

DM estival (**consignes importantes à lire en fin de sujet**)

ETUDE D'UNE EOLIENNE

L'étude porte sur :

- Le frein de rotor (statique)
- La réalisation de la liaison pivot du rotor (théorie des mécanismes)
- La cinématique de l'engrenage conique
- L'étude cinématique du rotor déséquilibré
- L'asservissement en position par rapport au vent

1. PRESENTATION

Nous étudions une éolienne bipale.

Cette étude pourra aussi permettre, dans un autre cadre de dimensionner les organes de liaison et de freinage nécessaires pour transmettre les efforts calculés.

On considère donc une phase particulière de fonctionnement, lorsque l'éolienne est bloquée par un frein.

Reportez-vous au schéma cinématique de la figure 1.

En fonctionnement non bloqué, le vent pousse les pales en rotation. Les pales et son rotor 1 sont en liaison pivot par rapport au carter 0.

La pivot 1/0 est réalisée par deux liaisons élémentaires : une liaison sphérique en A et une liaison sphère/cylindre en B.

Un engrenage conique transmet le mouvement de l'arbre 1 à l'arbre 2. Le contact en I entre 1 et 2 sera modélisé par une liaison ponctuelle de centre I de normale $\vec{u} = \cos \alpha \cdot \vec{y} + \sin \alpha (\cos \delta \cdot \vec{x} + \sin \delta \cdot \vec{z})$ (les angles α et δ sont des données qui dépendent de la géométrie des dentures de l'engrenage).

La Fig. 2 donne le modèle normalisé du contact 1/2 entre dents de l'engrenage. L'arbre 2 est en liaison pivot d'axe $(C, \vec{z})$ par rapport au bâti.

Un second engrenage, non représenté, transmet le mouvement à une génératrice 3 (la génératrice 3 n'intervient pas ici car le système est étudié à l'arrêt).

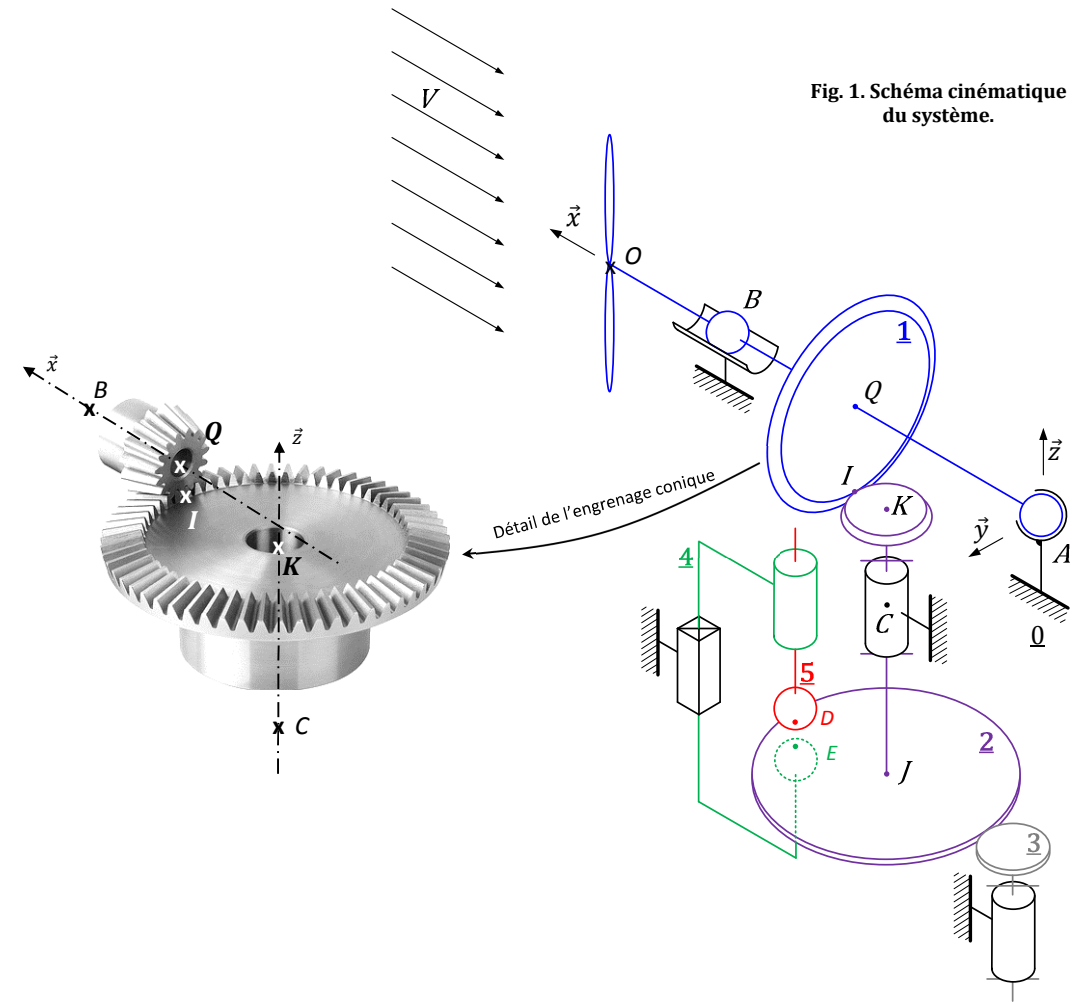


Fig. 1. Schéma cinématique du système.

