

# Oscillateur Hartley

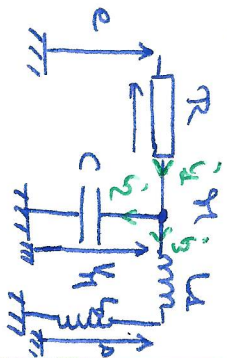
Hypothèse : signal  $e(t)$  sinusoidal, pulsation  $\omega$ .  
 Q1 - La condition d'oscillation des deux bobines est la même. En appliquant la relation des pont diviseurs de tension, on peut écrire :

$$\frac{A}{Z_{L2} + Z_{L1}} V_M$$

avec  $L_2 = L_1 = L$ .

Ainsi :

$$\frac{A}{2} = \frac{V_M}{2}$$



En effectuant une loi des mailles en termes de potentiels au point M :

$$\frac{e - V_M}{R} = j\omega V_M + \frac{A}{j\omega}$$

$$\Leftrightarrow e = (jR\omega + 1) \cdot V_M + \frac{R}{j\omega} A$$

soit, avec  $V_M = z_2$  :

$$e = z_2 \left[ 2(jR\omega + 1) + \frac{R}{j\omega} \right]$$

$$\Leftrightarrow H = \frac{z_2}{e} = \frac{1}{2jR\omega + 2 + \frac{R}{j\omega}}$$

$$\Leftrightarrow H = \frac{1/2}{1 + jR\omega + \frac{R}{j\omega}}$$

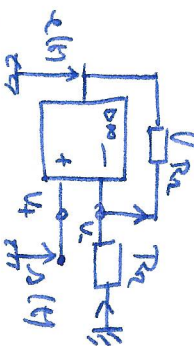
On peut donc écrire :

$$H(f) = \frac{1/2}{1 + jRf + \frac{R}{2f}}$$

$$\Leftrightarrow H(f) = \frac{1/2 f}{1 + f \times \frac{R}{2} + f^2 \times 2R}$$

Q2 - La fonction de transfert du montage à ATI est, en supposant l'ATI idéal :

$$A(f) = \frac{E(f)}{S(f)}$$



On a :  $E = V^+ - V^- = 0 \Rightarrow V^+ = V^-$   
 et  $\boxed{V^+ = 0}$ ,  $\frac{V^- - e}{R_1} = \frac{-V^-}{R_2} \Leftrightarrow \boxed{V^- = \frac{R_2}{R_1 + R_2} e}$

Donc :  $E(f) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) S(f)$

et  $\boxed{A(f) = 1 + \frac{R_2}{R_1}}$

Le montage oscille dès que le système est instable, donc une fois la critique de BARKHAUSEN respectée :

$$A_0 \cdot H_0 = 1$$

soit :  $A_0 = 1 + \frac{R_2}{R_1}$  et  $H_0 = \frac{1}{2}$ , donc :

$$\Leftrightarrow A_0 \cdot H_0 = 1$$

$$\Leftrightarrow \boxed{R_2 = R_1}$$

Technique 1 : attention à l'oscillation sinusoidale.

TC Methode 2:

On peut également passer par l'équation différentielle régissant l'évolution de  $i(t)$  ; à partir de  $H(\omega)$  :

RLC  $\frac{d^2 i(t)}{dt^2} + \frac{2L}{R} \frac{di(t)}{dt} + i(t) = \frac{1}{R} \frac{de(t)}{dt}$

Or  $e(t) = (1 + \frac{R_2}{R_1}) u(t)$ , donc :

RLC  $\frac{d^2 i(t)}{dt^2} + \left[ \frac{2L}{R} - \frac{L}{R} \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \right] \frac{di(t)}{dt} + i(t) = 0$

Le système est amorti dès que  $\frac{2L}{R} - \frac{L}{R} \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) < 0$ ,

soit :

$2 \frac{L}{R} < \frac{L}{R} \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$

$(\Rightarrow) \boxed{R_1 > R_2}$  → système sur-amorti.

q3 - On obtient des oscillations sinusoïdales dès que  $i(t)$  s'écrit d'une équation d'un cos à phase arbitraire :

