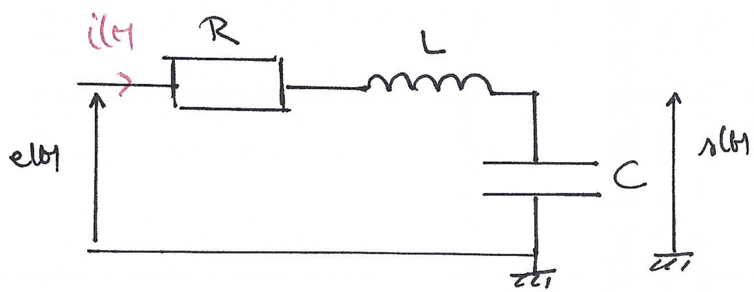
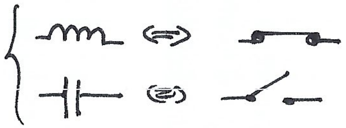
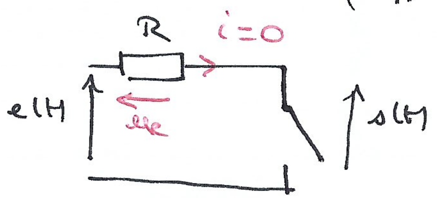
Comportement électrocinétique d'un microphone de guitare électrique (Centrale TPI, 2024).



q1 - * À basses fréquences :



Donc :

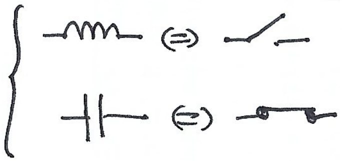


$u_R(t) + s(t) = e(t)$

$\Rightarrow Ri(t) + s(t) = e(t)$.

Or $i(t) = 0$ donc $s(t) = e(t) \neq 0$

* À hautes fréquences :



On en déduit $s(t) = 0$. Le filtre est donc un filtre passe-bas.

q2- Relation du pont diviseur de tension (RSF de pulsation ω) :

$$\underline{s} = \frac{\underline{Z_C}}{\underline{Z_C} + \underline{Z_L} + \underline{Z_R}}\,\underline{e}$$

$$\Rightarrow \underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{s}}{\underline{e}} = \frac{1}{1 + jC\omega \times jL\omega + jRC\omega}$$

$$\Rightarrow \boxed{\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + jRC\omega + (j\omega)^2 LC}}.$$

Les coefficients au dénominateur de $\underline{H}$ sont de même signe : le système est stable.

q3- Par identification :

$$\begin{cases} \boxed{H_0 = 1} \\ \dfrac{1}{\omega_0^2} = LC \Rightarrow \boxed{\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}}. \\ \dfrac{1}{Q\omega_0} = RC \Rightarrow \boxed{Q = \dfrac{1}{\omega_0 RC} = \dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}}}. \end{cases}$$

q4- On observe une résonance dès que le gain est maximal :

$$G = |\underline{H}| = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{Q\omega_0}\right)^2}}$$

Or $\dfrac{dG}{d\omega} = 0 \Rightarrow -\dfrac{1}{2} \times \dfrac{2\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) \times \left(-\frac{2\omega}{\omega_0^2}\right) + 2\left(\frac{\omega}{Q\omega_0}\right) \times \frac{1}{Q\omega_0}}{\left(\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{Q\omega_0}\right)^2\right)^{3/2}} = 0$

Le dénominateur ne pouvant s'annuler, il vient :

$$-\frac{4\cancel{\omega}}{\cancel{\omega_0^2}}\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) + \frac{2\cancel{\omega}}{(Q\cancel{\omega_0})^2} = 0$$

$$\Rightarrow -4\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) + \frac{2}{Q^2} = 0$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} = \frac{1}{2Q^2} \Rightarrow \omega^2 = \omega_0^2\left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right).$$

Or $\omega^2 > 0 \Rightarrow 1 - \frac{1}{2Q^2} > 0 \Rightarrow \boxed{Q > \frac{1}{\sqrt{2}}}$ (ou $Q < -\frac{1}{\sqrt{2}}$, mais $Q>0$)

On en déduit, comme $\omega_r > 0$:

$$\boxed{\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}}.$$

Rq : on peut aussi calculer ω t.q. le dénominateur de G soit minimal.