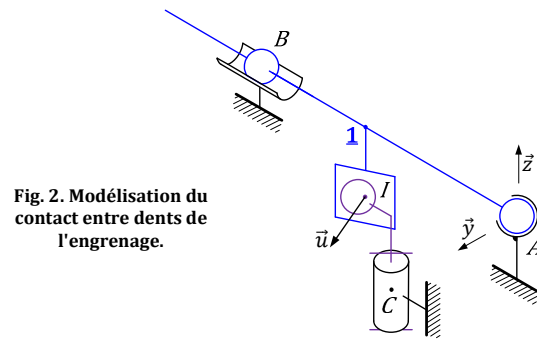


Fig. 2. Modélisation du contact entre dents de l'engrenage.

Un frein constitué de l'étrier flottant 4 et du mors 5 permet de bloquer l'éolienne (voir Fig. 3). Nous considérerons dans cette étude que l'éolienne est bloquée et donc que le frein est serré.

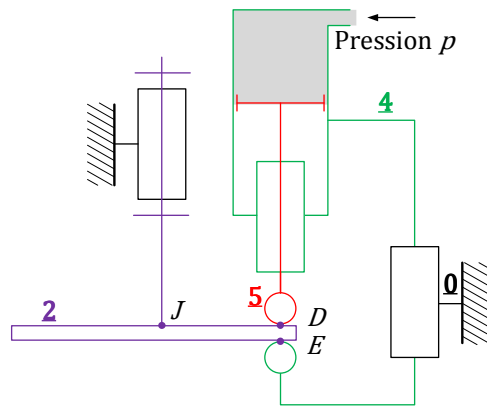


Fig. 3. Système de freinage.

Données additionnelles

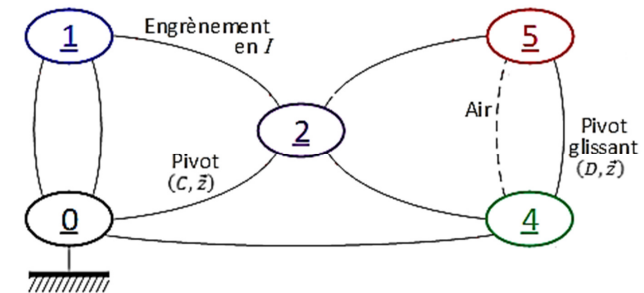
- $AB = L = 500 \text{ mm}$
- $BO = l = 30 \text{ mm}$
- $\vec{AI} = \frac{L}{2} \cdot \vec{x} - \frac{D_1}{2} \cdot \vec{z}$
- Diamètre de la roue dentée conique de l'arbre 1 : $D_1 = 200 \text{ mm}$
- Diamètre de la roue dentée conique de l'arbre 2 : $D_2 = 50 \text{ mm}$
- Angle $\alpha = 20^\circ$; Angle $\delta = 30^\circ$
- $JC = h = 100 \text{ mm}$
- $\vec{JI} \cdot \vec{z} = H = 150 \text{ mm}$
- $\vec{JD} = r \cdot \vec{x}$ avec $r = 150 \text{ mm}$
- L'épaisseur $DE = e$ est supposée très petite (donc négligeable) devant le rayon r .
- Longueur d'une pale : $\lambda = 3 \text{ m}$
- L'action de la pesanteur est négligée devant l'intensité des efforts mis en jeu.

2. ETUDE STATIQUE

Objectif

On se propose de vérifier que le système de freinage est adapté pour maintenir les pâles à l'arrêt.

Le graphe des liaisons incomplet est donné ci-dessous. Il doit être complété.



0 Bâti
1 Rotor + pales
2 Arbre + disque
4 Etrier
5 Piston

Notation pour les torseurs : on utilisera l'écriture suivante pour les torseurs des actions mécaniques transmissibles du solide i au solide j :

$$\{T(i \rightarrow j)\} = \left\{ \begin{matrix} \vec{R}(i \rightarrow j) \\ \vec{M}_Q(i \rightarrow j) \end{matrix} \right\}_Q = \left\{ \begin{matrix} X_{ij} \cdot \vec{x} + Y_{ij} \cdot \vec{y} + Z_{ij} \cdot \vec{z} \\ L_{ij} \cdot \vec{x} + M_{ij} \cdot \vec{y} + N_{ij} \cdot \vec{z} \end{matrix} \right\}_Q$$

Par exemple l'action du bâti 0 sur l'arbre 1 transmise par la liaison sphère/cylindre en B est modélisée par le torseur :

$$\{T(0 \rightarrow 1)^{SC}\}_B = \left\{ \begin{matrix} Y_{01}^{SC} \cdot \vec{y} + Z_{01}^{SC} \cdot \vec{z} \\ 0 \end{matrix} \right\}_B$$

Remarque : l'indice « SC » indiqué sur le torseur n'est là que pour différencier l'action mécanique transmise de 0 à 1 par la liaison sphère cylindre (« linéaire annulaire ») en B, de celle transmise en A par la liaison sphérique (« rotule »).

