

Devoir maison n°1 - Physique

À rendre pour le premier jour de la rentrée 2024

Consignes

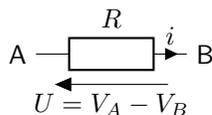
Ce devoir est constitué de trois parties : électrocinétique, thermodynamique et induction. **Chaque partie doit être rédigée sur des copies séparées.**

Il est demandé de porter le plus grand soin à la rédaction, c'est-à-dire :

- dans la forme : résultats **encadrés**, copies aérées ;
- dans le fond : justification des réponses, clarté de l'expression, concision des réponses.

Tout résultat non justifié ne sera pas évalué

Partie électrocinétique : il est demandé d'utiliser, dès que possible, la loi des nœuds sous forme de potentiels. On rappelle que le courant i aux bornes d'une résistance R soumise à une différence de potentiels (ou tension) $U = V_A - V_B$ peut s'exprimer par : $i = \frac{U}{R} = \frac{V_A - V_B}{R}$.



Cette relation est généralisable à toute impédance complexe Z dans le cas d'un circuit alimenté par une tension sinusoïdale de pulsation ω .

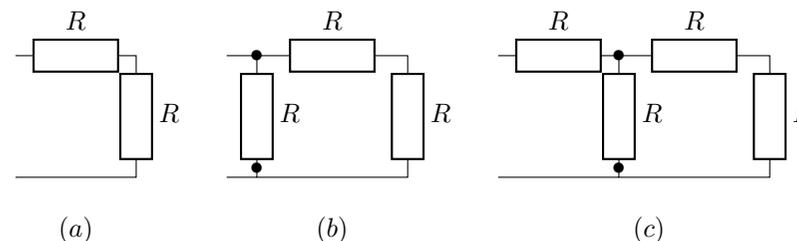
Contact en cas de questions : d.sevrain@orange.fr

Partie Electrocinétique

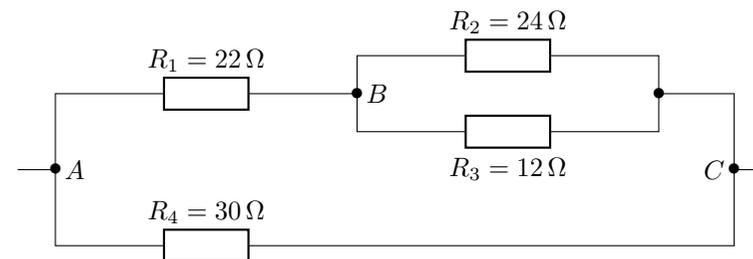
Notions générales

1 Associations de résistances

- Q1.** Déterminer, en fonction de R , la résistance équivalente des dipôles (a), (b) et (c) suivants :



- Q2.** Soit le montage suivant, dans lequel $U_{AC} = 30 \text{ V}$:

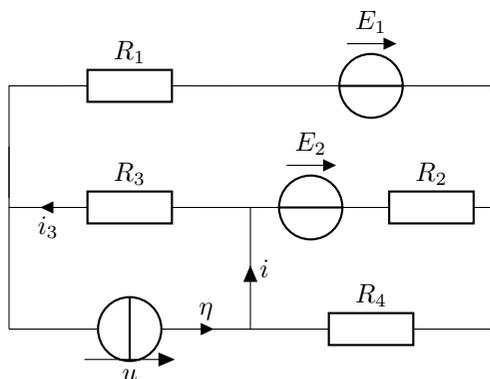


Déterminer :

- la résistance équivalente entre les nœuds A et C ;
- la valeur de la tension U_{BC} ;
- les intensités des courants dans chaque résistance ;
- la puissance dissipée par effet JOULE dans R_4 .