Q5- Analyse asymptotique du gain en décibel $G_{dB} = 20\log(|\underline{H}|)$:

- Pour $\omega \ll \omega_0$: $\underline{H} \simeq 1 \Rightarrow G_{dB} = 0$;
- Pour $\omega \gg \omega_0$: $\underline{H} \simeq \frac{1}{\left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \Rightarrow G_{dB} = 20\log\left(\frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right)$

$$= 20\log(\omega_0^2) - 40\log(\omega)$$

On observe une pente décroissante de -40 dB / décades

- Pour $\omega = \omega_0$: $\underline{H}(\omega_0) = \frac{H_0 Q}{j} \Rightarrow G_{dB} = 20\log(H_0 Q) = 20\log(Q)$

car $H_0 = 1$.

- Pour $\omega = \omega_r$: $\frac{\omega_r^2}{\omega_0^2} = 1 - \frac{1}{2Q^2}$

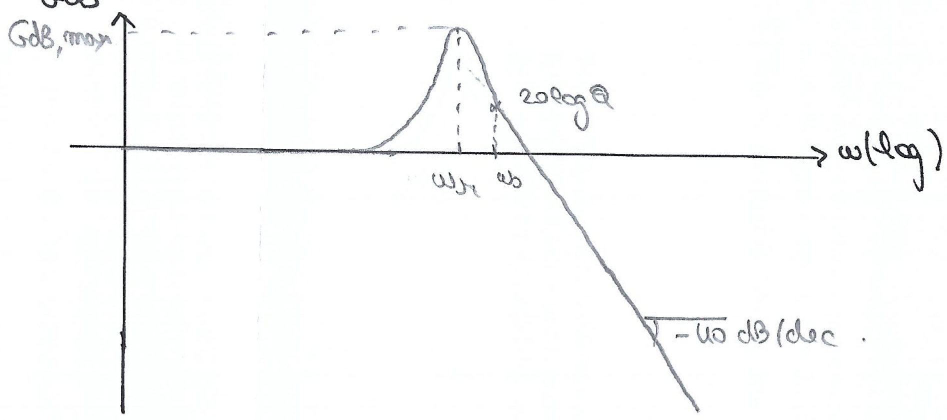
Donc $|\underline{H}| = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right)\right)^2 + \frac{1}{Q^2} \times \left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right)}}$

$$\Rightarrow |\underline{H}| = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4Q^4} + \frac{1}{Q^2} - \frac{1}{2Q^4}}} = \frac{1}{\frac{1}{Q}\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}}$$

$$\Rightarrow \underline{H} = \frac{2Q^2}{\sqrt{4Q^2 - 1}} \Rightarrow G_{dB} = 20\log\left(\frac{2Q^2}{\sqrt{4Q^2-1}}\right) = G_{dB,max}$$

$(> 20\log(Q).)$

Allure du diagramme de Bode en gain pour $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$:



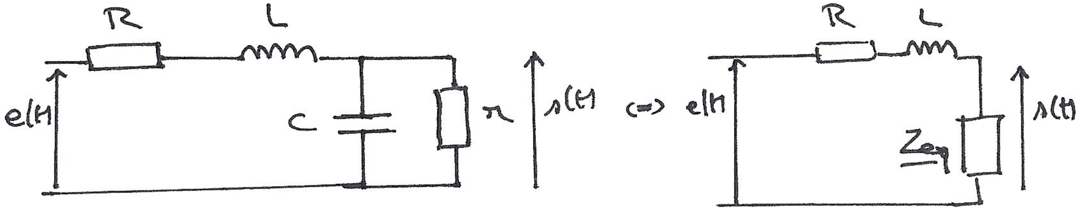
Q6- Pour tracer un diagramme de Bode expérimentalement il faut mesurer :

- l'amplitude de la tension d'entrée du système, fournie par un GBF, notée E ;
- l'amplitude de la tension de sortie, notée S ;
- la fréquence du signal d'entrée.