«Requirement»
Capacité de freinage

Id= "1.3.1"
Text= "La rotation de l'éolienne doit pouvoir être stoppée pour rafales de 200 km/h."

Priorité = haute
Source = législation
Statut = à valider

Effort transmis par l'engrenage conique

On pose l'effort transmis par l'engrenage 2 sur l'engrenage 1 en I sous la forme $\vec{F}_{2 \rightarrow 1} = F_I \cdot \vec{u}$.

On donne le torseur de l'action motrice de l'air sur l'arbre 1 :

$$\{\mathcal{T}(\text{air} \rightarrow 1)\} = \begin{Bmatrix} R \cdot \vec{x} \\ C \cdot \vec{x} \end{Bmatrix}_O \quad R < 0, C < 0$$

La direction du vent est selon $-\vec{x}$, le sens de rotation du rotor 1/0 est selon $-\vec{x}$.

Q1. Reproduire avec soin le graphe des liaisons sur votre copie et le compléter en vue d'une étude statique. Cela signifie que toutes les actions mécaniques doivent apparaître.

Q2. Par application judicieuse du théorème du moment statique au point B projeté sur $\vec{x}$ déterminer l'action F_I transmise par l'engrenage en fonction du couple C .

Etude du frein

On suppose l'égalité entre coefficient de frottement et coefficient d'adhérence, f . Les composantes de pivotement/roulement sont nulles.

Les résultantes en D de l'action de 5 sur 2, et en E de 4 sur 2 avec frottement sont notées :

$$\vec{R}(5 \rightarrow 2) = Y_{52} \cdot \vec{y} + Z_{52} \cdot \vec{z} \quad \text{et} \quad \vec{R}(4 \rightarrow 2) = Y_{42} \cdot \vec{y} + Z_{42} \cdot \vec{z}$$

Q3. Modélisation de l'action mécanique en E et D avec frottement.

- Donner le sens de la rotation de 2/0. Donner le sens des vitesses $\vec{V}(D, 2/5)$ et $\vec{V}(E, 2/4)$.
- Donner le signe des composantes : $Y_{52}, Z_{52}, Y_{42}, Z_{42}$.
- Ecrire la relation entre Y_{52}, Z_{52} faisant intervenir le coefficient de frottement f et conséquences des lois de Coulomb sur le frottement sec pour l'adhérence. Même question entre Y_{42}, Z_{42} .

Q4. Calculer la norme de l'effort conséquence de la pression de l'air sur le piston du système de freinage, en fonction du diamètre $d = 50 \text{ mm}$ du piston et de la pression $p = 6 \text{ bar}$ de l'air : cette norme est notée F . Application numérique.

Q5. Isoler le piston 5. Quelle équation du PFS faut-il appliquer pour calculer la composante normale de l'effort en D de 5 sur 2 ? Déterminer cette composante.

Q6. Isoler l'ensemble {4,5}, étrier flottant, mors. Appliquer l'équation nécessaire du PFS pour calculer la composante normale de l'effort en E de 4 sur 2.

Q7. Posez le théorème nécessaire issu du Principe Fondamental de la Statique, pour calculer l'action tangentielle Y_{42} en E en fonction de F_I : isolement, et application d'une équation du PFS, écriture littérale, application numérique.

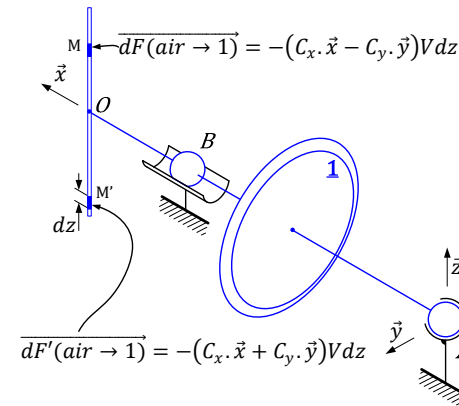
Action mécanique du vent sur les pâles

L'action du vent sur une pale est modélisée par une répartition linéique uniforme de forces. On supposera que les pales sont bloquées en position verticale. On peut alors écrire l'action du vent sur un tronçon élémentaire dz (voir Fig. 4) en des points M et M' respectivement des pales supérieures et inférieures sous la forme :

$$\begin{cases} dF(\text{air} \rightarrow 1) = -(C_x \cdot \vec{x} - C_y \cdot \vec{y}) V dz \\ dF'(\text{air} \rightarrow 1) = -(C_x \cdot \vec{x} + C_y \cdot \vec{y}) V dz \end{cases}$$

Avec V la vitesse galiléenne du vent et les coefficients aérodynamiques $C_x = C_y = 0,1 \text{ N} \cdot \text{s} / \text{m}^2$.

