$e_m(t) = K_e \omega_m(t)$$

Où :

- $u_m$  est la tension aux bornes de l'induit (en V) ;
- $i_m$  est l'intensité circulant dans l'induit (en A) ;



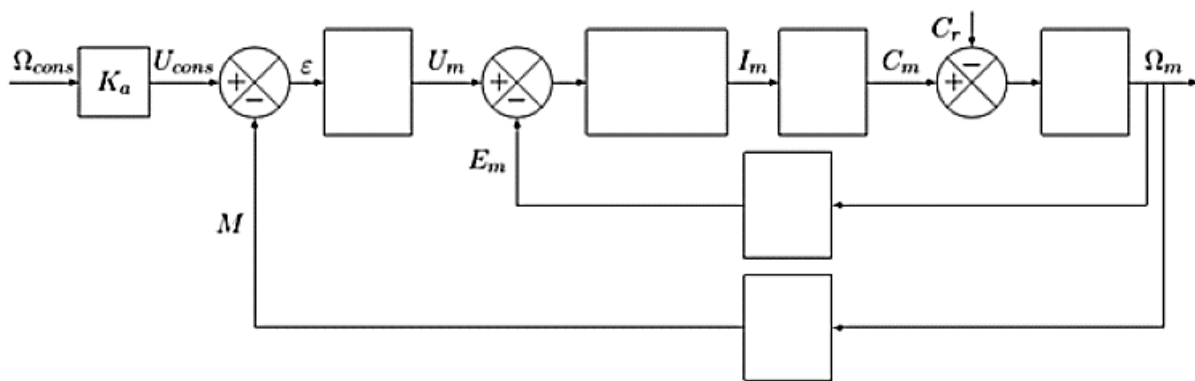
- $e_m$  est la tension contre-électromotrice (en V) ;
- $\omega_m$  est la vitesse de rotation de l'arbre moteur (en  $\text{rad.s}^{-1}$ ) ;
- $C_m$  est le couple moteur (en  $\text{N.m}$ ) ;
- $C_r$  est le couple résistant appliqué sur l'arbre moteur (en  $\text{N.m}$ ) ;
- $R_m$  est la résistance de l'induit  $R_m = 0,18 \, \Omega$  ;
- $L_m$  est l'inductance de l'induit,  $L_m = 0,8 \, \text{mH}$  ;
- $J$  est la moitié de l'inertie équivalente de l'ensemble du fauteuil en charge et en mouvement ramené à un arbre moteur  $J = 0,5 \, \text{kg.m}^2$  ;
- $K_i$  est la constante de couple du moteur  $K_i = 0,2 \, \text{N.m.A}^{-1}$  ;
- $K_e$  est la constance de force contre-électromotrice  $K_e = 0,2 \, \text{V.s.rad}^{-1}$

Les capteurs à effet Hall seront modélisés par un gain pur. La sortie du capteur de gain  $K_{\text{cap}}$ , notée  $m(t)$ , est soustraite à la sortie de l'amplificateur qui permet de convertir la vitesse de consigne, notée  $\omega_{\text{cons}}(t)$ , en une tension de consigne  $u_{\text{cons}}(t) = K_a \omega_{\text{cons}}(t)$ .

On prendra  $K_{\text{cap}} = 0,2 \, \text{V.s.rad}^{-1}$ . L'écart obtenu est alors corrigé par un correcteur de fonction de transfert  $C(p)$  dont la sortie est la tension d'alimentation du moteur  $u_m(t)$ .

On suppose que le correcteur a pour fonction de transfert  $C(p) = K_p$  avec  $K_p > 0$ .

**Q3.** Compléter le schéma bloc modélisant l'asservissement en vitesse de rotation d'un moteur. Déterminer le gain  $K_a$  pour que la vitesse angulaire de l'arbre moteur soit correctement asservie.



On note les fonctions de transfert  $H_1(p)$  et  $H_2(p)$  telles que :

$$\Omega_m(p) = H_1(p) \Omega_{\text{cons}}(p) - H_2(p) C_r(p).$$

**Q4.** Déterminer les expressions sous forme canonique  $H_1(p)$  et  $H_2(p)$ .

### Étude de la stabilité

Dans la suite du problème, nous nous plaçons dans le cas d'une perturbation nulle :  $C_r(t) = 0$ .