Les amplitudes peuvent être mesurées au voltmètre (amplitudes efficaces) ou par un oscilloscope numérique (qui peut également mesurer la fréquence du signal d'entrée et le déphasage entrée / sortie). Le rapport $20\log\left(\frac{S}{E}\right)$ peut ensuite être représenté en fonction de la fréquence.

Q7- Contrairement à la différence de potentiels s(t) qui peut être mesurée en sortie de micro, la différence de potentiels e(t) est inaccessible. Ainsi nous ne pourrons par accéder expérimentalement au diagramme de Bode du micro (rappel : e(t) issu d'un phénomène d'induction, cf intro.)

q8 - Nouveau schéma électrique :



avec $\frac{1}{\underline{Z}_{eq}} = \frac{1}{\underline{Z}_C} + \frac{1}{\underline{Z}_r} = jC\omega + \frac{1}{r} \Rightarrow \boxed{\underline{Z}_{eq} = \frac{r}{1+jrC\omega}}$

Par un pont diviseur de tension : $\underline{s} = \frac{\underline{Z}_{eq}}{R+jL\omega+\underline{Z}_{eq}}\,\underline{e}$

$$\Rightarrow \underline{H} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}} = \frac{r}{(1+jrC\omega)(R+jL\omega)+r} = \frac{r}{r+R+j\omega(L+rRC)+(j\omega)^2 rCL}$$

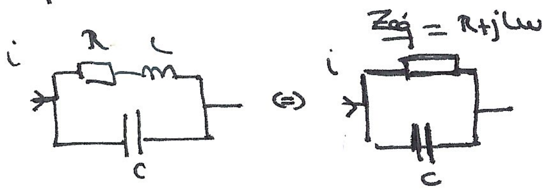
$$\Rightarrow \underline{H} = \frac{r/r+R}{1+j\omega\left(\frac{L+rRC}{r+R}\right)+(j\omega)^2 \cdot \frac{r}{r+R}LC}$$

Le nouveau gain statique est $G(\omega=0) = |\underline{H}(\omega=0)| = \frac{r}{r+R}$.

Rq : on retrouve $\underline{H}$ de q2 en posant $r \to +\infty$

. Le potentiomètre permet d'augmenter le gain du dispositif donc l'intensité du son en sortie de micro aux valeurs désirées (. les fréquences caractéristiques sont cependant aussi modifiées par r).

q9 - A partir de la figure 2 gauche :



donc $\frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R+jL\omega} + jC\omega$

$$\Rightarrow \boxed{\underline{Z} = \frac{R+jL\omega}{1+jRC\omega+(j\omega)^2 LC}}.$$

q10 - r et $\underline{Z}$ sont en série, donc traversés par le même courant i(t). On en déduit :

$$\underline{i} = \frac{\underline{u}_r}{r} = \frac{\underline{u}_Z}{\underline{Z}} \Rightarrow \boxed{\underline{Z} = r\frac{\underline{u}_Z}{\underline{u}_r}}$$

q11 - Pour $\omega \ll \omega_0$ (avec $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$) : $\underline{Z} \simeq \frac{R}{1} = R$

Ainsi $\left|\frac{\underline{u}_Z}{\underline{u}_r}\right| = \frac{R}{r} \Rightarrow R = r\left|\frac{\underline{u}_Z}{\underline{u}_r}\right|$ avec $r = 10\,k\Omega$.