Fig. 4. Action mécanique de l'air sur les pales.



Q8. Calculer le torseur des actions mécaniques de l'air sur la **pale supérieure** en O :

$$\{\mathcal{T}(\text{air} \rightarrow \text{Psup})\} = \begin{Bmatrix} \vec{R}(\text{air} \rightarrow \text{Psup}) \\ \vec{M}_O(\text{air} \rightarrow \text{Psup}) \end{Bmatrix}_O$$

Q9. Donner par analogie le torseur des actions mécaniques de l'air sur la pale inférieure en O, puis, montrer que le torseur global de l'air sur les deux pales se met sous la forme ci-dessous.

$$\{\mathcal{T}(\text{air} \rightarrow 2\text{pales})\} = \begin{Bmatrix} R \cdot \vec{x} \\ C \cdot \vec{x} \end{Bmatrix}_O$$

On précisera les expressions littérales de R et C , puis on gardera ce torseur sous la forme simple ci-dessus pour la suite.

Q10. Calculer la vitesse limite du vent V_{lim} nécessaire pour faire glisser le frein (On prendra le coefficient de frottement $f = 0,1$). Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

3. ETUDE DE LA LIAISON PIVOT 1/0

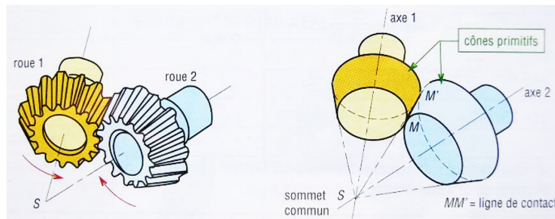
Comme déjà vu sur les figures 1 et 3, la liaison pivot de l'arbre 1 par rapport au bâti 0 est réalisé par deux liaisons élémentaires : une sphère cylindre et une sphérique.

Q11. Faire le graphe des liaisons montrant 0, 1 et les deux liaisons. Ces liaisons sont-elles en parallèle ou en série ?

Q12. Déterminer la liaison équivalente entre 0 et 1 par somme des torseurs des actions mécaniques transmissibles. Montrez ainsi que la liaison équivalente 1/0 est bien une pivot.

4. ETUDE CINEMATIQUE DE L'ENGRENAGE CONIQUE

Un engrenage « conique » se comporte cinématiquement comme deux formes coniques (cones primitifs) qui roulent sans glisser le long de leur génératrice comme illustré ci-dessous.



Pour l'engrenage conique de l'éolienne, il y a donc roulement sans glissement de 2/1 au point de contact I entre cônes primitifs.

On note les vitesses angulaires de chaque arbre :

$$\vec{\Omega}(1/0) = \omega_{10} \cdot \vec{x} \quad ; \quad \vec{\Omega}(2/0) = \omega_{20} \cdot \vec{x}$$

Diamètres primitifs D_1 , D_2 , des roues dentées :

$$\vec{IQ} = R_1 \cdot \vec{z} = \frac{D_1}{2} \cdot \vec{z} \quad ; \quad \vec{KI} = R_2 \cdot \vec{x} = \frac{D_2}{2} \cdot \vec{x}$$

Chaque diamètre primitif D_i est proportionnel au nombre de dents z_i de sa roue : $D_i = m \cdot z_i$. La caractéristique m est le module de l'engrenage (unité mm). La grandeur m est une caractéristique propre à l'engrenage, donc commune aux deux roues engrénantes, et représente les dimensions de chaque dent (hauteur, largeur, profondeur). Plus le module m est élevé, plus la dent est large/haute/profonde, « trapue » quoi !

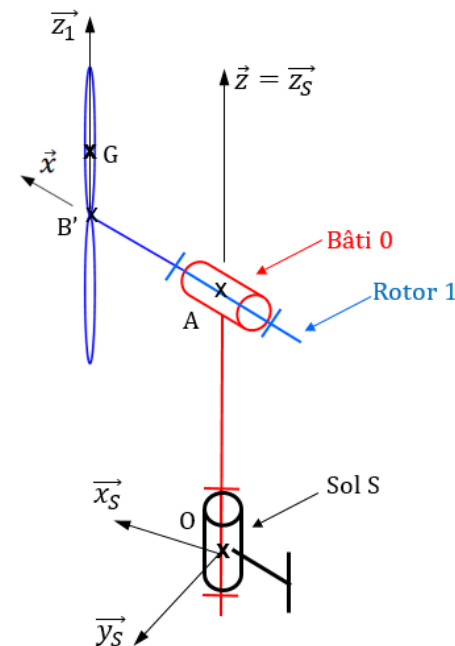
Q13. Par appropriation, observation, compréhension de l'engrenage : quand $\omega_{10} > 0$, quel est le signe de ω_{20} ?

