Micromanipulateur.

① $H_1(p) = \dfrac{1}{J \cdot p}$

$H_2(p) = \dfrac{1}{p}$

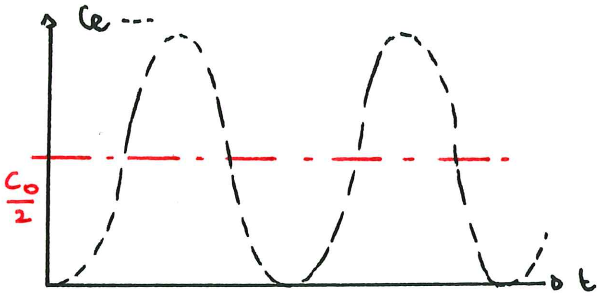
$H_3(p) = K_{C\theta}$

② Je calcule d'abord : $H_e(p) = \dfrac{C_e(p)}{C_m(p)} = \dfrac{\frac{1}{J \cdot p} \cdot \frac{1}{p} \cdot K_{C\theta}}{1 + \frac{1}{J \cdot p} \cdot \frac{1}{p} \cdot K_{C\theta}} = \dfrac{K_{C\theta}}{K_{C\theta} + J \cdot p^2}$

Donc $H_{BF}(p) = \dfrac{\frac{K_{C\theta}}{K_{C\theta} + J \cdot p^2}}{1 + \frac{K_{C\theta}}{K_{C\theta} + J \cdot p^2}} = \dfrac{K_{C\theta}}{K_{C\theta} + J \cdot p^2 + K_{C\theta}}$

D'où $\boxed{H_{BF}(p) = \dfrac{1/2}{1 + \frac{J}{2 \cdot K_{C\theta}} \cdot p^2}}$

Pour une entrée en échelon d'amplitude C_0, la réponse sera la suivante :



L'erreur est ici de 50% donc largement trop importante (il faudrait une erreur nulle).

Il y a des dépassements de 100% >> 15% (demandés).

③ Je calcule : $H_{BO}(p) = 1 \cdot \dfrac{H_1'(p) \cdot H_2(p) \cdot H_3(p)}{1 + H_1'(p) \cdot H_2(p) \cdot H_3(p)}$

Avec $H_1'(p) = \dfrac{\frac{1}{J \cdot p}}{1 + \frac{1}{J \cdot p} \cdot B} = \dfrac{1}{B + J \cdot p}$

On obtient donc (après calculs) : $H_{BO}(p) = \dfrac{1}{1 + \frac{B}{K_{C\theta}} \cdot p + \frac{J}{K_{C\theta}} \cdot p^2}$

On obtient la forme demandée si le dénominateur a une racine double donc si :

$$\Delta = 0 = \frac{B^2}{K_{C\theta}^2} - 4 \cdot \frac{J}{K_{C\theta}}$$

Il faut donc $B = 2 \cdot \sqrt{J \cdot K_{C\theta}}$

Dans ce cas, la racine est $p = \dfrac{-\frac{B}{K_{C\theta}}}{2 \cdot J/K_{C\theta}} = -\dfrac{B}{2 \cdot J} = -\dfrac{\cancel{2} \cdot \sqrt{J \cdot K_{C\theta}}}{\cancel{2} \cdot J}$

donc $p = -\sqrt{\dfrac{K_{C\theta}}{J}}$

On a donc : $H_{BO}(p) = \dfrac{1}{[1 + \tau \cdot p]^2}$ avec $\tau = \sqrt{\dfrac{J}{K_{C\theta}}}$

4) La FTBO est de classe 1 donc le système sera précis pour une entrée en échelon : l'erreur statique sera bien nulle comme le demande le cahier des charges.

5) Il faut une FTBF d'ordre 2 (et donc une FTBO d'ordre 2). On peut donc choisir : $T_i = \tau$.

6) Avec $T_i = \tau$, on aura : $FTBO(p) = \dfrac{K_i}{\tau \cdot p \cdot (1 + \tau \cdot p)}$

et donc $FTBF(p) = \dfrac{K_i}{K_i + \tau \cdot p + \tau^2 \cdot p^2}$

$$= \frac{1}{1 + \frac{\tau}{K_i} \cdot p + \frac{\tau^2}{K_i} \cdot p^2}$$

On aura donc

$$K_{BF} = 1$$

$$\omega_{0BF} = \frac{\sqrt{K_i}}{\tau}$$

$$\xi_{0BF} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{K_i}}{\cancel{\tau}} \cdot \frac{\cancel{\tau}}{K_i} = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{K_i}}$$

CRITÈRE : Marge de gain > 10 dB — Ici $M_{gain} = +\infty$ peu importe K_i

" : " " phase > 70° — Il faut $20 \cdot \log(K_i) < -9$ dB

et donc $K_i < 0{,}35$ (sans unité)

CRITÈRE : Dépassement < 15° – Cela implique que $\xi_{OBF} > 0,52$
et que Marge de phase > 52°

→ ces conditions sont déjà remplies si la marge de phase > 70°.

CRITÈRE : $tr_{5\%} < 0,5$ s – Il faut donc $\frac{tr_{\text{réduit}}}{\omega_{OBF}} < 0,5$ s.

Pour $K_i \simeq 0,35$, on a : $\xi_{OBF} \simeq 0,85$ ce qui implique donc
$tr_{\text{réduit}} \simeq 3,5$

Et $\omega_{OBF} = \frac{\sqrt{K_i}}{\tau}$

→ Pour trouver τ, je relève sur la réponse fréquentielle en boucle fermé pour $K_i = 0,4$
$\omega_{OBF} \simeq 20$ rad/s
donc $\tau = \frac{\sqrt{K_i}}{\omega_{OBF}} \simeq 0,032$ s

On a donc $\omega_{OBF} \simeq 18,5$ rad/s pour $K_i = 0,35$.
Donc $tr_{5\%} \simeq 0,19$ s pour $K_i = 0,35$ (on a bien $tr_{5\%} < 0,5$ s).

CONCLUSION : La valeur $K_i = 0,35$ permet bien de vérifier tous les critères (la précision est respectée compte-tenu de la classe de C(p)).

7

$K_i = 0,35$

Critère	Valeur
Marges de stabilité	$M_{gain} = +\infty$ $M_{phase} = 70°$
Dépassement	≃ 2%
Tr5%	0,19 s
Erreur statique en réponse à un échelon	0%