- Fender : $\left|\frac{\underline{u}_Z}{\underline{u}_r}\right| = 1,5$ (lecture graphique pour $\omega \to 0$)

donc $R = 10 \times 1,5 = 15\,k\Omega$.

- Dynasonic : $\left|\frac{\underline{u}_Z}{\underline{u}_r}\right| = 0,7 \Rightarrow R = 7\,k\Omega$.

q12 - Si $\underline{Z}$ est dominé par R et L, les termes $jRC\omega$ et $(j\omega)^2LC$ sont négligeables devant 1. Ainsi :

$$\underline{Z} \simeq R + jL\omega$$

$$\Rightarrow R + jL\omega \simeq r\frac{\underline{u}_Z}{\underline{u}_r}$$

$$\Rightarrow \sqrt{R^2+(L\omega)^2} \simeq r\left|\frac{\underline{u}_Z}{\underline{u}_r}\right| \Rightarrow L^2 \simeq \left(r^2\left|\frac{\underline{u}_Z}{\underline{u}_r}\right|^2 - R^2\right)\times\frac{1}{\omega^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{L \simeq \frac{1}{\omega}\sqrt{r^2\left|\frac{u_Z}{u_R}\right|^2 - R^2}}$$

- Lecture graphique pour $f = 1$ kHz (i.e., $\omega = 2\pi f \simeq 6{,}3 \times 10^3\ \mathrm{rad.s^{-1}}$)

micro	$\left\lvert\frac{u_Z}{u_R}\right\rvert$	R (kΩ)	L (H)
Fender	6	15	9,2
Dymasonic	1,5	7	2,1

q13- . $\underline{Z} = R \times \dfrac{1 + j\frac{L}{R}\omega}{1 + jRC\omega + (j\omega)^2 LC}$, même forme donnée dans

Inutile

l'énoncé en posant $\dfrac{Q}{\omega_0} = \dfrac{L}{R}$, $\dfrac{1}{Q\omega_0} = RC$ et $\boxed{\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}}$.

donc $\boxed{Q = \dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}}}$.

- Pour $Q \gg 1$ et $\omega \simeq \omega_0$: $Q\dfrac{\omega}{\omega_0} \gg 1$, $\dfrac{\omega}{Q\omega_0} \ll 1$ donc

$$\underline{Z} \simeq R \times \frac{jQ\frac{\omega}{\omega_0}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}} = \frac{jL\omega}{1 - LC\omega^2}. \text{ Ainsi :}$$

$$|\underline{Z}| = \frac{L\omega}{1 - LC\omega^2} = r\left|\frac{u_Z}{u_R}\right|$$

On remarque $\left|\dfrac{u_Z}{u_R}\right|$ diverge lorsque $\omega = \omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$.

Inutile mais justifie $|\underline{Z}|(\omega_0)$ fini.

En considérant le terme $j\dfrac{\omega}{Q\omega_0}$ non négligeable devant 1 et $\left(1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) = \left(1 + \dfrac{\omega}{\omega_0}\right)\left(1 - \dfrac{\omega}{\omega_0}\right) \simeq 2\left(1 + \dfrac{\omega}{\omega_0}\right)$, il vient $\underline{Z} \simeq R\dfrac{jQ}{2\left(1 - \frac{\omega}{\omega_0}\right) + \frac{j}{Q}}$ $(\omega \simeq \omega_0)$

$$\Rightarrow \underline{Z} = \frac{jRQ^2}{2Q\left(1 - \frac{\omega}{\omega_0}\right) + j} \text{ donc } |\underline{Z}| = \frac{RQ^2}{\sqrt{4Q^2\left(1 - \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + 1}} \xrightarrow[\omega = \omega_0]{} RQ^2 \text{ fini et } |\underline{Z}| \text{ maximal.}$$

- Fender : $f_0 = 3 \times 10^3$ Hz $\Rightarrow C = \dfrac{1}{4\pi^2 L f_0^2}$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{4\pi^2 \times 9{,}2 \times (3 \times 10^3)^2} \simeq 3 \times 10^{-10}\ \mathrm{F}$$