Q14. Ecrire la condition de roulement sans glissement au point I de 2/1.

Q15. Par composition des vitesses, puis changement de point (« formule de Varignon ») déterminer le rapport de réduction $\frac{\omega_{20}}{\omega_{10}}$ en fonction de D_1 et D_2 . Déduire l'expression de $\frac{\omega_{20}}{\omega_{10}}$ en fonction des nombres de dents z_1 et z_2 .

5. CINÉMATIQUE DE L'ÉOLIENNE DÉSÉQUILBRÉE

On souhaite étudier les effets du déséquilibre malencontreux de l'hélice de l'éolienne. Une hélice déséquilibrée signifie que son centre de gravité G n'est plus sur l'axe de rotation (B' , $\vec{x}$). Ce désaxage de G va engendrer des vibrations susceptibles de détériorer les paliers ou d'autres parties du mécanisme. Nous nous proposons de calculer l'expression littérale de l'accélération de G qui sera utile pour une étude dynamique vibratoire ultérieure.



Paramétrage de l'étude cinématique

Base $B_S(\vec{x}_S, \vec{y}_S, \vec{z}_S)$ liée au sol S.

Base $B(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ liée au bâti 0.

Base $B_1(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ liée au rotor 1.

$$\alpha = (\vec{x}_S, \vec{x}) = (\vec{y}_S, \vec{y}) \quad \text{et} \quad \vec{z} = \vec{z}_S$$

$$\vec{\Omega}(0/S) = \alpha \cdot \vec{z} = \omega_{0s} \vec{z}$$

$$\theta = (\vec{y}, \vec{y}_1) = (\vec{z}, \vec{z}_1) \quad \text{et} \quad \vec{x} = \vec{x}_1$$

$$\vec{\Omega}(1/0) = \theta \vec{x} = \omega_{10} \cdot \vec{x}$$

Les vitesses angulaires ω_{10} et ω_{0s} sont considérées constantes tout au long de l'étude.

$$\vec{OA} = a \cdot \vec{z}_S$$

$$\vec{AB'} = b \cdot \vec{x}$$

$$\vec{B'G} = \delta \cdot \vec{z}_1$$

Q16. Représenter les figures de changement de base.

Q17. Calculer la vitesse galiléenne du centre de gravité $\vec{V}(G, 1/S)$.

Q18. Calculer l'accélération galiléenne de G : $\vec{\Gamma}(G, 1/S)$.

On rappelle qu'un vecteur (position, vitesse, accélération, force...) se livre selon son écriture la plus simple ! Et surtout pas artificiellement projetée dans une base unique (sauf demande contraire de l'énoncé).

On rappelle qu'un résultat vectoriel se rend ordonné de la manière suivante : $a \cdot \vec{x}_i + b \cdot \vec{y}_i + c \cdot \vec{x}_{i+1} + d \cdot \vec{z}_{i+1}$, etc.

6. ETUDE DE L'ASSERVISSEMENT D'ORIENTATION DE L'EOLIENNE

Pour un rendement maximal l'éolienne doit être orientée « dans le vent ». C'est-à-dire que l'axe ($A\vec{x}$) du rotor 1 doit être parallèle à la vitesse du vent. Le pivotement du *bâti* 0 d'angle α selon son axe vertical $\vec{z}$, est motorisé pour asservir son orientation à la direction réelle du vent.

Le mouvement d'orientation du *bâti* 0 de l'éolienne est produit par un moteur hydraulique de fonction de transfert :

$$H(p) = \frac{\Omega(p)}{Q(p)} = \frac{1}{Q_0 \left(1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2} \right)}$$

Avec : $Q_0 = 8 \cdot 10^{-6}$ « usi », $\omega_0 = 2 \text{ rad/s}$, $\xi = 0,25$.

Un moteur hydraulique est alimenté par un débit d'huile qui produit, grâce à un système de pistons, la rotation d'un rotor solidaire du *bâti* 0.

$\Omega(p)$: vitesse angulaire du rotor, donc du pivotement l'éolienne

$Q(p)$ est le débit d'huile envoyé dans le moteur hydraulique (m^3/s).

On dispose d'une girouette qui s'oriente librement avec le vent, et impose la consigne d'angle à l'asservissement. Cette girouette est couplée à un capteur d'angle potentiométrique qui délivre une tension U_c proportionnelle à α_c (angle d'orientation consigne imposé à l'éolienne). Le gain de ce capteur est $K_c = 5 \text{ V/rad}$.