**Q5.** Déterminer la forme canonique littérale de la FTBO( $p$ ).

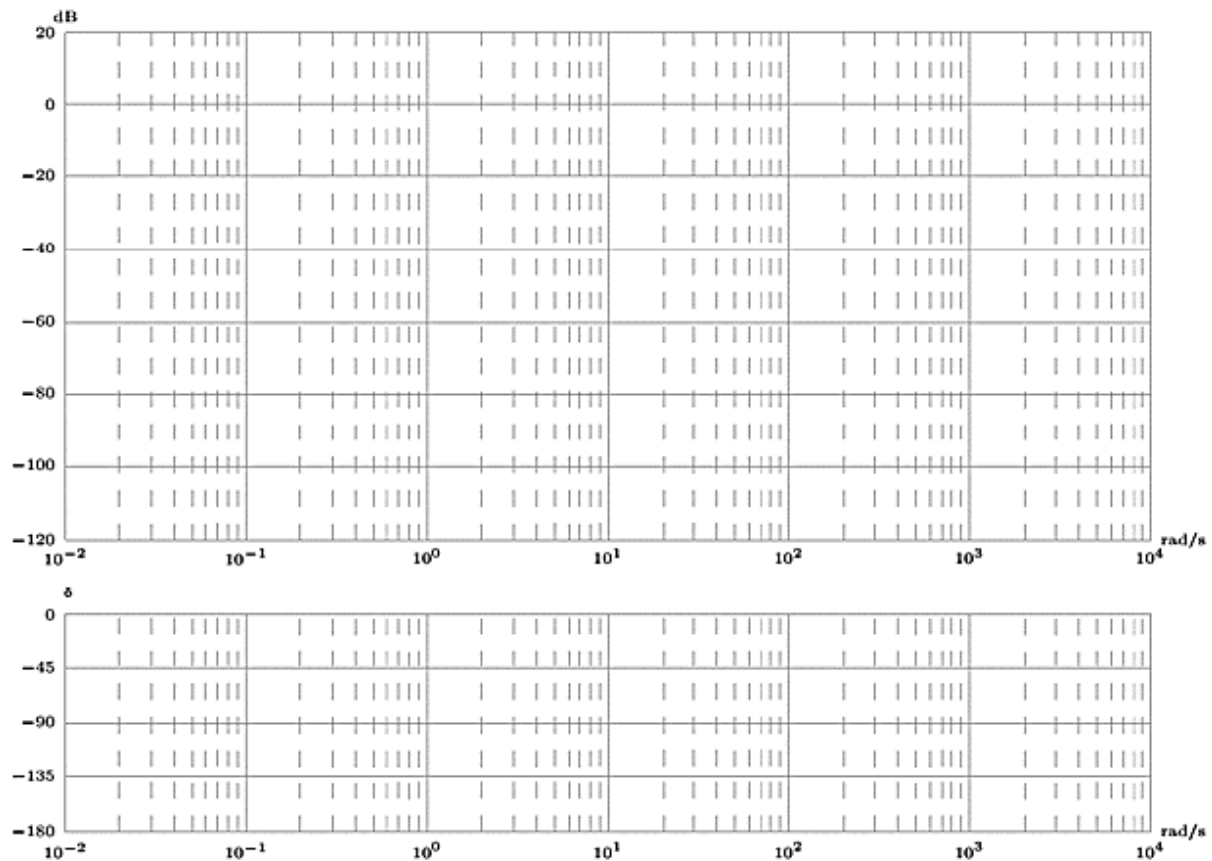


On prendra dans la suite du problème  $FTBO(p) = \frac{K_p}{1+2,25p+0,01p^2}$

**Q6.** Tracer les diagrammes asymptotiques et réels de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte pour  $K_p = 1$ .

**Q7.** Pour quelle(s) valeur(s) numérique(s) de  $K_p$ , la marge de gain du cahier des charges est-elle vérifiée ?

**Q8.** Pour quelle(s) valeur(s) numérique(s) de  $K_p$ , la marge de phase du cahier des charges est-elle vérifiée ?



### Étude de la précision

On donne  $V(t) = \frac{R}{2} [\omega_g(t) + \omega_d(t)]$

avec :

- $V(t)$  est la vitesse du fauteuil ;
- $R$  est le rayon d'une roue arrière du fauteuil ( $R = 0,4$  m) ;
- $\omega_g(t)$  et  $\omega_d(t)$  les vitesses de rotation des roues arrière gauche et droite.

De plus, en ligne droite,  $\omega_g(t) = \omega_d(t)$ .

Dans cette partie de l'étude, le couple résistant est toujours négligé :  $C_r(t) = 0$ .

**Q9.** Pour une entrée échelon,  $\omega_{\text{cons}}(t) = \omega_c u(t)$ , donner la valeur finale de  $\omega_m(t)$  en fonction de  $K_{\text{cap}}$ ,  $K_p$ ,  $K_e$  et  $\omega_c$ . En déduire les valeurs de  $K_p$  qui permettent la validation du critère de précision de la vitesse du fauteuil imposé par le cahier des charges.

### Etude de la rapidité et du dépassement

On notera  $m$  le coefficient d'amortissement et  $\omega_0$  la pulsation propre du dénominateur de  $H_1(p)$ .

**Q10.** Donner les expressions littérales de  $m$  et de  $\omega_0$  en fonction de  $K_{\text{cap}}$ ,  $K_p$ ,  $K_e$ ,  $K_i$ ,  $R_m$ ,  $L_m$  et  $J$ . Puis, donner leurs expressions numériques en fonction de  $K_p$ .

**Q11.** Quelle valeur de  $m$  permet d'obtenir une réponse de la roue la plus rapide sans dépassement ? Quelle est alors la valeur numérique de  $K_p$  ?