2 Analyse numérique d'un circuit

On considère le circuit ci-dessous, dans lequel η est l'intensité supposée connue délivrée par le générateur de courant :



- Q1.** Reproduire le circuit sur la copie et repérer les nœuds, les branches et les mailles.
- Q2.** a. Le conducteur ohmique de résistance R_3 et la source idéale de courant sont-ils en dérivation ? Justifier.
 b. Les conducteurs ohmiques de résistance R_3 et R_4 sont-ils en série ? Justifier.
- Q3.** Introduire, pour chaque dipôle, l'intensité du courant électrique et la différence de potentiels à leurs bornes en respectant les consignes suivantes :
- choix de la convention récepteur pour les conducteurs ohmiques et de la convention générateur pour les sources idéales ;
 - flèches tensions orientées dans le même sens que la force électromotrice pour les sources idéales de tension ;
 - intensité orientée dans le même sens que le courant électromoteur pour la source idéale de courant.
- Q4.** En utilisant la loi des nœuds, montrer qu'il suffit de déterminer les expressions de i et de i_3 pour connaître l'intensité du courant dans toutes les branches.
- Q5.** En utilisant la loi des mailles et les caractéristiques des dipôles, établir un système de trois équations à trois inconnues u , i et i_3 .
- Q6.** Résoudre ce système à l'aide d'un logiciel de calcul formel. On pourra, par exemple, utiliser la bibliothèque `sympy` de `PYTHON` en utilisant le squelette de code suivant :

```

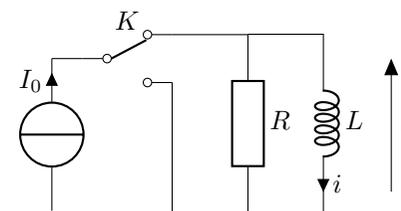
1 # -*- coding: utf-8 -*-
2
3 from sympy import symbols, solve, pprint
4
5 u, i, i3 = symbols('u i i3') # Inconnues
6 E1, E2, eta = symbols('E1 E2 eta') # Donnees
7 R1, R2, R3, R4 = symbols('R1 R2 R3 R4') # Donnees
8 sol=solve((EQUATION1_SANS_LE_SIGNE_EGAL,
9           EQUATION2_SANS_LE_SIGNE_EGAL,
10          EQUATION3_SANS_LE_SIGNE_EGAL),
11          u, i, i3)
12 pprint(sol)
    
```

Remarque : la fonction `solve(...)` prend en argument une équation de la forme $a * u + b * i + c * i_3 = 0$, sans écrire "= 0". Chaque équation est séparée par ",".

Circuits du premier ordre

3 Circuit RL

On considère le circuit ci-dessous. À $t = 0$, l'interrupteur K initialement en position basse, bascule en position haute. La bobine est supposée exempte de courant.



Le générateur représenté sur le circuit est un générateur de courant idéal délivrant un courant d'intensité I_0 quelque soit la tension à ses bornes.

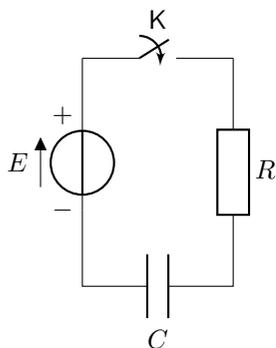
- Q1.** Déterminer l'équation différentielle vérifiée par l'intensité i traversant la bobine idéale d'inductance L .
- Q2.** En étudiant le portrait de phase $\frac{di(t)}{dt}$ en fonction de $i(t)$, prévoir l'évolution de i .
- Q3.** Déterminer l'équation horaire de i . En déduire l'équation horaire de la tension U .
- Q4.** Vérifier les résultats par une analyse aux limites.
- Q5.** Faire un bilan énergétique, entre l'instant initial et l'instant où le régime permanent est atteint (énergie fournie par le générateur, consommée par la résistance, stockée par la bobine).

Oscillateurs

4 Charge et décharge d'un condensateur

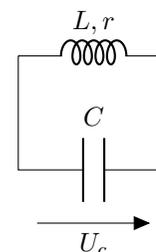
Dans cet exercice, on utilise un condensateur qu'on charge d'abord grâce à un générateur continu puis, une fois chargé, on le place aux bornes d'une bobine d'inductance L et de résistance r .

