Découpe de pare-chocs

1 J'écris l'énergie cinétique de l'ensemble des pièces en mvt :

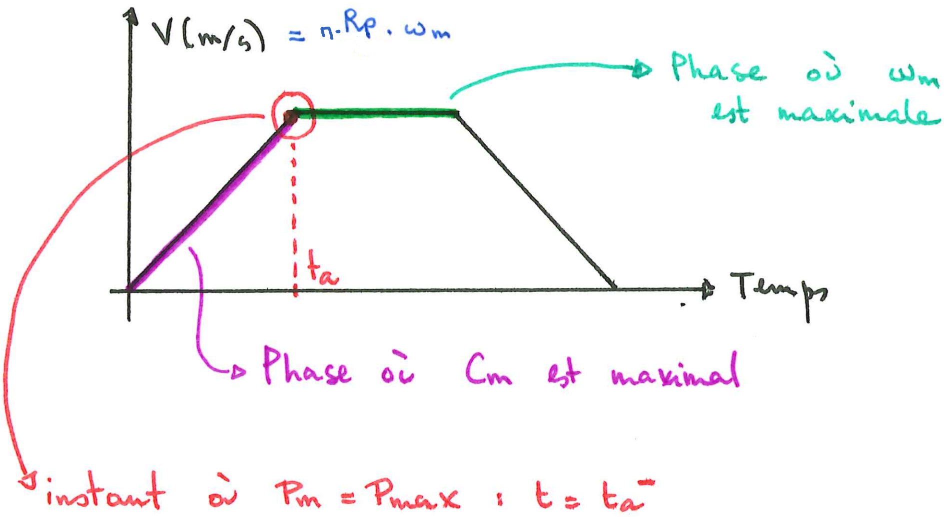
$$Ec(\Sigma/0) = Ec(\text{arbre moteur}/0) + Ec(\text{pièces du réducteur}/0) + Ec(\text{poulie "1"}/0) + Ec(\text{poulie "2"}/0) + Ec(\text{partie en translation}/0)$$

$$= \frac{1}{2}\cdot J_m\cdot\omega_m^2 + \frac{1}{2}\cdot J_r\cdot\overbrace{\omega_m^2}^{\text{ramené à l'arbre moteur}} + 2\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot J_p\cdot\omega_p^2\right) + \frac{1}{2}\cdot M\cdot v^2$$

Avec $v = R_p\cdot\omega_p$ et $\omega_p = n\cdot\omega_m$

Donc : $$Ec(\Sigma/0) = \frac{1}{2}\cdot\underbrace{\left[J_m + J_r + n^2\cdot 2\cdot J_p + n^2\cdot M\cdot R_p^2\right]}_{J_{eq} \approx 6{,}64\cdot 10^{-4}\ kg\cdot m^2}\cdot\omega_m^2$$

2 On a directement : $P_m = C_m\cdot\omega_m$.



3 On a vu : $v = n\cdot R_p\cdot\omega_m$. J'isole donc Σ dont le bilan des puissances est :

$P_{int} = 0$ car toutes les liaisons sont supposées parfaites.

P_{ext} : $P_{pds\to\Sigma/0} = -M\cdot g\cdot v = -M\cdot g\cdot R_p\cdot\omega_m\cdot n$

$P_{stator\to rotor/0} = P_m = C_m\cdot\omega_m$

Autres puissances nulles.

Le th. de l'énergie cinétique permet d'écrire :

$$-M.g.n.R_p.\omega/m + C_m.\omega/m = J_{Teq}.\omega/m.\dot{\omega}_m$$

Donc $C_m = J_{Teq}.\dot{\omega}_m + M.g.R_p.n$ or $\dot{\omega}_m = \frac{R_p}{n}.\gamma$

D'où $\boxed{C_m = J_{Teq}.n.R_p.\gamma + M.g.n.R_p}$ $(= C_{max})$

Je sais que $P_{max} = C_{max}.\omega_{max}$ et $\omega_{max} = R_p.V_a.n$

et $C_{max} = J_{Teq}.R_p.\gamma.n$ en l'absence de couple résistant

avec $\gamma = \frac{V_a}{t_a}$

On a donc : $P_{max} = J_{Teq}.R_p.\frac{V_a}{t_a}.R_p.V_a.n^2$

$$= J_{Teq}.R_p^2.\frac{V_a^2}{t_a}.n^2$$

Sur l'ensemble du trapèze : $X = \int_0^T v(t).dt$

$$= \frac{1}{2}.V_a.t_a + V_a.(T-2.t_a) + \frac{1}{2}.V_a.t_a$$

$$X = V_a.(T-t_a)$$

D'où : $\boxed{P_{max} = \underbrace{J_{Teq}.n^2.R_p^2}_{A}.\frac{X^2}{t_a.(T-t_a)^2}}$

(4) Je cherche t_a tel que $\frac{dP_{max}}{dt_a}(t_a) = 0$, on a donc :

$-A.X^2.\frac{(T-t_a)^2-2.t_a.(T-t_a)}{[t_a.(T-t_a)^2]^2} = 0$ donc $(T-t_a)^2 - 2.t_a.(T-t_a) = 0$

donc $(T-t_a).[T-t_a-2.t_a] = 0$

donc $(T-t_a).(T-3.t_a) = 0$

Il faut donc $t_a = T$ (pas de sens physique)

ou $\boxed{t_a = T/3}$: cela correspond à un trapèze de vitesse avec équirépartition des phases acc°, vit. constante, déc°.

⑤ À la limite du cahier des charges : $X = 0{,}65$ m et $T = 1$ s.

En conservant $t_a = \frac{T}{3}$, on a donc : $X = V_a \cdot (T - \frac{T}{3})$

$X = 2 \cdot \frac{V_a}{3} \cdot T$, il faut donc :

$V_a = \frac{3}{2} \cdot \frac{X}{T} \simeq 0{,}975$ m/s, il faut donc $\omega_m = \frac{1}{n \cdot R_p} \cdot V_a \simeq 305$ rd/s

$\simeq 2910$ tr/min

CONCLUSION 1 : on a $\omega_m^{max} \leqslant 3000$ tr/min donc la vitesse de rotation du moteur est bien adaptée.

On peut également calculer : $C_{max} = J_{Teq} \cdot n \cdot R_p \cdot \frac{V_a}{t_a} + M \cdot g \cdot n \cdot R_p$

$C_{max} \simeq 0{,}31$ N.m

CONCLUSION 2 : on a $C_{max} \leqslant 4{,}2$ N.m donc le couple moteur est bien adapté.