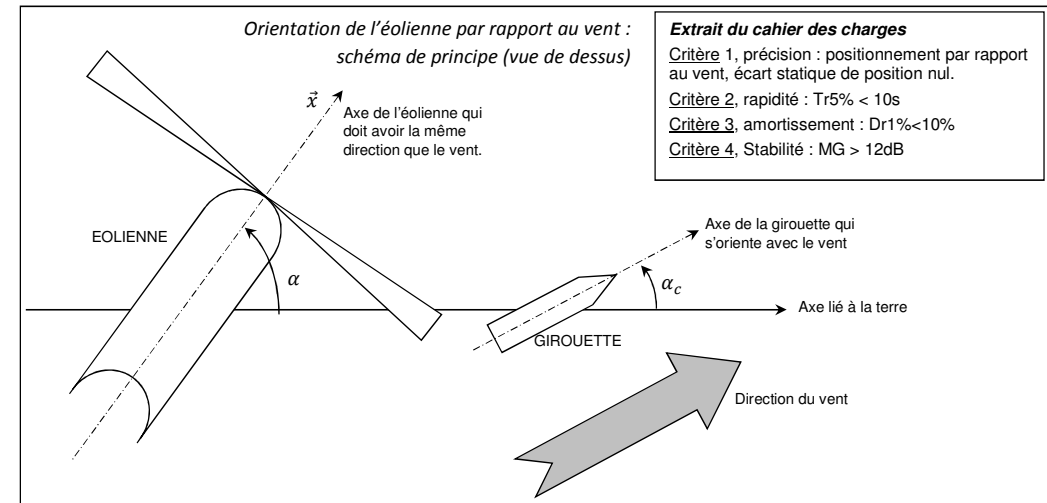
Un autre capteur d'angle potentiométrique permet de connaître la position angulaire de l'éolienne. Son gain est K_p . On a $K_p = K_c$.

Un correcteur de transmittance $C(p)$ est placé après le soustracteur (ε en sortie de soustracteur). Ce correcteur est de type proportionnel. Le gain est la constante K_{corr} .

On amplifie le signal sortant du correcteur, avec un amplificateur de gain $K_A = 2 \cdot 10^{-4} \text{ A/V}$.

L'amplificateur génère un courant d'intensité $I(p)$ qui attaque la servovalve hydraulique de gain $K_{SV} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{A}^{-1}$. Le débit d'huile $Q(p)$ sort de la servovalve et alimente le moteur hydraulique.

Q19. Donnez les trois grandeurs caractéristiques du modèle linéaire du 2^{ème} ordre du moteur hydraulique seul ? Vous rappellerez le nom de chaque grandeur. Vous préciserez l'unité de Q_0 (voire $\frac{1}{Q_0}$). Concluez sur le type de réponse indicielle.



Q20. Par lecture de la description de l'asservissement, construire le schéma bloc de l'asservissement en position.

On rappelle que :

- l'entrée située à gauche est la valeur consigne de la grandeur asservie,
- la sortie située à droite est la valeur réelle de la grandeur asservie,
- les fonctions de transferts sont écrites littéralement dans chaque bloc
- les grandeurs physiques sont écrites avec leur unité sur les liens dans le domaine de Laplace ($I(p)$, $U_c(p)$, $\varepsilon(p)$...),
- on construit le schéma bloc d'abord au brouillon pour qu'il soit bien présenté et tienne de gauche à droite sur la largeur de la page sans retour à la ligne bizarre.

Q21. Pour quelle raison a-t-on nécessairement $K_p = K_c$? Le démontrer mathématiquement.

Un prérequis nécessaire à toute étude : la stabilité.

La stabilité est la condition absolument nécessaire et préalable à toute autre étude. Le système est bouclé donc potentiellement instable, alors que chaque composant le constituant est évidemment stable.

Pour vérifier la stabilité il y a deux solutions possibles :

- On visualise la réponse temporelle indicielle du système (boucle fermée) et on applique la définition fondamentale de la stabilité, Entrée Bornée => Sortie Bornée (EBSB).
- On étudie la réponse fréquentielle de la boucle ouverte, et on vérifie que les marges de stabilités, gain et phase sont toutes deux positives.

La réponse temporelle en boucle fermée est bien délicate à déterminer par le calcul (FTBF d'ordre 3). Alors que tracer le diagramme de Bode de la Fonction de Transfert en Boucle Ouverte est simple.