- Q1.** On réalise le circuit ci-dessous à l'aide d'une résistance R , d'un condensateur de capacité C initialement déchargé, d'un générateur de tension supposé idéal et de force électromotrice constante E et d'un interrupteur K .



À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur.

- Établir l'équation différentielle vérifiée par la charge q du condensateur.
 - Donner la solution de cette équation.
 - Préciser la valeur atteinte par cette charge en régime permanent.
- Q2.** On place ensuite ce condensateur chargé en série avec une bobine d'inductance L et de résistance r . Un oscilloscope permet de suivre l'évolution temporelle de U_c et fournit la courbe donnée en fin d'énoncé (échelle $1 \mu\text{s}/\text{div}$ et $0,5 \text{ V}/\text{div}$).

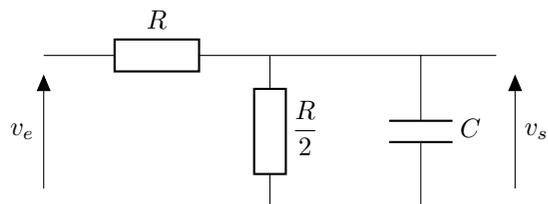


- Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension U_c aux bornes du condensateur.
- La courbe est-elle en accord avec l'équation différentielle obtenue? Déterminer l'expression de la pseudo-période puis la valeur numérique de la pseudo-période d'après la courbe. Faire de même pour le temps τ de décroissance exponentielle du signal.
- Sachant que $C = 0,1 \text{ nF}$, déduire de ce qui précède les valeurs de r , L et Q , facteur de qualité du circuit. Déterminer enfin la valeur maximale de la tension U_c et la valeur de la charge q que le condensateur avait accumulée lors de la première phase.

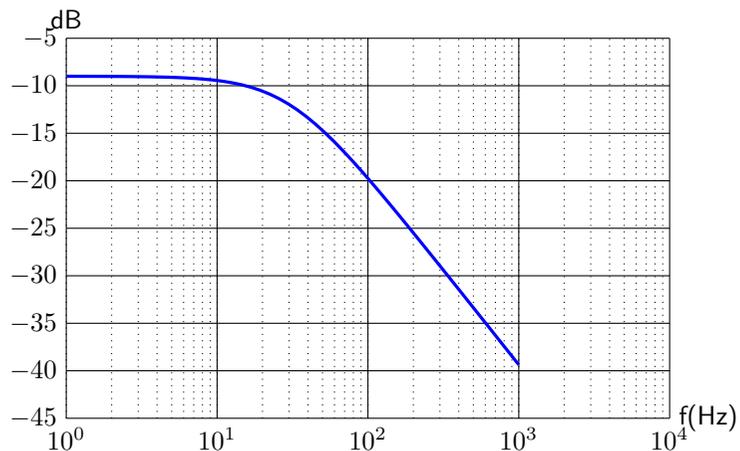
Filtres du premier et second ordre

5 Filtre inconnu du premier ordre

Soit le circuit suivant alimenté par une source de tension idéal de tension $e(t) = E\sqrt{2}\cos(\omega t)$.