**Q12.** Faire une conclusion générale :  $K_p$  finalement choisi pour assurer le cahier des charges complet (si cela est possible) ?

## 14. VEHICULE HYBRIDE TOYOTA PRIUS

---

### Objectif

Le but est de régler un correcteur à avance de phase pour garantir les exigences du cahier des charges.

---

### Mise en situation

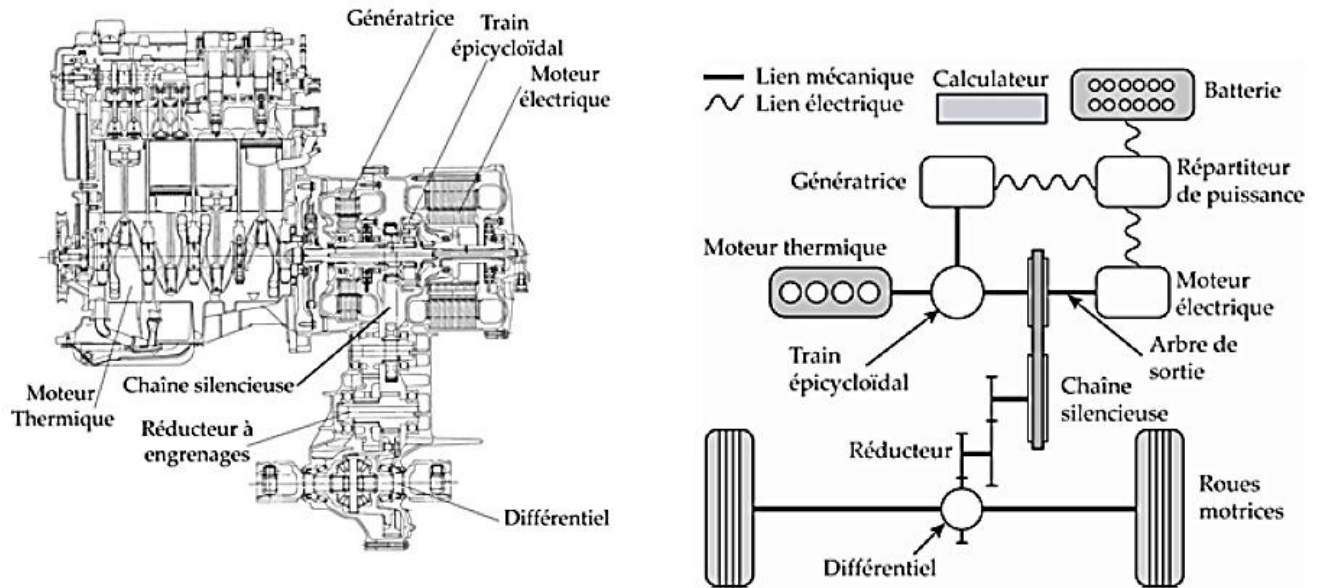
Dans le contexte actuel d'économie des énergies fossiles et de réduction des émissions de gaz nocifs, le système de propulsion hybride peut constituer une alternative à la propulsion classique par moteur thermique seul.

La spécificité de la solution retenue sur la Toyota Prius consiste à :

- récupérer l'énergie du véhicule lors du freinage ;
- exploiter le moteur thermique à son rendement optimal.

### Architecture du système hybride HSD TOYOTA

Comme le montre le schéma ci-dessous, la technologie hybride de TOYOTA, nommée HSD (Hybrid Synergy Drive) associe un moteur thermique à essence et sa transmission, à deux machines électriques et une batterie de puissance. Le schéma de principe ci-dessous met en évidence les deux machines électriques (le moteur électrique et la génératrice) reliées au moteur thermique par un train épicycloïdal.



A partir de la position de la pédale d'accélérateur et de la vitesse du véhicule, le calculateur détermine la vitesse de rotation optimale du moteur thermique et la consigne d'ouverture du papillon des gaz. La puissance en sortie du moteur thermique est transmise, grâce à un train épicycloïdal, à la chaîne silencieuse et à la génératrice. Un asservissement en vitesse de la génératrice permet de contrôler la vitesse de rotation du moteur thermique.

Le répartiteur de puissance gère les échanges de puissance électrique entre la génératrice, le moteur électrique et la batterie. Le moteur électrique entraîne la chaîne silencieuse, seul ou en complément du moteur thermique. Il récupère également l'énergie cinétique ou potentielle du véhicule lors des phases de ralentissement. Les chaînes d'énergie et d'information (figure ci-dessous), permettent de percevoir l'organisation des différents composants du HSD. Les fonctions des capteurs relatifs à l'enfoncement de la pédale de frein, au sélecteur de marche et à la température de l'eau du moteur thermique seront développées ultérieurement.