$\frac{d^2 i(t)}{dt^2} + \omega_{osc}^2 i(t) = 0$

Soit dès que  $\boxed{R_1 = R_2}$ . On a alors  $\omega_{osc} = \frac{1}{\sqrt{2LC}}$ .

q4 - L'équation différentielle sur  $e(t)$  est :

RLC  $\frac{d^2 e(t)}{dt^2} + \frac{2L}{R} \frac{de(t)}{dt} + e(t) = \frac{1}{R} \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \frac{de(t)}{dt}$

$(\Rightarrow) \frac{d^2 e(t)}{dt^2} + \frac{1}{RC} \left[ 1 - \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \right] \frac{de(t)}{dt} + \frac{1}{2LC} e(t) = 0$

$(\Rightarrow) \frac{d^2 e(t)}{dt^2} + \frac{1}{2RC} \left( 1 - \frac{R_2}{R_1} \right) \frac{de(t)}{dt} + \frac{1}{2LC} e(t) = 0$

INITICE

Cette équation est de la forme : 0492

$\frac{d^2 e(t)}{dt^2} + \frac{\omega_{osc}}{Q} \frac{de(t)}{dt} + \omega_{osc}^2 e(t) = 0$

avec  $\omega_{osc} = \frac{1}{\sqrt{2LC}}$  et  $Q = \frac{\omega_{osc}}{\frac{1}{2RC} \left( 1 - \frac{R_2}{R_1} \right)}$ .

Pour obtenir des oscillations sinusoïdales, il faut

$R_2 = R_1 \Rightarrow \boxed{\frac{d^2 e(t)}{dt^2} + \omega_{osc}^2 e(t) = 0}$

Ainsi :  $e(t) = e_0 \cos(\omega_{osc} \cdot t + \varphi)$ .

et  $i(t) = \frac{e(t)}{1 + \frac{R_2}{R_1}} \Rightarrow i(t) = \frac{e_0}{1 + \frac{R_2}{R_1}} \cos(\omega_{osc} \cdot t + \varphi)$

et, avec  $R_1 = R_2$  :

$i(t) = \frac{e_0}{2} \cos(\omega_{osc} \cdot t + \varphi)$

Dans le cas de l'oscillateur quasi-sinusoïdal, la tension en sortie d'ACI est notée. Ainsi :

$\boxed{e_0 = V_{osc}}$

Rq: Par ailleurs, la phase à l'origine peut être rendue nulle en fixant correctement l'origine des temps. Dans tous les cas, pour  $\omega = \omega_{osc}$ ,  $i(t)$  est  $e(t)$  retardé en phase.



# Oscillateur à Puits RL C

1 - Pont diviseur de tension (notation complexe):

$$U = \frac{R}{R + Z_C + Z_L} e$$

$$\Leftrightarrow U = \frac{j\omega R C u}{1 + j\omega R C + j^2 \omega^2 L C} e$$

$$\Leftrightarrow H(j\omega) = \frac{U}{e} = \frac{j\omega R C u}{1 + j\omega R C + j^2 \omega^2 L C} = H_0 \frac{\omega_m \frac{1}{\omega_0}}{1 + 2m \frac{1}{\omega_0} \left(\frac{1}{\omega_0}\right)^2}$$

en notation de Nyquist ( $j\omega \Leftrightarrow \varphi$ ).

$$\left. \begin{aligned} \omega_0 &= \frac{1}{\sqrt{LC}} = 17 \times 10^3 \text{ rad.s}^{-1} \\ \omega_m &= \frac{R}{\sqrt{LC}} \Rightarrow m = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} \\ H_0 &= 1 \quad \omega_m = 1/0 \times 10^3 \end{aligned} \right\}$$

• Filtrer passe bande (ordre 2).

2 - On voit que :  $Q = \frac{1}{2m} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$

$$A.N. : Q = \frac{1}{2,5 \times 10^{-2}} \times \sqrt{\frac{740 \times 10^{-6}}{4,7 \times 10^{-9}}} \approx 50,2$$

Le système est résonnant si  $Q > \frac{1}{2}$ , c'est le cas ici. Plus  $Q$  est grand, plus la puits est sélectif.