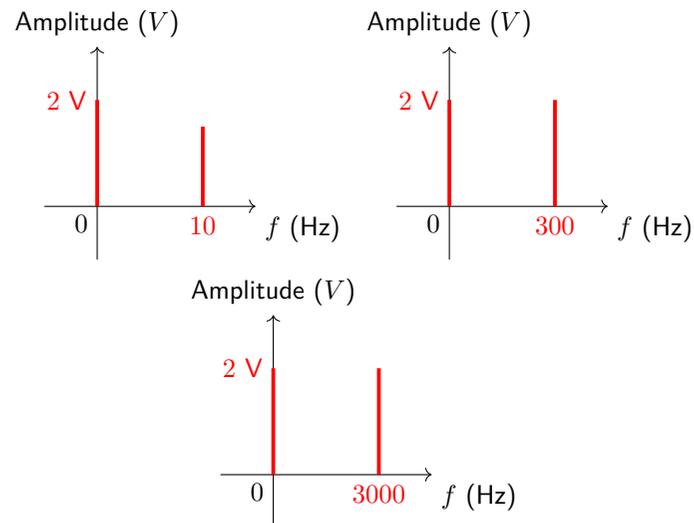


- Q1.** Étudier les comportements hautes et basses fréquences de ce filtre. Quelle est sa nature ?
- Q2.** Déterminer la fonction de transfert de ce filtre et l'écrire sous la forme $H = \frac{H_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$.
Que représentent H_0 et ω_0 ? Déterminer les pentes du diagramme asymptotique de BODE de ce filtre.
- Q3.** Déterminer le module et la phase de la fonction de transfert.
- Q4.** Le diagramme de BODE en gain représenté ci-dessous a été tracé en échelle semi-log en fonction de la fréquence.



- a. Justifier que ce diagramme correspond bien au comportement du filtre précédent.
- b. Déterminer la valeur de la fréquence de coupure de ce filtre.

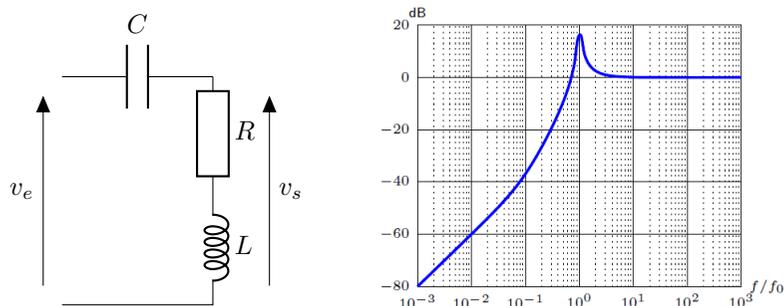
- Q5.** Déterminer la valeur de C sachant que $R = 1\text{ k}\Omega$.
- Q6.** On place maintenant successivement en entrée du filtre des signaux dont les spectres sont représentés ci-dessous.



Déterminer le spectre du signal de sortie associé à chaque signal d'entrée ainsi que l'allure du signal de sortie.

6 Filtre RLC

Soit le circuit *RLC* représenté ci-dessous. Son diagramme de BODE est représenté à côté.



- Q1.** Identifier, sans calculs et par analyse du circuit, la nature du filtre du montage.
Q2. Déterminer la fonction de transfert sous la forme

$$\underline{H} = \frac{\frac{jx}{Q} - x^2}{1 + \frac{jx}{Q} - x^2} \quad \text{avec} \quad x = \frac{\omega}{\omega_0}$$

Identifier la fréquence de résonance ω_0 et le facteur de qualité Q .

- Q3.** Soit le diagramme de BODE du filtre fourni en début d'énoncé. Expliquer les valeurs prises par la pente en haute et basse fréquence. Déterminer la valeur de Q .
Q4. On met un signal triangulaire en entrée. Pour le même signal d'entrée mais pour deux valeurs différentes de R , on obtient un signal carré très atténué puis un signal formé d'une succession d'impulsions. Expliquer.

Partie Thermodynamique

7 Mélange eau/glace dans un calorimètre

Dans un vase parfaitement calorifugé de capacité thermique $C = 120 \text{ J K}^{-1}$, on verse $m_1 = 200 \text{ g}$ d'eau de capacité thermique massique $c_e = 4185 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$. La température d'équilibre s'établit à $T_1 = 18^\circ\text{C}$.

On y introduit alors un cube de glace de masse $m_2 = 72 \text{ g}$ pris initialement à la température $T_2 = -10^\circ\text{C}$ et on agite jusqu'à obtention d'un nouvel équilibre thermique. La capacité thermique massique de la glace est $c_g = 2090 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$, et la chaleur latente de fusion est, à 0°C et sous la pression atmosphérique normale : $L_f = 333 \text{ kJ kg}^{-1}$.