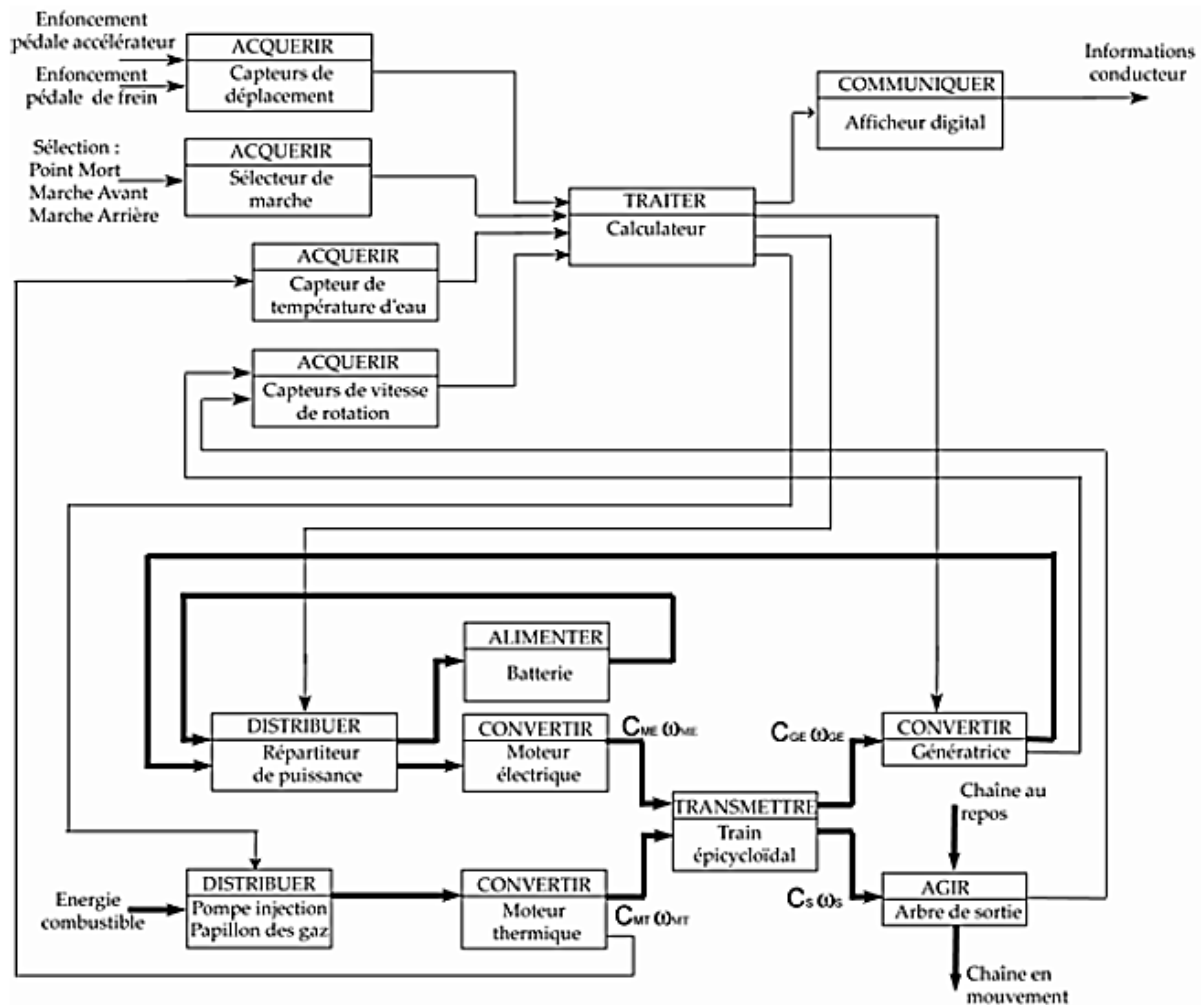


Figure : chaîne d'information et d'énergie

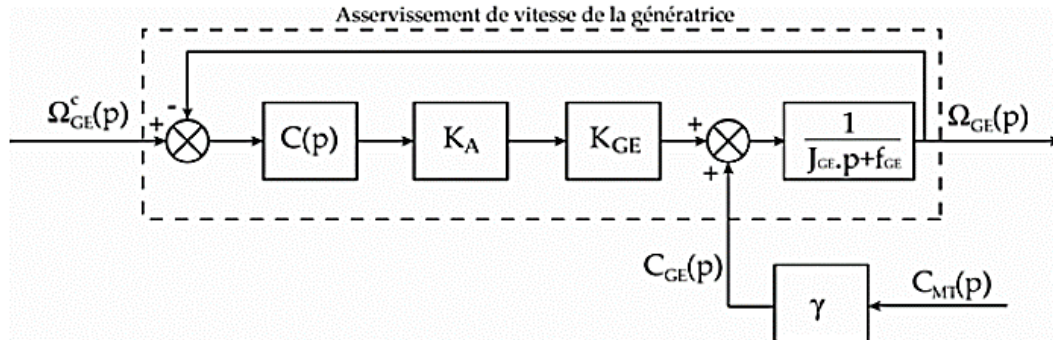
### Contrôle de la vitesse du moteur thermique en fonctionnement hybride

En mode hybride, la vitesse de rotation du moteur thermique est réglée afin de le faire fonctionner à son rendement maximum. Ce contrôle ne pouvant être réalisé au niveau du papillon des gaz, c'est un asservissement en vitesse de la génératrice qui permet de contrôler l'ensemble des autres vitesses de rotation. La consommation du véhicule est directement liée aux qualités de cet asservissement. Cette partie s'intéresse à la justification et au dimensionnement d'un correcteur approprié.