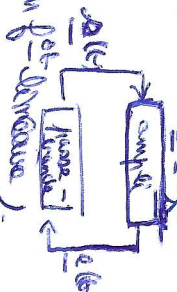
Requis:  $Q = \frac{\omega_0}{\Delta \omega}$  avec  $\Delta \omega$  bande passante ; pour  $Q \approx 50 \Rightarrow \Delta \omega = \frac{\omega_0}{50} \Rightarrow$  puits sélectif.

3 -

a - le système est stable spontanément dès que la caractéristique de Bode croise en satisfait :

$$H \times B = 1$$

avec  $B$  tel que :



ici avec les mesurés :  $E = v^+ - v^- = 0$  (A.I.I. idéal du pt. d'équilibre).  
 $\Rightarrow v^+ = v^- \Leftrightarrow v^- = v$   
 (en notant  $e$ )  $\frac{-v}{xR} = \frac{0-v}{(1-x)R} \Leftrightarrow v = \frac{v}{1-x} \Rightarrow v = \frac{v}{x}$

Ainsi :  $B = \frac{e}{u} = \frac{1}{x}$

le système est stable si  $H \times \frac{1}{x} = 1 \Leftrightarrow x = H$

• Expressions cette expression en fonction de la fréquence :

$$H(\varphi) = \frac{S(\varphi)}{E(\varphi)} = \frac{R C \varphi}{1 + R C \varphi + \varphi^2} \Rightarrow LC \frac{d^2 u(t)}{dt^2} + RC \frac{du(t)}{dt} + u(t) = R \frac{de(t)}{dt}$$

soit, avec  $R(t) = \frac{u(t)}{x}$  :

$$LC \frac{d^2 u(t)}{dt^2} + RC \left(1 - \frac{1}{x}\right) \frac{du(t)}{dt} + u(t) = 0$$

le système est stable si il est instable  $\Rightarrow 1 - \frac{1}{x} < 0$   
 d'où :  $x < 1$

b - On affaiblit l'amplification pour  $x = 1$  ;  $\omega = \omega_0$

c - Amplitude :  $x \text{ Volt}$  ;  $u(t) = x \text{ Volt} \cos(\omega_0 t)$

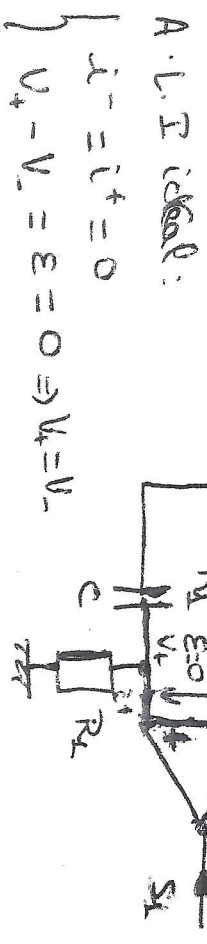
car on note de la A.I.I. :  $e(t) = u(t) = \text{Volt} \cos(\omega_0 t)$   
 et  $u(t) = x e(t)$

d - la tension est relative au passage de  $e(t)$  par le passe-bande : c'est donc elle la plus significative, avec une seule pulsation  $\omega_0$  (grand pas bande asymptote  $\rightarrow$  fréquence)

Oscillateur à 3 A.C.T

1- On doit trouver les valeurs de \$R\_1, R\_2, R\_3\$ pour que le circuit soit oscillateur (condition de Barkhausen \$< 0\$ : stable).

2- Block 1:



Donc: 
$$\begin{cases} S_3 - V_- = R_2 i \\ V_- - S_1 = R_1 i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S_3 - V_- = V_- - S_1 \\ V_- - S_1 = S_2 + S_1 \end{cases}$$