- Q1.** Déterminer, lorsque l'équilibre est atteint, la température finale T_0 et les masses d'eau et de glace présentes dans le calorimètre.
Q2. Établir l'expression de la variation d'entropie, pour le système {eau liquide + glace + calorimètre}, consécutive à l'introduction de la glace.

Donnée : la variation d'entropie d'une phase condensée passant d'une température T_A à une température T_B s'écrit :

$$\Delta S = S_B - S_A = C \ln \left(\frac{T_B}{T_A} \right)$$

8

Rendement d'un cycle

De l'air assimilé à un gaz parfait, de coefficient isentropique $\gamma = 1,40$ décrit le cycle $ABCD$ suivant :

- les transformations AB et CD sont adiabatiques et réversibles ;
- les transformations BC et DA sont isothermes et réversibles.

On donne $T_B = 1431\text{ K}$; $P_D = 1,0\text{ bar}$; $T_D = 323\text{ K}$; $V_D = 2,40\text{ L}$ et le transfert thermique $Q_{BC} = 1,24\text{ kJ}$ reçu par l'air au cours de la transformation BC .

- Q1.** Calculer le nombre de moles d'air, les volumes V_A , V_B , V_C et les pressions P_A , P_B et P_C .
- Q2.** Tracer l'allure du cycle $ABCD$ dans un diagramme de CLAPEYRON et dans un diagramme entropique $T(S)$.
- Q3.** Calculer les travaux et les transferts thermiques reçus par le gaz au cours de chacune des évolutions AB , BC , CD et DA .
- Q4.** Calculer le travail W récupéré et le rendement ρ du moteur. Montrer que le rendement ρ ne dépend que de T_B et T_D .
- Q5.** Que devient le rendement si l'on a un cycle irréversible ?

9

Interruption du froid

Le congélateur d'une famille, rempli à 70% de sa capacité et ne contenant que des boissons aqueuses et des crudités, fonctionnant constamment à -23°C s'arrête soudainement suite à une panne d'électricité.

Données :

- Norme fixée par la DGCCRF pour la conservation des aliments dans un congélateur sans risque : -18°C ou moins
- Capacité thermique massique de la glace : $c = 2.1\text{ kJ kg}^{-1}\text{ K}^{-1}$
- Photographie et informations sur le congélateur de la famille (kWh/annum signifie "kWh consommés sur une année") :



- Q1.** Rappeler le principe de fonctionnement d'une machine frigorifique. Définir son efficacité ϵ en fonction des températures des sources froide (T_f) et chaude (T_c) en contact avec le fluide réfrigérant. En proposer une valeur maximale pour un congélateur usuel.
- Q2.** À l'aide des indications fournies, estimer :
- le volume d'aliment présent dans le congélateur ;
 - la puissance électrique consommée par celui-ci ;
 - la puissance thermique échangée entre le fluide réfrigérant et la source froide du congélateur.
- Q3.** Estimer la durée au bout de laquelle les aliments situés à l'intérieur pourraient être source d'intoxication alimentaire s'ils étaient consommés.

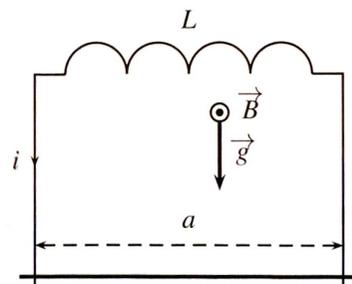
Partie Induction

10 Chute d'une tige

Une tige rectiligne de longueur a , de masse m et de résistance électrique R effectuant un mouvement de translation verticale tout en fermant un circuit électrique contenant une bobine d'inductance L . On confond la résistance totale du circuit avec R et son inductance totale avec L .

L'ensemble est plongé dans un champ magnétique $\vec{B} = B\vec{u}_x$ et un champ de pesanteur $\vec{g} = g\vec{u}_z$, uniformes et constants.

Le mouvement de la tige est sans frottements. Elle est abandonnée à $t = 0$ sans vitesse.