Les performances attendues de cet asservissement sont les suivantes :

Exigences	Valeurs
Précision	Ecart en régime permanent : <ul style="list-style-type: none"> <li>- Nul vis-à-vis de l'entrée vitesse : <math>\omega_{GE}^c = \omega_0 u(t)</math></li> <li>- Nul vis-à-vis de la perturbation en couple : <math>C_{MT}(t) = C_0 u(t)</math></li> </ul>
Rapidité	Pulsation de coupure à 0dB de la FTBO : $\omega_{0dB} = 1,5 \text{ rad/s}$
Stabilité	Marge de phase $M\phi > 45^\circ$

Le modèle est extrait du modèle complet du système. Un asservissement (non étudié ici) régule le courant dans la génératrice. Ainsi, les comportements mécanique et électrique de la génératrice se modélisent par le schéma bloc ci-dessous où  $C_{MT}(p)$  est assimilé à une perturbation extérieure.



Avec :  $K_{GE} = 2 \text{ N.m/A}$ ,  $K_A = 0,5 \text{ A/V}$ ,  $J_{GE} = 0,2 \text{ Kg.m}^2$ ,  $f_{GE} = 0,05 \text{ N.m.s}$  et  $\gamma = 0,28$ .

### Questionnaire

**Q1.** Déterminer l'expression de  $\Omega_{GE}(p)$  en fonction de  $\Omega_{GE}^c(p)$  et de  $C_{MT}(p)$ .

**Q2.** Expliquer pourquoi un asservissement avec correction unitaire ( $C(p) = 1$ ) ne permet pas de satisfaire le cahier des charges (tableau).

### Correction intégrale

Le premier correcteur envisagé est un correcteur intégral, tel que  $C_i(p) = K_i/p$ .

Le diagramme de Bode de la fonction  $R(p) = \frac{1}{p} \frac{K_A K_{GE}}{J_{GE} p + f_{GE}}$  est fourni ci-après.

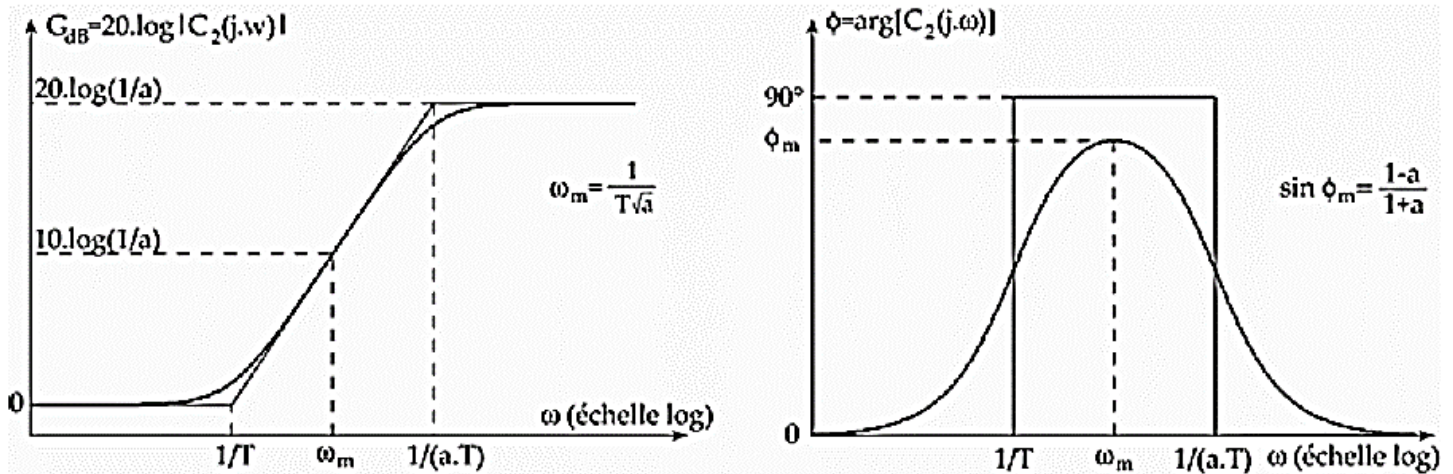
**Q3.** Justifier que ce correcteur ne permet pas de satisfaire l'ensemble des critères du cahier des charges.

### Correction Intégrale associée à une correction à avance de phase

La fonction de transfert du second correcteur envisagé est notée :  $C(p) = \frac{K_i}{p} \frac{1+Tp}{1+aTp}$ .

$C(p) = C_1(p) \cdot C_2(p)$  avec  $C_1(p) = \frac{K_i}{p}$  et  $C_2(p) = \frac{1+Tp}{1+aTp}$   $a < 0$ .