3- Block 2:  $V_+ = \frac{R_1}{R_1 + 1} S_3$  (partir d'un réseau de tension)

$$\Rightarrow V_+ = \frac{j\omega R_1 C}{1 + j\omega R_1 C} S_3 = V_-$$

Ainsi: 
$$S_3 \left( \frac{j\omega R_1 C}{1 + j\omega R_1 C} - \frac{1}{2} \right) = \frac{S_1}{2}$$

$$\Rightarrow H_1(\omega) = \frac{S_1}{S_3} = \frac{2j\omega R_1 C}{1 + j\omega R_1 C} \cdot -1$$

$$H_1(\omega) = \frac{j\omega R_1 C - 1}{j\omega R_1 C + 1}$$

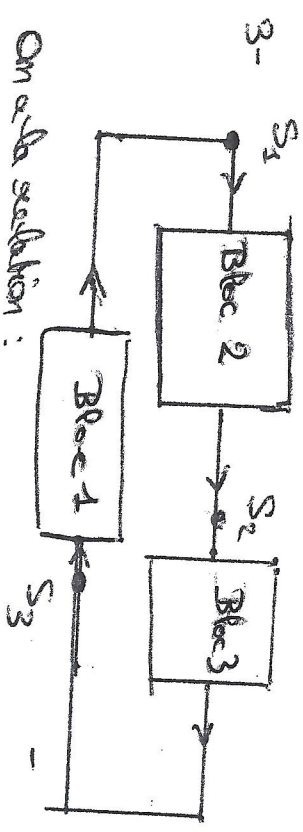
$$H_2(\omega) = \frac{j\omega R_2 C - 1}{j\omega R_2 C + 1}$$

\* On trouve \$R\_2\$ et \$R\_3\$ en fonction de \$R\_1\$ et \$R\_2\$.

$H_3(\omega) = \frac{S_3}{S_2}$

$$\begin{cases} S_3 - V_- = X i \\ V_- - S_2 = R i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S_3 = X i \\ S_2 = -R i \end{cases} \text{ car } V = V^+ = 0$$

Donc:  $S_3 = -\frac{X}{R} S_2 \Rightarrow H_3 = -\frac{X}{R}$



On a la relation:  $S_1 = H_1 H_2 H_3 S_1$

$$\Rightarrow \boxed{H_1 H_2 H_3 = 1}$$
; déterminer les pôles et zéros de \$S\_3(s)\$

Ainsi: 
$$-\frac{X}{R} \times \frac{j\omega R_2 C - 1}{j\omega R_2 C + 1} \times \frac{j\omega R_1 C - 1}{j\omega R_1 C + 1} = 1$$

$$\Rightarrow -\frac{X}{R} \times \frac{1 - j\omega C(R_1 R_2 + j\omega)^2 C^2 R_1 R_2}{1 + j\omega C(R_1 R_2 + j\omega)^2 C^2 R_1 R_2} = 1$$

$$\Rightarrow -X + j\omega C X (R_1 R_2 + j\omega)^2 C^2 R_1 R_2 = (1 + j\omega C X (R_1 R_2 + j\omega)^2 C^2 R_1 R_2)$$

$$\Rightarrow -(j\omega)^2 C^2 R_1 R_2 [X + R] + j\omega C (R_1 R_2) (X - R) - (X + R) = 0$$

Dans le domaine temporel:  $j\omega \leftrightarrow \frac{d}{dt}$ ,  $(j\omega)^2 \leftrightarrow \frac{d^2}{dt^2}$

$$R_1 R_2 C^2 (X + R) \frac{d^2 S_3}{dt^2} + C (R_1 R_2) (X - R) \frac{dS_3}{dt} + (X + R) S_3 = 0$$

\* Oscillations pour  $C (R_1 R_2) (X - R) < 0 \Rightarrow X > R$

4- On trouve \$R\_2\$ et \$R\_3\$ en fonction de \$R\_1\$ et \$R\_2\$.



5 - On additionne pour annuler ce qui est :

$$C^2 R_1 R_2 (R - X) = 0$$

$$\Rightarrow X = R$$

Admet :

$$\frac{d^2 S_3}{dt^2} + \frac{(R+R)}{R_1 R_2 C^2 (R+R)} S_3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{d^2 S_3}{dt^2} + \omega^2 S_3 = 0$$

$$\text{avec } \omega^2 = \frac{1}{R_1 R_2 C^2} \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C^2}}$$

6 - Pour  $X = R_0 = R$  ;  $\omega = \omega_0 = \frac{1}{C \sqrt{R_1 R_2}}$

$$* H_1(i\omega) = \frac{-j \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} - 1}{j \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} + 1} \quad |H_1(\omega)| = \frac{\sqrt{1 + \frac{R_1}{R_2}}}{\sqrt{1 + \frac{R_1}{R_2}}} = 1$$

$$\arg(H_1(\omega)) = \arg\left[-1 + j \sqrt{\frac{R_1}{R_2}}\right] - \arg\left[1 + j \sqrt{\frac{R_1}{R_2}}\right] = \pi - 2 \arctan\left(\sqrt{\frac{R_1}{R_2}}\right) \neq 0, \pi \text{ ou } \pi/2$$

Donc  $S_1$  et  $S_3$  ont même amplitude, leur déplacement a pour de valeur particulière.

