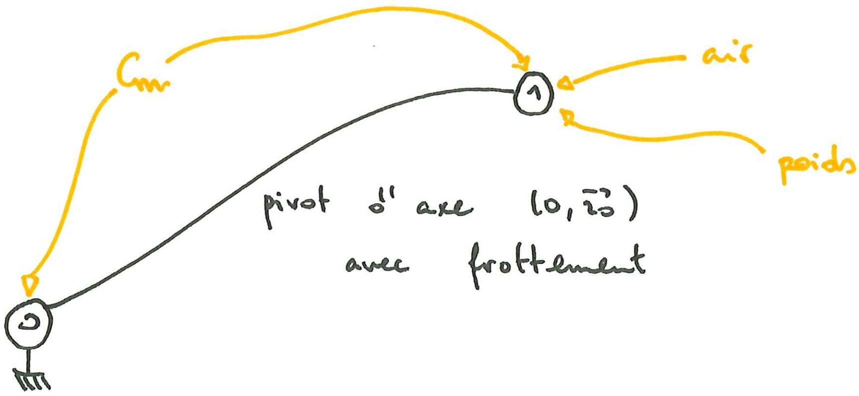
Hélice de ventilateur



J'isole 1 dont le bilan des puissances est :

P_{int} : $\emptyset$

P_{ext} : $\mathcal{P}_{air \to 1/0}$
$\mathcal{P}_{poids \to 1/0}$
$\mathcal{P}_{0 \xrightarrow{P} 1/0}$ (pour la liaison)
$\mathcal{P}_{0 \xrightarrow{m} 1/0}$ (" le moteur)

le th. de l'énergie cinétique s'écrit :

$$P_{int} + P_{ext} = \frac{d}{dt}\left[Ec(1/0) \right]$$

■ $Ec(1/0) = \frac{1}{2} \cdot \{ \mathcal{V}_{1/0} \} \otimes \{ C_{1/0} \}$

$$= \frac{1}{2} \cdot {}_G\begin{Bmatrix} \vec{\Omega}_{1/0} = \dot{\theta} \cdot \vec{z_{01}} \\ \vec{V}_{G\in 1/0} = \vec{0} \end{Bmatrix} \otimes {}_G\begin{Bmatrix} \vec{p}_{1/0} = \ldots \\ \vec{\sigma}_{G,1/0} \end{Bmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \vec{\sigma}_{G,1/0} \cdot \vec{\Omega}_{1/0}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left[I(G,1) \cdot \vec{\Omega}_{1/0} + m \cdot \cancel{\vec{GG}} \wedge \vec{V}_{G\in 1/0} \right] \cdot \vec{\Omega}_{1/0}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left[\begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix}_1 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}_1 \right] \cdot (\dot{\theta} \cdot \vec{z_{01}})$$

$$E_c(1/0) = \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} -E.\dot{\theta} \\ -D.\dot{\theta} \\ C.\dot{\theta} \end{bmatrix}_1 \cdot (\dot{\theta}.\vec{z_{01}})$$

$$= \frac{1}{2} \cdot (-E.\dot{\theta}.\vec{x_1} - D.\dot{\theta}.\vec{y_1} + C.\dot{\theta}.\vec{z_1}).(\dot{\theta}.\vec{z_{01}})$$

$$E_c(1/0) = \frac{1}{2}.C.\dot{\theta}^2$$

$E_c(1/0) = \frac{1}{2}$. Moment d'inertie autour de l'axe de rotation . (Vitesse de rotation)^2

CAS PARTICULIER d'un solide en rotation autour d'un axe fixe.

- $P_{air \to 1/0} = \{\mathcal{V}_{1/0}\} \otimes \{air \to 1\}$

$$= {}_O\begin{cases} \vec{\Omega}_{1/0} = \dot{\theta}.\vec{z_0} \\ \vec{V}_{O\in 1/0} = \vec{0} \end{cases} \otimes {}_O\begin{cases} \vec{R}_{air \to 1} = \dots \\ \vec{M}_{O, air \to 1} = -f_{air}.\vec{\Omega}_{1/0} \end{cases}$$

$$= -f_{air}.\dot{\theta}^2$$

- $P_{pds \to 1/0} = \{poids \to 1\} \otimes \{\mathcal{V}_{1/0}\}$

$$= {}_G\begin{cases} \vec{R}_{poids \to 1} = -m.g.\vec{y_0} \\ \vec{M}_{G, poids \to 1} = \vec{0} \end{cases} \otimes {}_G\begin{cases} \vec{\Omega}_{1/0} = \dots \\ \vec{V}_{G\in 1/0} = \vec{0} \end{cases}$$

$= \vec{R}_{poids \to 1}.\vec{V}_{G\in 1/0}$ → CAS PARTICULIER d'un torseur glisseur

$= 0$ → "car le centre de gravité reste à la même altitude ($\vec{V}_{G\in 1/0} \perp$ à $\vec{y_0}$)"

- $P_{0 \overset{L}{\leftrightarrow} 1/0} = P_{0 \overset{L}{\leftrightarrow} 1}$: correspond à la puissance interne "circulant" dans la liaison

$= \{\mathcal{V}_{1/0}\} \otimes \{0 \xrightarrow{L} 1\}$

$$= {}_O\begin{cases} \vec{\Omega}_{1/0} = \dot{\theta}.\vec{z_0} \\ \vec{V}_{O\in 1/0} = \vec{0} \end{cases} \otimes {}_O\begin{cases} \vec{R}_{0 \xrightarrow{L} 1} = \dots \\ \vec{M}_{O, 0 \xrightarrow{L} 1} = X_{01}.\vec{x_0} + Y_{01}.\vec{y_0} \pm C_r.\vec{z_0} - f.\dot{\theta}.\vec{z_0} \end{cases}$$

$$P_{0\,fs \to 1/0} = \underbrace{\pm\, C_r \cdot \dot{\theta}}\ \underbrace{-\ f \cdot \dot{\theta}^2}$$ → PUISSANCE PERDUE dans une liaison pivot :

- $-\,f\cdot\dot{\theta}^2$ → liée aux frottements visqueux
- $\pm\, C_r\cdot\dot{\theta}$ → " " " secs

- $P_{0 \xrightarrow{m} 1/0} = \{ \mathcal{T}_{0 \xrightarrow{m} 1} \} \otimes \{ \mathcal{V}_{1/0} \}$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{0 \xrightarrow{m} 1} = \vec{0} \\ \vec{M}_{O,0 \xrightarrow{m} 1} = C_m \cdot \vec{z_0} \end{array} \right._O \otimes \left\{ \begin{array}{l} \vec{\Omega}_{1/0} = \dot{\theta}\cdot\vec{z_0} \\ \vec{V}_{O\in 1/0} = \ldots \end{array} \right._O$$

$$= C_m \cdot \dot{\theta}$$ → PUISSANCE générée par un couple (moteur)

On a donc :

$$C_m \cdot \cancel{\dot{\theta}} \pm C_r \cdot \cancel{\dot{\theta}} - f \cdot \dot{\theta}^{\cancel{2}} - f_{air} \cdot \dot{\theta}^{\cancel{2}} = C \cdot \cancel{\dot{\theta}} \cdot \ddot{\theta}$$

D'où :

$$\underline{C \cdot \ddot{\theta} + (f + f_{air}) \cdot \dot{\theta} = C_m \pm C_r}$$