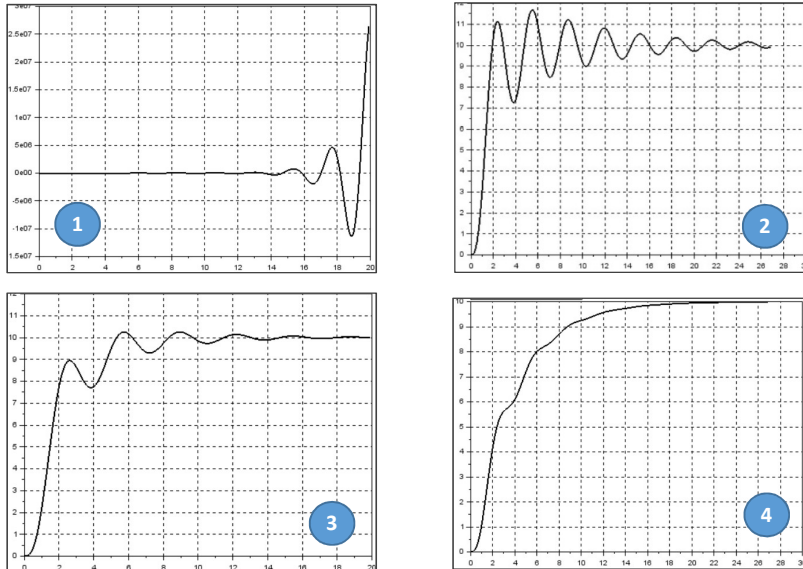
Comme je suis gentil je donne la FTBO : $H_{BO}(p) = \frac{K_{corr}K_cK_AK_{SV}}{Q_0\left(1+\frac{2\xi}{\omega_0}p+\frac{p^2}{\omega_0^2}\right)p}$.

Le diagramme de Bode de la FTBO non corrigée ($K_{corr} = 1$) est donné en document réponse.

Q22. Réécrire $H_{BO}(p)$ avec les coefficients numériques pour la boucle ouverte non corrigée qu'on notera $H_{BOnc}(p)$. Menez les calculs pour déterminer les asymptotes du diagramme de Bode de $H_{BOnc}(p)$. Tracez les asymptotes sur le document réponse à rendre. Indiquez bien les valeurs numériques importantes.

Q23. Evaluer graphiquement la marge de gain MG_{nc} de la BO non corrigée. Complétez le document réponse.

On donne ci-dessous les réponses indicielles de l'asservissement en position de l'éolienne pour une consigne échelon de 10° , pour quatre réglages différents de K_{corr} .



Q24. Quelle réponse indicielle correspond au réglage $K_{corr} = 1$? Justifier.

Q25. Calculer la valeur du gain de correction K_{corr} pour assurer la marge de gain du cahier des charges minimale. Complétez le document réponse avec les annotations nécessaires.

Nous gardons maintenant cette valeur de K_{corr} comme réglage du correcteur.

Q26. Quels sont l'ordre et la classe de la fonction de transfert en boucle ouverte ?

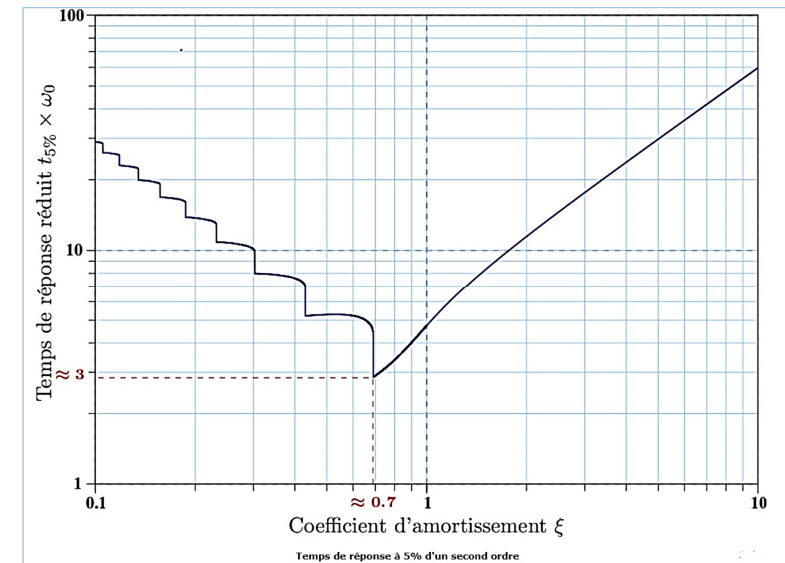
Q27. Pourquoi est-il visible, sans calcul, en regardant simplement l'expression mathématique de $H_{BO}(p)$ et le schéma bloc, que l'erreur statique est nulle ? Le système est donc précis.

On montre que négliger le terme en p^2 dans la fonction de transfert du moteur hydraulique ne modifie que très peu le temps de réponse de l'asservissement complet.

Q28. Calculer sous formes littérale puis numérique la fonction de transfert en boucle fermée $H_{BF2}(p) = \frac{\alpha(p)}{\alpha_c(p)}$ en tenant compte de la simplification proposée.

Calculer la valeur numérique des deux caractéristiques de ce 2^{ème} ordre : ω_{02} et ξ_2 .

Q29. Dédurre le temps de réponse à 5%, $T_{r5\%}$ de l'asservissement en position de l'éolienne. Conclure quant au cahier des charges.