- Q1. Décrire qualitativement le mouvement de la tige. On justifiera soigneusement l'existence du courant $i(t)$ dans le circuit conducteur.
- Q2. Établir l'équation différentielle relative uniquement à l'intensité du courant traversant la tige.
- Q3. Dans l'hypothèse d'une résistance R nulle, calculer explicitement l'intensité i du courant puis la vitesse v en fonction du temps.
- Q4. Dans le cas d'une résistance « assez grande » (on précisera devant quelle grandeur R doit être grande), décrire qualitativement l'évolution du courant en traçant l'allure de l'intensité du courant $i(t)$. Quelles sont les valeurs de $i(t)$ et $v(t)$ en régime permanent ?

11 Sensations fortes : El Desafio

Le parc d'attraction *Isla Májica* de Séville (Espagne) propose une tour de chute libre de 68 mètres de hauteur : *El Desafio* (figure 1). La nacelle peut accueillir une trentaine d'amateurs de sensations fortes et est lâchée depuis le haut de la structure sans vitesse initiale. L'objectif de cet exercice est de vérifier si un freinage électromagnétique est envisageable pour cette attraction. On modélisera la nacelle par un tore à section rectangulaire

et la tour par un cylindre (figure 2). La nacelle renferme N boucles de cuivre circulaires identiques de rayon a , coaxiales d'axe (Oz) et de section s . Un dispositif intégré à la tour génère un champ magnétostatique radial $\vec{B} = B_0\vec{e}_r$ quand la nacelle a chuté de 40 mètres et a atteint une vitesse $v_0 = 28 \text{ m s}^{-1}$. On néglige tout frottement.

Données :

- Masse de la nacelle et des passagers : $m = 4$ tonnes ;
- Rayons des boucles de cuivre : $a = 3 \text{ m}$;
- Section des boucles de cuivre : $s = 2 \times 10^{-6} \text{ m}^2$
- Conductivité électrique du cuivre : $\gamma = 6 \times 10^7 \text{ S m}^{-1}$
- Accélération de la pesanteur terrestre : $g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$
- Champ magnétique : $B_0 = 0,1 \text{ T}$
- Température de fusion du cuivre : $T_{\text{fus}} = 1358 \text{ K}$
- $h = 150 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ le coefficient de transfert conducto-convectif à l'interface cuivre/air, en air stable (sans convection forcée).



FIGURE 1 – El Desafio

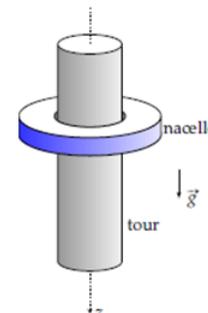


FIGURE 2 – Modélisation

Q1. Physique du freinage

- Justifier l'existence d'un courant $i(t)$ dans les boucles de cuivre. Faire le bilan des actions mécaniques extérieures expliquant alors le freinage de la nacelle.
- Celle-ci peut-elle être arrêtée par ce seul dispositif ?
- Combien de temps dure la chute libre avant le début du freinage ?

Q2. Le Cahier des charges est le suivant : on souhaite une décélération maximale de l'ordre de $5g$ (où g est la norme du champ de pesanteur).

- Montrer que l'expression de la puissance développée par les forces de Laplace s'écrit : $\mathcal{P}_L = -2\pi NaB_0i(t)v(t)$.
- Le couplage électromécanique étant supposé parfait, relier simplement les puissances mécanique et électrique mises en jeu. En déduire une expression de l'intensité $i(t)$.
- On assimile la résistance électrique des N spires à celle d'un cylindre de section s et dont la longueur est celle des N spires. Cette résistance s'écrit alors $R = N \frac{2\pi a}{\gamma s}$. Combien de boucles de cuivre la nacelle doit-elle contenir pour réaliser le cahier des charges ?

Indication : on commencera par montrer que l'équation différentielle portant sur la fonction $v(t)$ s'écrit $\frac{dv}{dt}(t) + \frac{v}{\tau} = g$ avec $\tau = \frac{mR}{(2\pi NaB_0)^2}$

Q3. Quelle est la vitesse de la nacelle après une seconde de freinage ? Quelle est alors la distance parcourue depuis le déclenchement du freinage ?

