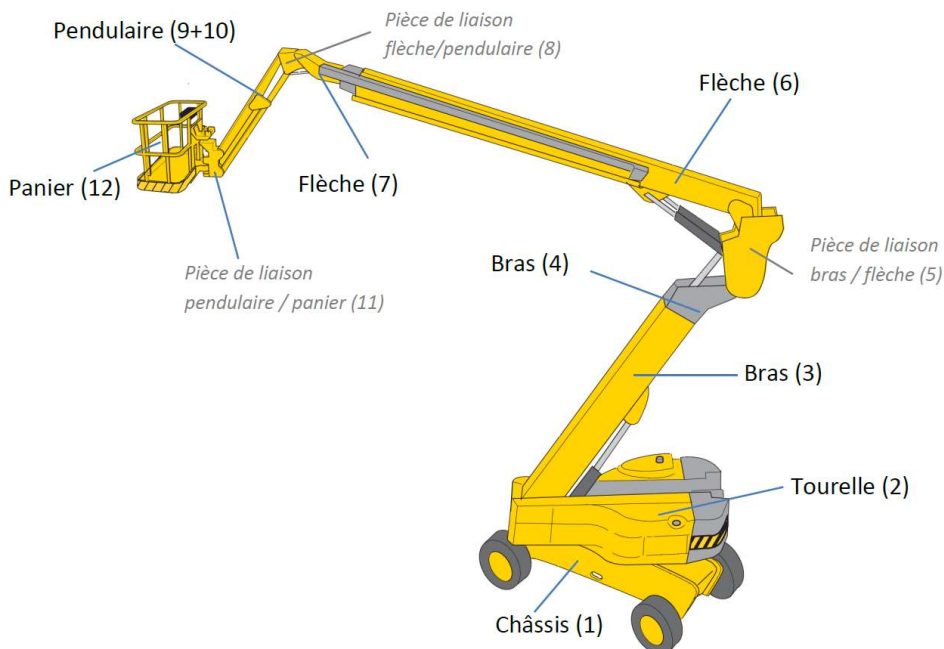


Etude d'un engin de chantier

On s'intéresse dans ce problème à un engin de chantier représenté sur la figure ci-dessous. Deux problématiques sont étudiées en particulier :

- Le basculement éventuel de la nacelle ;
- Le pilotage des mouvements.



Basculement de la nacelle

On utilise le modèle fourni sur la page suivante. On considère que la nacelle est en phase d'accélération et qu'elle se déplace dans la direction \vec{x}_0 . Pour simplifier l'étude, on considère les hypothèses suivantes :

- Les masses et inerties des solides $r_1, r_2, 2, 3, 4, 6$ et 7 sont négligées.
- L'ensemble $\{9, 11, 12\}$ est en translation par rapport au châssis mobile 1 . Cet ensemble est supposé de masse ponctuelle $M_h = 3$ tonnes située en G_h tel que $\overrightarrow{DG_h} = -L_h \vec{x}_0$ où $L_h = 3.5$ m.
- La liaison pivot entre la tourelle et le châssis est bloquée de telle sorte que : $\overrightarrow{AB} = -l_a \vec{x}_0 + h_a \vec{z}_0$ où $l_a = 0.7$ m et $h_a = 1$ m.
- On note également $\overrightarrow{I_1 A} = -\frac{e}{2} \vec{x}_0 + Z_a \vec{z}_0$ avec $Z_a = 2.5$ m et $\overrightarrow{I_1 C_1} = \overrightarrow{I_2 C_2} = R \vec{z}_0$.
- On impose pour la commande la relation $\theta_6 = -\pi - 2.\theta_3$ et $\theta_3 \in [-90^\circ; 0^\circ]$.
- O est un point fixe dans le repère lié au sol.
- Les roues r_1 et r_2 roulent sans glisser sur le sol en deux contacts ponctuels représentés par les points I_1 et I_2 . On note $\overrightarrow{R_{0 \rightarrow r_1}} = X_1 \vec{x}_0 + Z_1 \vec{z}_0$ et $\overrightarrow{R_{0 \rightarrow r_2}} = X_2 \vec{x}_0 + Z_2 \vec{z}_0$ les résultantes des actions respectives en I_1 et en I_2 . Cela signifie qu'il y a un frottement de type Coulomb pour ces contacts. On donne $f = 0.9$ le coefficient de frottement. Les roues sont en liaison pivot avec le châssis 1 .
- Le châssis mobile est :
 - De masse $M_1 = 12$ tonnes ;
 - De centre de gravité G_1 tel que $\overrightarrow{OG_1} = x(t) \vec{x}_0 + h \vec{z}_0$ et $\overrightarrow{I_1 G_1} = -\frac{e}{2} \vec{x}_0 + h \vec{z}_0$ avec $h = 1$ m et $e = 4$ m ;
 - De moment d'inertie J_1 autour de l'axe (G_1, \vec{y}_1) .
- Le contrepoids est supposé de masse ponctuelle $M_c = 4$ tonnes située en G_c tel que $\overrightarrow{G_1 G_c} = x_{GC} \vec{x}_0$ où $x_{GC} = 1.8$ m.
- La géométrie des bras et des flèches impose : $\lambda_{43} \in [8 \text{ m} ; 17 \text{ m}]$ et $\lambda_{76} \in [8 \text{ m} ; 18 \text{ m}]$.