- Dymasonic : $f_0 = 2{,}5 \times 10^4$ Hz

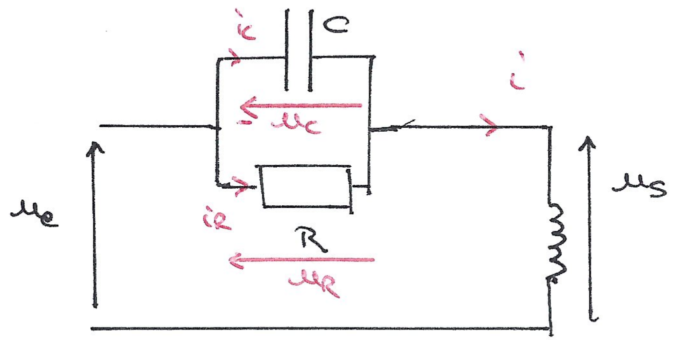
$$\Rightarrow C = \frac{1}{4\pi^2 \times 2{,}1 \times (2{,}5 \times 10^4)^2} \simeq 1{,}9 \times 10^{-11}\ \mathrm{F}$$

q14- On rappelle que l'oreille humaine entend les sons de fréquence comprise entre 20 Hz et 20 kHz. Or dans cette bande de fréquence :

- le micro Fender présente une résonance vers 3×10^3 Hz avec un facteur d'amplification de la tension aux bornes du micro supérieur à 100. Le gain diminue alors jusqu'à 2 pour $f = 20$ kHz,
- Le micro Dynasonic présente une résonance au-delà du seuil d'audition humaine. Entre 20 Hz et 20 kHz, son gain évolue de 0,7 à environ 40 pour $f_0 = 20$ kHz. Il n'y a qu'entre 7 et 20 kHz que son gain est supérieur au micro Fender. Cependant, à 3 kHz, son gain n'est que de quelques unités.

La sensibilité de l'oreille humaine est telle que les fréquences élevées des micro Dynasonic ne seront que peu entendues : seules les basses fréquences, donc les sons graves, le seront. Le micro Fender sonne donc plus aigu que le Dynasonic.

Analyse d'un circuit du second ordre (IESSA 2024)



q1- D'après la loi des mailles : $u_s(t) + u_C(t) = u_e(t)$

Par continuité de la tension aux bornes du condensateur :

$$u_C(0^-) = u_C(0^+) = 0 .$$

Ainsi : $\boxed{u_s(0^+) = u_e(0^+) = E}$ → Réponse B

q2- On dérive l'expression $u_s(t) + u_C(t) = u_e(t) = E$ pour $t \geq 0$:

$$\frac{du_s}{dt}(t) + \frac{du_C}{dt}(t) = 0 .$$

Or $\dfrac{du_C}{dt}(t) = \dfrac{i_C(t)}{C}$ et $i_C(t) + i_R(t) = i(t)$. Par continuité de l'intensité traversant la bobine : $i(0^-) = i(0^+) = 0$.

De plus, $u_R(0^+) = u_C(0^+) = 0$ (cf q1), donc selon la loi d'Ohm : $i_R(0^+) = 0$. On en déduit : $i_C(0^+) + i_R(0^+) = i(0^+)$

$\Rightarrow i_C(0^+) = 0$.