Le diagramme de  $C_2(p) = \frac{1+Tp}{1+aTp}$  est donné ci-dessous.



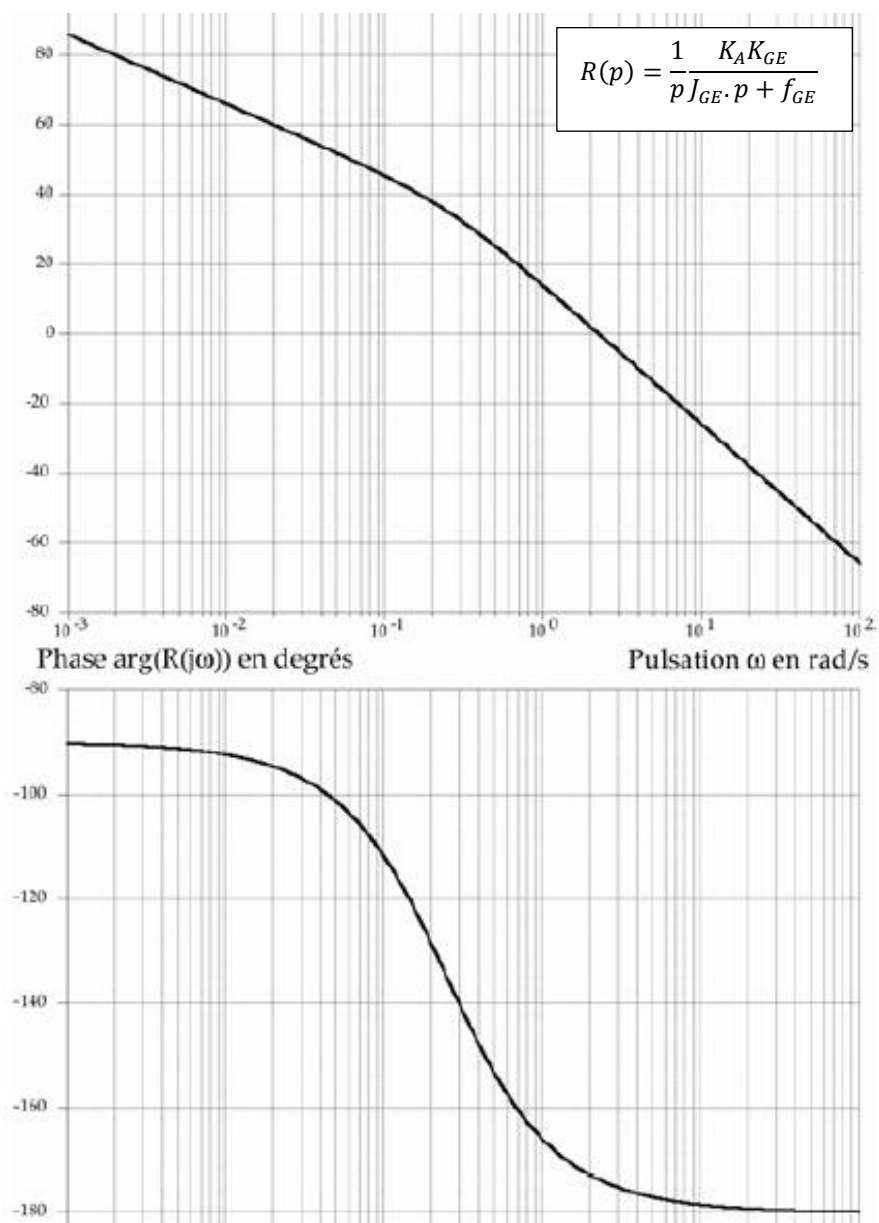
Afin d'apporter le maximum de marges de stabilité, on décide de placer  $\omega_m$  en  $\omega_{0dB}$ .

**Q4.** Déterminer  $\omega_m$  pour que la marge de phase soit effectivement de  $45^\circ$ . En déduire la valeur de  $a$  et de  $T$ . On pourra se servir du diagramme de Bode de  $R(p)$  fourni.