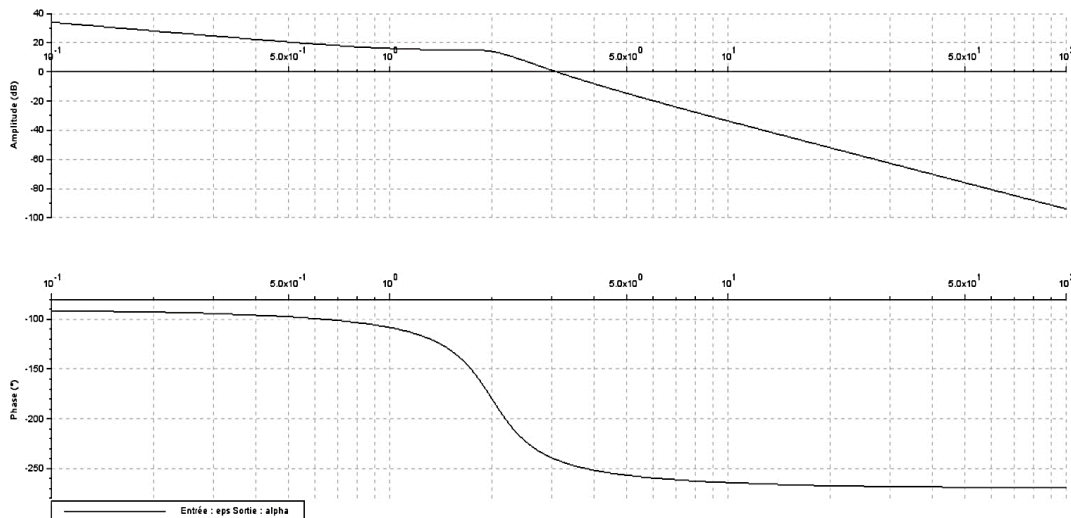


FIN DU SUJET

Document réponse

NOM/Prénom :

Diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée.



CONSIGNES DE REDACTION

Rappels concernant la rédaction

- Encadrement des résultats littéraux et numériques finaux à la règle et au stylo (surligneurs interdits)
- Nombre de chiffres significatifs cohérents avec les données du problème. Trois chiffres significatifs est le bon nombre en SI
- Copies doubles avec marges. Feuilles simples refusées.
- Respect de la grammaire, de l'orthographe, et du niveau de langage nécessaire lors de la rédaction d'une copie !
- Notation des torseurs : voir les indications en fin de sujet.

Rappel du contenu pratique d'un torseur.

En notations purement mathématiques, on écrit le torseur $\{T\}$: $\{T\} = \begin{Bmatrix} \vec{R} \\ \vec{M}_A \end{Bmatrix}$ Résultante (vecteur constant)
Moment (vecteur variable dépendant du choix du point d'expression du torseur)

Changement de point : $\vec{M}_B = \vec{M}_A + \vec{BA} \wedge \vec{R}$

Nouvelle expression du même torseur $\{T\}$ au point B : $\{T\} = \begin{Bmatrix} \vec{R} \\ \vec{M}_B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \vec{R} \\ \vec{M}_A + \vec{BA} \wedge \vec{R} \end{Bmatrix}$

Note spéciale pour l'écriture de tout torseur (cinématique, statique, cinétique, dynamique...) : je refuse toute notation « en colonne ». J'exige l'écriture en ligne.

 $\{Torseur\} = \begin{Bmatrix} x & u \\ y & v \\ z & w \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$ notation « COLONNE » refusée

 $\{Torseur\} = \begin{Bmatrix} x.\vec{X} + y.\vec{Y} + z.\vec{Z} \\ u.\vec{X} + v.\vec{Y} + w.\vec{Z} \end{Bmatrix}$ écriture naturelle en « LIGNE », seule écriture autorisée

- La notation colonne induit une perte de sens de la notion de torseur : vecteurs résultante et moment disparaissent... en leur substituant 6 scalaires. Le tout ressemblant ainsi à une sorte de matrice, ou « boîte à œuf ». La notation colonne est donc pédagogiquement nuisible.
- La notation colonne impose l'utilisation d'expressions vectorielles réduites dans une base unique ce qui est contraire au déroulement naturel de nos calculs pour lesquels les expressions finales sont souvent exprimées en fonction de vecteurs appartenant à des bases différentes. La notation colonne est inutilement contraignante.
- La notation colonne impose de préciser sans cesse la base d'expression des coordonnés. C'est lourd ! En outre souvent vous oubliez de préciser la base : le torseur ne signifie donc plus rien ! La notation colonne est lourde et dangereuse.
- Quand vous vous habituez au torseur colonne, vous risquez, par mimétisme, d'indiquer la base sur des torseurs en notation ligne : cela est un non-sens et montre une non maîtrise des concepts mathématiques de base, puisque dans la notation ligne la résultante et le moment sont DÉJÀ une expression vectorielle ! La notation colonne crée ainsi de la confusion. Pas d'indication de la base pour un torseur ligne.

Et rappelez-vous toujours : « les torseurs, moins on en écrit, mieux on se porte ! »