Ainsi : $\dfrac{du_s}{dt}(0^+) + \dfrac{i_C(0^+)}{C} = 0 \Rightarrow \boxed{\dfrac{du_s}{dt}(0^+) = 0}$ → Réponse A

q3- Au bout d'un temps suffisamment long, le régime permanent est atteint : le condensateur chargé se comporte comme un interrupteur ouvert et la bobine comme un fil, donc $\lim_{t \to +\infty} u_s(t) = 0$ → Réponse A.

q4-

$$\begin{cases} u_s(t) + u_C(t) = u_e(t) & (1) \\ i(t) = i_C(t) + i_R(t) & (2) \\ u_R(t) = R\, i_R(t) \quad \text{et} \quad u_R(t) = u_C(t) & (3) \\ i_C(t) = C \dfrac{du_C}{dt}(t). & (4) \\ u_s(t) = L \dfrac{di}{dt}(t) & (5) \end{cases}$$

$\dfrac{d}{dt}(1)$ et (4) : $\dfrac{du_s}{dt}(t) + \dfrac{i_C(t)}{C} = \dfrac{du_e}{dt}(t)$

(2) : $\dfrac{du_s}{dt}(t) + \dfrac{i(t)}{C} - \dfrac{i_R(t)}{C} = \dfrac{du_e}{dt}(t)$

$$\Rightarrow \frac{d^2u_s}{dt^2}(t) + \frac{1}{C}\frac{di}{dt}(t) - \frac{1}{C}\frac{di_R}{dt}(t) = \frac{d^2u_e}{dt^2}(t)$$

$$(5) \Rightarrow \frac{d^2u_s}{dt^2}(t) + \frac{u_s(t)}{LC} - \frac{1}{RC}\frac{du_R}{dt}(t) = \frac{d^2u_e}{dt^2}(t)$$

Or $u_R(t) = u_C(t) = u_e(t) - u_s(t)$, donc :

$$\boxed{\frac{d^2u_s}{dt^2}(t) + \frac{u_s(t)}{LC} + \frac{1}{RC}\frac{du_s}{dt}(t) = \frac{d^2u_e}{dt^2}(t) + \frac{1}{RC}\frac{du_e}{dt}(t)}.$$

On identifie $\omega_0^2 = \dfrac{1}{LC} \Rightarrow \omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ → Réponse B.

95- $\frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{RC} \Rightarrow \boxed{Q = \omega_0 RC = R\sqrt{\frac{C}{L}}}$

→ Réponse C

96- $A = 0$ → Réponse A

97- $B = \frac{1}{RC}$ → Réponse D

98- $D = 1$ → Réponse A

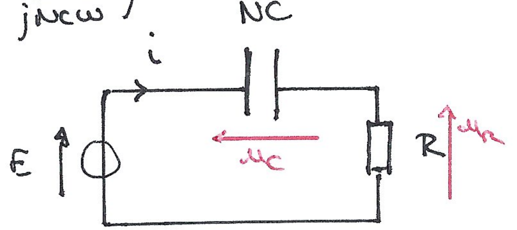
Électrocinétique des régimes transitoires (ENAC 2024)

q1- Chaque condensateur contient l'énergie $\mathcal{E}_c = \frac{1}{2} C U_0^2$, donc l'ensemble des condensateurs contient $\mathcal{E}_e = N \mathcal{E}_c$ soit

$$\boxed{\mathcal{E}_e = \frac{N}{2} C U_0^2} \longrightarrow \text{Réponse (A)}$$

q2- L'ensemble des N condensateurs en parallèle est équivalent à un seul condensateur de capacité NC.

(Démo : en RSF de pulsation ω : $\frac{1}{\underline{Z}_{eq}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{\underline{Z}_{c,i}} = \sum_{i=1}^{N} jC_i\omega$ et les condensateurs étant identiques, $C_i = C$ d'où $\frac{1}{\underline{Z}_{eq}} = jNC\omega$ et $\underline{Z}_{eq} = \frac{1}{jNC\omega}$).