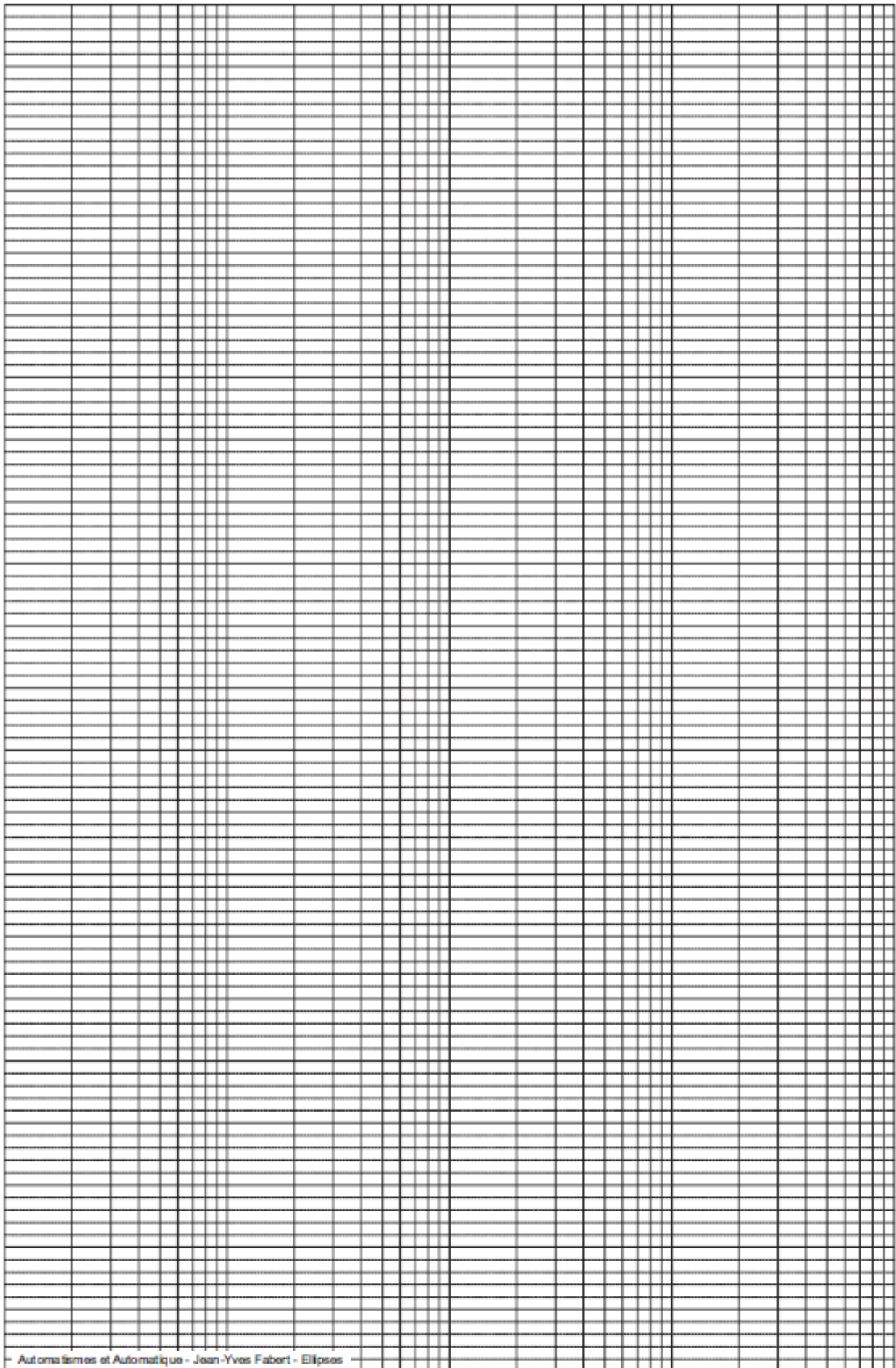
**Q5.** Déterminer finalement  $K_i$  pour que la pulsation  $\omega_{0dB}$  soit effectivement la pulsation de coupure à 0 dB.