Question 1 : Faire un schéma du chariot élévateur lorsque $\theta_3 = 0$ puis lorsque $\theta_3 = -\frac{\pi}{2}$.

Question 2 : Donner la condition sur $\overrightarrow{R_{0 \rightarrow r_1}}$ et/ou sur $\overrightarrow{R_{0 \rightarrow r_2}}$ pour que le chariot ne bascule pas lors d'une accélération dans le sens de \vec{x}_0 .

Question 3 : Déterminez l'accélération maximale pour que le chariot ne bascule pas.

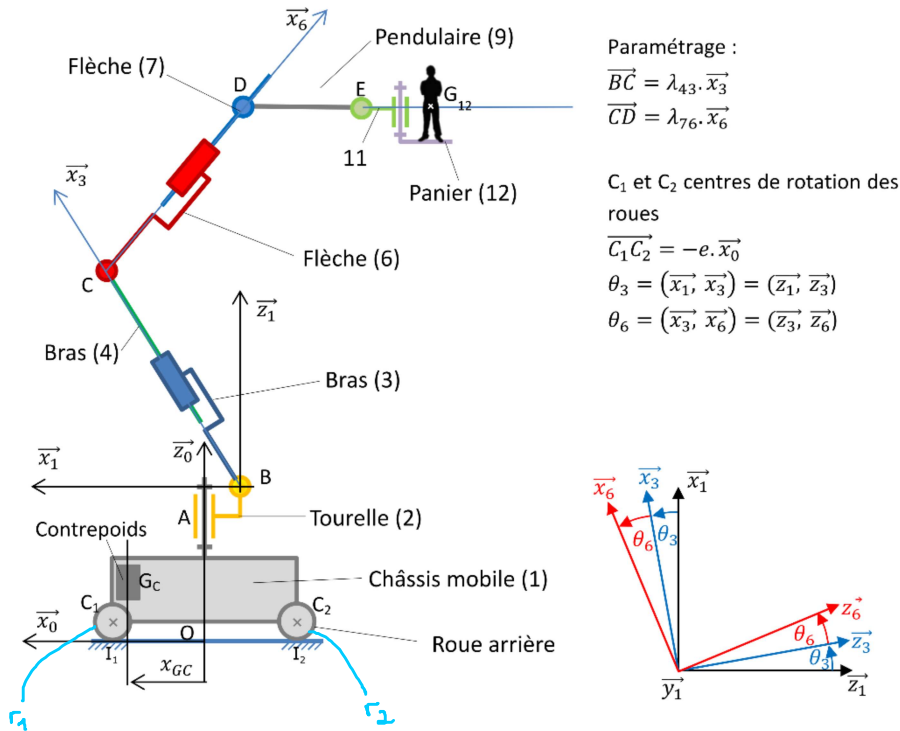
NOTA : à partir de la question 3 (incluse), on supposera que seule la roue r_1 peut se décoller. On supposera aussi que le panier est élevé au maximum, c'est à dire que $\theta_3 = -\frac{\pi}{2}$.

Question 4 : Le cahier des charges impose que le chariot puisse atteindre, à accélération constante, sa vitesse maximale de 25 km/h en moins de 3 secondes dans la condition extrême où notamment $\theta_3 = -\frac{\pi}{2}$. Le chariot basculera-t-il ?

Les roues motrices sont les roues avant, c'est-à-dire celles en contact avec le sol en I_1 . Les roues arrière en I_2 sont libres.

Question 5 : Montrer que $X_2 = 0$.

Question 6 : Y a-t-il un risque de glissement des roues sur le sol avec l'accélération imposée dans le cahier des charges ?



Pilotage des mouvements

On cherche ici à savoir comment piloter les vérins permettant de faire varier les paramètres θ_3 (et donc θ_6), λ_{43} et λ_{76} pour que la nacelle soit bien positionnée. On note $\vec{AG}_{12} = x_n \vec{x}_0 + z_n \vec{z}_0$ le vecteur représentant une position de nacelle donnée.

Question 7 : Déterminer un système d'équation permettant de lier x_n et z_n aux autres données du problème.

On suppose $\lambda_{43} = \lambda_{76} = \lambda$.

Question 8 : Pour un couple (x_n, z_n) donné, combien de configurations de la nacelle sont possibles ? Faire un schéma pour la(les) représenter.