\*  $H_2(\omega) =$  même conclusion pour  $S_1$  et  $S_2$  que pour  $S_1$  et  $S_3$  avec  $\arg(H_2(\omega)) = \pi - 2 \arctan\left(\sqrt{\frac{R_2}{R_1}}\right)$

\*  $H_3(\omega) = -1$  ;  $S_2$  et  $S_3$  ont même amplitude (mais peut différer) leur déplacement est de  $\pi$ .

Conclusion :

- $S_1, S_2$  et  $S_3$  : même amplitude.
- $S_1, S_2$  et  $S_3$  : pas de saut de phase.
- $S_2, S_3$  : opposition de phase.

Rq : Soit  $\Delta\varphi$  le déplacement total des deux points. Par

définition :  $\Delta\varphi = \arg(H_1 \times H_2 \times H_3) = \arg(1) = 0$  [2π].

Ceci est raisonnable :  $\Delta\varphi$  (en radians) ne peut pas être déplacé par rapport à  $\Delta\varphi$  (en radian du 1er S).

$$\text{Or : } \Delta\varphi = \arg(H_1) + \arg(H_2) + \arg(H_3)$$

$$\text{ds } \arg(H_1) = \pi - 2 \arctan\left(\sqrt{\frac{R_1}{R_2}}\right) ; \arg(H_2) = \pi - 2 \arctan\left(\sqrt{\frac{R_2}{R_1}}\right) ;$$

$$\arg(H_3) = \arg(-1) = \pi.$$

On voit que  $\arctan\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\pi}{2} - \arctan(x)$

$$\text{Donc : } \arg(H_2) = \pi - 2 \left[ \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\sqrt{\frac{R_2}{R_1}}\right) \right] = 2 \arctan\left(\sqrt{\frac{R_2}{R_1}}\right)$$

Admet :

$$\Delta\varphi = \pi - 2 \arctan\left(\sqrt{\frac{R_1}{R_2}}\right) + 2 \arctan\left(\sqrt{\frac{R_2}{R_1}}\right) + \pi = 2\pi.$$

On retrouve le résultat attendu.

On affecte une résistance négative

Q1- L'ALI est idéal et supporte fonctionner en régime linéaire :

$$\varepsilon = V_+ - V_- = 0$$

$$\Rightarrow V_+ = V_-$$

Or :

• Selon la loi des mailles en boucle de potentiel appliquée

on  $V_+$ , on écrit que  $i_1 = 0$  :

$$\frac{V_+ - u_s}{R} = \frac{V_+}{R}$$

$$\Rightarrow V_+ = \frac{1}{2} u_s$$

• De plus, selon la loi d'Ohm appliquée aux boucles de  $\alpha R$  :

$$\frac{u_e - u_s}{\alpha R} = i_e$$

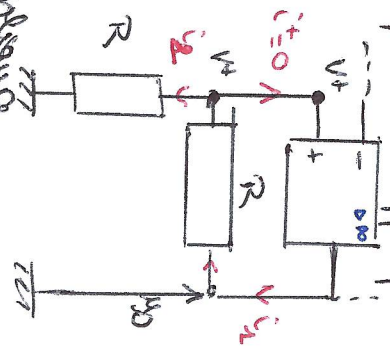
$$\text{car } i_- = 0$$

• Puisque  $V_- = V_+$  et  $V_- = u_e$ , il vient :

$$u_e = \frac{1}{2} u_s \Leftrightarrow u_s = 2u_e$$

• Finalement :  $-\frac{u_e}{\alpha R} = i_e \Leftrightarrow u_e = -\alpha R i_e$

Pq : Donc  $u_e = Z_e i_e$  avec  $Z_e = -\alpha R < 0$  : le montage se comporte comme une résistance négative.