**Q6.** Que pensez-vous de la marge de gain du système ?

**Q7.** Conclure sur les capacités du correcteur à satisfaire l'ensemble des critères du cahier des charges.

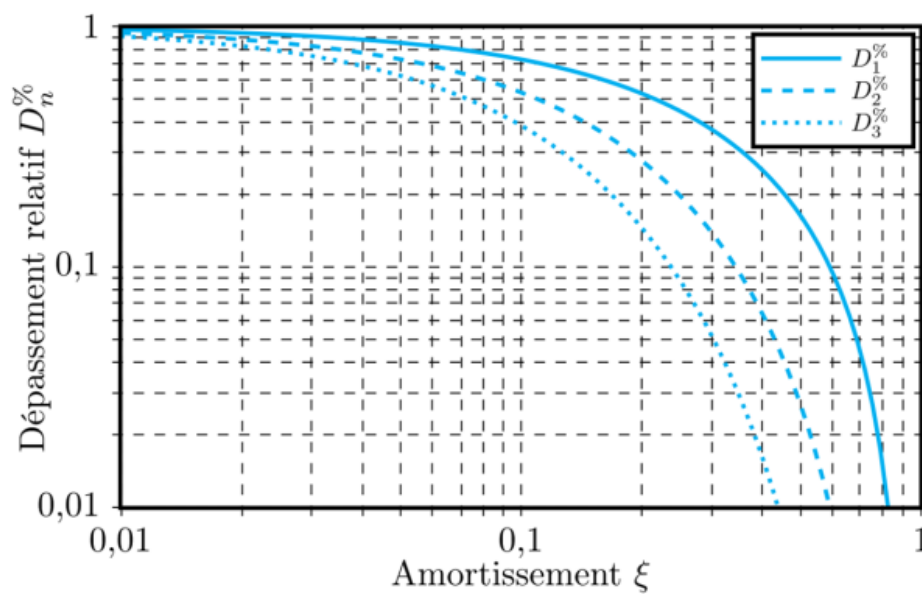
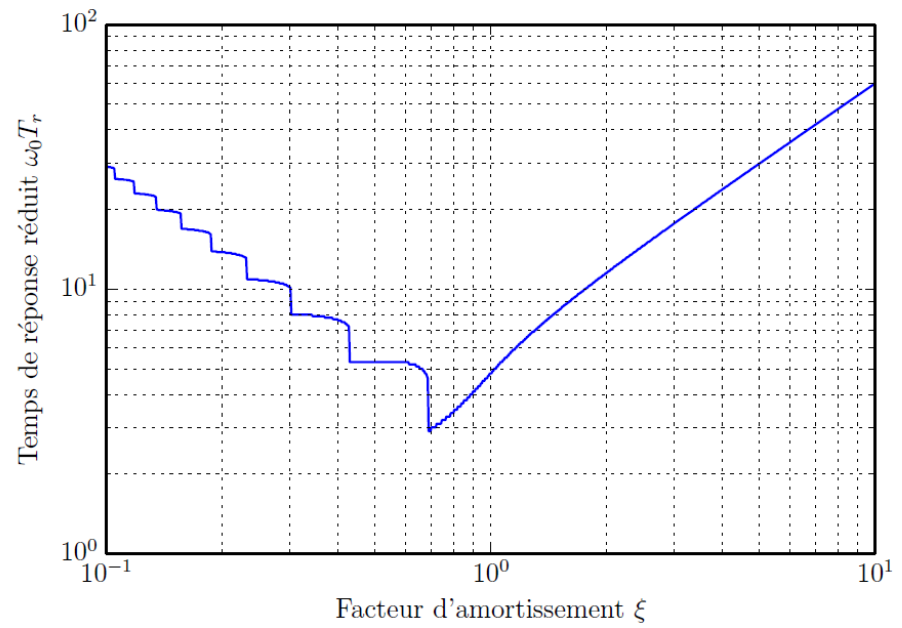
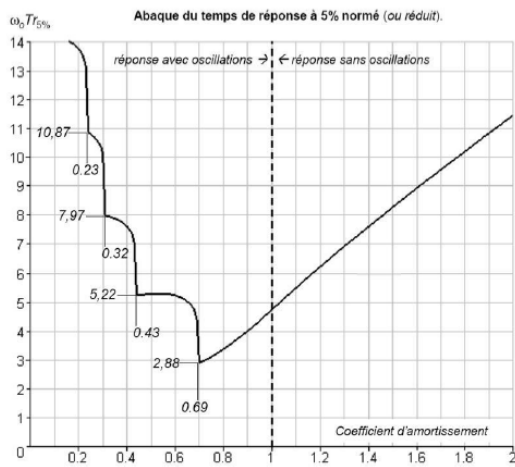




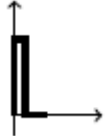
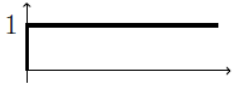
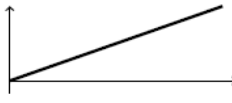
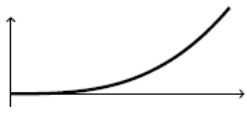
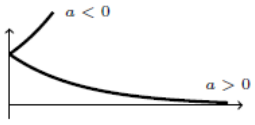
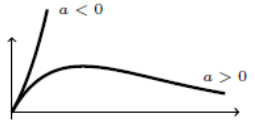

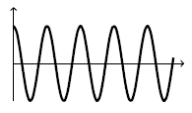
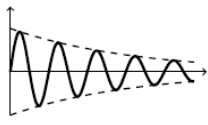
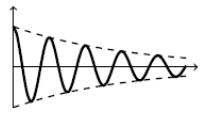




## ANNEXE 1 : ABAQUES POUR LE DEUXIÈME ORDRE



## ANNEXE 2 : TRANSFORMÉES DE LAPLACE USUELLES

FONCTION	ALLURE	$f(t)$	$F(p)$
Impulsion		$\delta(t)$	1
Echelon		$u(t)$	$\frac{1}{p}$
Rampe		$a \cdot t \cdot u(t)$	$\frac{1}{p^2}$
Puissance		$t^n \cdot u(t)$	$\frac{n!}{p^{n+1}}$
Exponentielle		$e^{-at} u(t)$	$\frac{1}{p + a}$
Exponentielle		$\frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} u(t)$	$\frac{1}{1 + \tau \cdot p}$
		$t \cdot e^{-at} u(t)$	$\frac{1}{(p + a)^2}$
Sinus		$\sin \omega t \cdot u(t)$	$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$
Cosinus		$\cos \omega t \cdot u(t)$	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$
Sinus amorti		$\sin \omega t \cdot e^{-at} \cdot u(t)$	$\frac{\omega}{(p + a)^2 + \omega^2}$
Cosinus amorti		$\cos \omega t \cdot e^{-at} \cdot u(t)$	$\frac{p}{(p + a)^2 + \omega^2}$