$u_R(t) + u_C(t) = E$

$\Rightarrow R i(t) + u_C(t) = E$

$\left(\Rightarrow R \frac{di}{dt} + \frac{du_C}{dt} = 0\right)$

Or $i(t) = NC \frac{du_C}{dt}(t)$ donc $RNC \frac{du_C}{dt}(t) + u_C(t) = E$.

$$\Rightarrow \boxed{\frac{du_C}{dt}(t) + \frac{1}{NRC} u_C(t) = \frac{E}{NRC}}.$$

On pose $\tau = NRC$: $\frac{du_C}{dt}(t) + \frac{1}{\tau} u_C(t) = \frac{E}{\tau}$ → Réponse (C)

q3- Résolution : $u_C(t) = Ae^{-t/\tau} + E$. (A : constante $\mathbb{R}$)

Par continuité de la tension aux bornes des condensateurs :

$u_C(0^-) = u_C(0^+) = U_0$ donc $A + E = U_0 \Rightarrow \underline{A = U_0 - E}$.

Ainsi : $\boxed{u_C(t) = (U_0 - E)e^{-t/\tau} + E}$ → Réponse (D)

~~q4- Pour le condensateur "k" : $i_k(t) = C \frac{du_C}{dt}(t)$~~

~~donc $i_k(t) = -\frac{C}{\tau}(U_0 - E)e^{-t/\tau} = -\frac{1}{NR}(U_0 - E)e^{-t/\tau}$~~

q4- On sait que $i_k(t) = C \frac{du_C}{dt}(t)$. Or $\frac{du_C}{dt}(t) + \frac{1}{\tau} u_C(t) = \frac{E}{\tau}$

donc $\frac{d^2u_C}{dt^2}(t) + \frac{1}{\tau} \frac{du_C}{dt}(t) = 0$. Ainsi :

$$\frac{1}{C} \frac{di_k}{dt}(t) + \frac{1}{C\tau} i_k(t) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{di_k}{dt}(t) + \frac{1}{\tau} i_k(t) = 0} \to \text{Réponse (A)}$$

(avec $\tau' = \tau = NRC$).

q5- Comme $u_C(0^+) = u_C(0^-) = U_0$, la loi des mailles donne :

$$u_R(0^+) + u_C(0^+) = E$$

$$\Rightarrow \boxed{i(0^+) = \frac{E - U_0}{R}} \longrightarrow \text{Réponse (C)}$$

q6- Résolution : $i_k(t) = Be^{-t/\tau}$ avec B : cste $\mathbb{R}$.

Or $i(0) = B = \frac{E - U_0}{R}$, donc $i_k(t) = \frac{E - U_0}{NR} e^{-t/\tau}$ → Réponse (B)

car $i_k(t) = \frac{i(t)}{N}$ donc $i_k(0) = \frac{i(0)}{N} = \frac{E - U_0}{NR}$.

Document-réponse

Exercice II - Analyse d'un circuit du second ordre

Q1.	A) ☐	B) ☒	C) ☐	D) ☐	E) ☐
Q2.	A) ☒	B) ☐	C) ☐	D) ☐	E) ☐
Q3.	A) ☒	B) ☐	C) ☐	D) ☐	E) ☐
Q4.	A) ☐	B) ☒	C) ☐	D) ☐	E) ☐
Q5.	A) ☐	B) ☐	C) ☒	D) ☐	E) ☐
Q6.	A) ☒	B) ☐	C) ☐	D) ☐	E) ☐
Q7.	A) ☐	B) ☐	C) ☐	D) ☒	E) ☐
Q8.	A) ☒	B) ☐	C) ☐	D) ☐	E) ☐

Exercice III - Electrocinétique des régimes transitoires

Q1.	A) ☒	B) ☐	C) ☐	D) ☐	E) ☐
Q2.	A) ☐	B) ☐	C) ☒	D) ☐	E) ☐
Q3.	A) ☐	B) ☐	C) ☐	D) ☒	E) ☐
Q4.	A) ☒	B) ☐	C) ☐	D) ☐	E) ☐
Q5.	A) ☐	B) ☐	C) ☒	D) ☐	E) ☐
Q6.	A) ☐	B) ☒	C) ☐	D) ☐	E) ☐