Q2- Lorsque  $|u_s| = V_{sat}$ , l'ALI fonctionne en régime non-linéaire. Avoir :  $\varepsilon = V_+ - V_- \neq 0$ . Distinguons les cas  $\varepsilon > 0$  et  $\varepsilon < 0$  :

•  $\varepsilon > 0$  :  $u_s = +V_{sat}$ , donc selon la loi d'Ohm appliquée aux boucles de  $\alpha R$  :

$$u_e - u_s = \alpha R i_e$$

$$\Leftrightarrow u_e = \alpha R i_e + u_s = \alpha R i_e + V_{sat}$$

De plus :  $V_+ = \frac{1}{2} u_s = \frac{1}{2} V_{sat}$

$$V_- = u_e$$

Donc :  $V_+ - V_- = \varepsilon > 0$

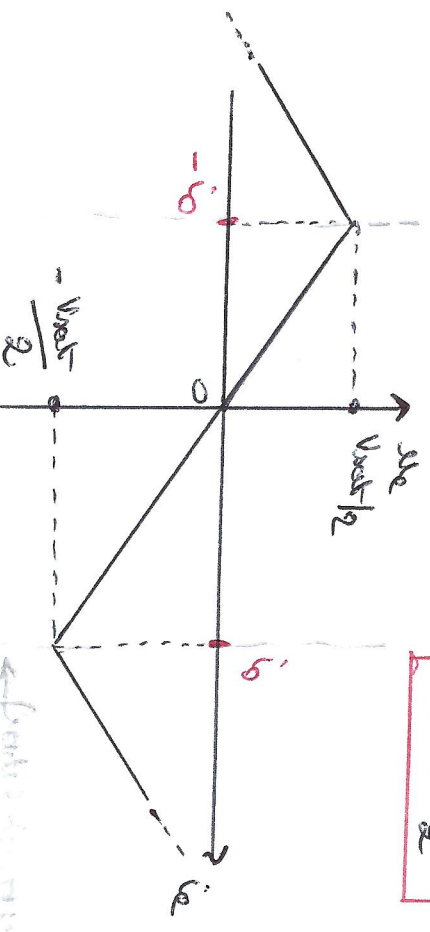
$$\Rightarrow \frac{1}{2} V_{sat} - u_e > 0$$

$$\Leftrightarrow u_e < \frac{V_{sat}}{2}$$

•  $\varepsilon < 0$  :  $u_s = -V_{sat}$ . On montre de même que :

$$u_e = \alpha R i_e - V_{sat}$$

$$V_+ - V_- = \varepsilon < 0 \Rightarrow u_e > -\frac{V_{sat}}{2}$$



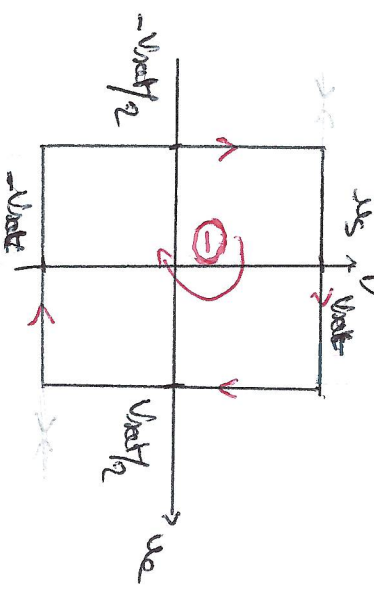


avec  $i_0$  tel que :

$$u_e(i_0) = -\frac{V_{sat}}{2} = \alpha R i_0 - V_{sat}$$

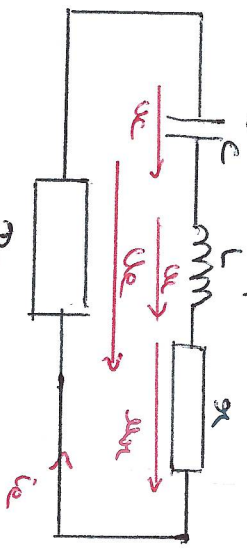
$$\Leftrightarrow i_0 = \frac{V_{sat}}{2\alpha R} > 0$$

Rq : il est également possible de représenter le cycle d'hystérésis associé à ce montage :



\* Ré montage des oscillations :

q4 - les montage est équivalent à :



On suppose que le montage est le siège d'oscillation, de pulsation  $\omega$ , si bien que les notations complexes peuvent s'appliquer.