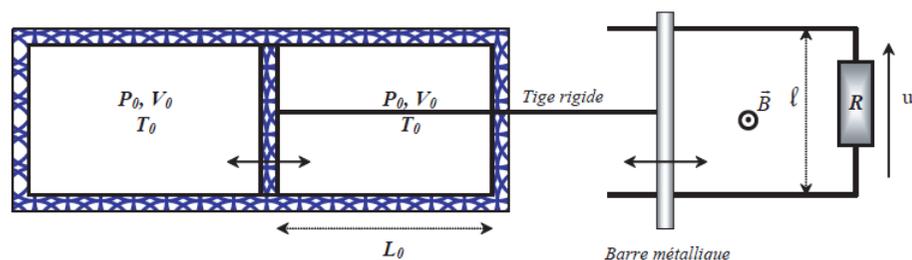
Q4. La puissance dissipée grâce à la circulation d'air autour des câbles (transfert thermique par convection) s'écrit $\mathcal{P}_{\text{conv}} = hS_{\text{lat}}(T - T_{\text{air}})$, avec T la température des câbles de cuivre, T_{air} celle de l'air environnant et S_{lat} la surface latérale des boucles de cuivre cylindriques. On admet qu'en présence de convection forcée, la valeur du coefficient de transfert conducto-convectif est jusqu'à 10 fois celle en air stable.

- Quel phénomène est à l'origine d'un échauffement des câbles? Déterminer la valeur de la puissance dissipée par celui-ci.
- En supposant que l'échauffement est limité grâce au phénomène de convection, en déduire une condition sur h qui permet aux fils de ne pas fondre. Où proposez-vous de fixer les N boucles de cuivre?

12

Mesure du γ d'un gaz parfait par "induction"

Un cylindre de longueur $2L_0$ correctement isolé thermiquement est séparé en deux compartiments, par un piston adiabatique, de section S , mobile relié à une barre métallique de résistance négligeable par une tige indéformable (aucune fuite significative n'est observée par l'orifice pratiqué dans la paroi de droite). La barre métallique coulisse sur des rails métalliques reliés à une résistance R fermant le circuit. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique uniforme perpendiculaire au plan du circuit. On note ℓ la longueur de la barre située entre les rails et m la masse de l'ensemble (piston-tige-barre métallique). On supposera enfin que tous les mouvements s'effectuent sans frottements notables. Les deux compartiments contiennent une même quantité d'un gaz parfait caractérisé par $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$.



Q1. Quand le piston est au milieu du cylindre, les deux gaz sont dans le même état décrit par (P_0, V_0, T_0) . À partir de cette situation, on écarte légèrement le piston de x_0 par rapport à sa position d'équilibre et on le lâche sans vitesse initiale alors que le circuit électrique est au repos.

- Prédire qualitativement les phénomènes observés ensuite.

- En supposant réversibles les évolutions des gaz, montrer que l'équation différentielle vérifiée par la position du piston pour $t > 0$ s'écrit, dans l'hypothèse de petits déplacements :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{(B\ell)^2}{mR} \frac{dx}{dt} + \frac{2\gamma P_0 S}{mL_0} x(t) = 0$$

Q2. On conçoit le montage avec $P_0 = 1.0$ bar, $T_0 = 300$ K, $L_0 = 1.0$ m, $R = 100 \Omega$, $\ell = 10$ cm, $B = 10$ mT, $m = 1.0$ kg et $S = 100$ cm² et on initie le mouvement avec $x_0 = 1.0$ cm.

- Dans le cas où les gaz seraient de l'air, déterminer l'expression théorique de la tension observée aux bornes de R ainsi que les valeurs de ses grandeurs caractéristiques pour $t > 0$.
- Cette tension est-elle facilement visualisable avec un oscilloscope d'usage en travaux pratiques?

Q3. De façon générale, expliquer comment mesurer, avec cette méthode, le coefficient γ d'un gaz.

Q4. Discuter la validité de l'approximation des transformations réversibles.