R002

Selon la loi des mailles :

$$u_c + u_L + u_R = u_e \quad (1)$$

Or, puisque les diodes sont représentées ici en convention générateur :

$$u_c = -L \frac{di_e}{dt}, \quad u_R = -R i_e \text{ et } i_e = -C \frac{du_c}{dt}$$

Ainsi, à l'aide de ces relations et après dérivation de (1) par rapport au temps :

$$-\frac{1}{C} i_e - L \frac{d^2 i_e}{dt^2} - R \frac{di_e}{dt} = \frac{du_e}{dt}$$

$$\Leftrightarrow \frac{d^2 i_e}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di_e}{dt} + \frac{1}{LC} i_e = -\frac{1}{L} \frac{du_e}{dt} \quad (2)$$

△ Enoncé : savoir de topographie  $\Rightarrow u_e = 0$ , pour  $u_e = 0$ .

Or, à  $t = 0$  :  $i_e(0) = 0$  et  $u_e(0) = 0$ . d'ALI fonctions donc en régime linéaire, selon la relation :

$$u_e = -\alpha R i_e$$

Ainsi en remplaçant  $u_e$  par son expression dans (2) :

$$\frac{d^2 i_e}{dt^2} + \frac{(R - \alpha R)}{L} \frac{di_e}{dt} + \frac{1}{LC} i_e = 0$$

q5 - les oscillations dérivent de ce que :

$$R = \alpha R$$

On retrouve alors l'expression d'un oscillateur fonctionnant à fréquence non-amortie, de pulsation  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ .

Q1) sans point de vue énergétique, la résistance  $r$  dissipe de l'énergie par effet Joule; la puissance associée est:

$$P_r = r i^2.$$

C'est elle la cause de l'amortissement des oscillations dans le circuit RLC. Or celui-ci est associé à une résistance inductive qui favorise de l'énergie au circuit; la puissance associée est:

$$P_{\text{ind}} = -\alpha R i^2.$$

Retenue la condition  $r = \alpha R$  est respectée, il y a compensation des pertes par effet Joule dans le circuit RLC: il

se comporte alors comme un oscillateur harmonique non-amorti.

Q2- En théorie, pour  $r = \alpha R$ , et puisque  $i_e(0) = 0$  et

$i_e(0) = 0$ , on peut écrire l'équation au-dessus de démontrer:

Le système est en régime sinusoïdal.

En pratique, il existe toujours des pertes dans le circuit (suite électronique, valeurs des résistances non exactes ...) qui font que la condition  $i_e(0) = 0$ ,  $i_e(0) = 0$  et / ou  $r = \alpha R$  ne sont pas exactement respectées. Dans ce cas, les oscillations peuvent s'amortir.

Rq: pour s'assurer un amortissement des oscillations, on prend

$\alpha R > r$ : l'ATC favorise alors plus l'énergie que nécessaire pour compenser les pertes par effet Joule liées à "r".

\* Stabilisation de l'amplitude:

Q4- lorsque l'ATC est réalisée:  $i_e = \alpha R i_e \pm V_{\text{ext}}$

Donc:  $\frac{di_e}{dt} = \alpha R \frac{di_e}{dt}$

En simplifiant dans (2):

$$\frac{d^2 i_e}{dt^2} + \frac{r + \alpha R}{L} \frac{di_e}{dt} + \frac{1}{LC} i_e = 0.$$

Q3- Il n'y a pas de l'expression d'un oscillateur harmonique amorti, avec pour forme canonique:

$$\frac{d^2 i_e}{dt^2} + 2\gamma \omega_0 \frac{di_e}{dt} + \omega_0^2 i_e = 0.$$

avec  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  et  $2\gamma \omega_0 = \frac{r + \alpha R}{L} \Leftrightarrow \gamma = \frac{r + \alpha R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$

les solutions sont donc de la forme:

$$i_e(t) = e^{-\gamma t} [a \cos(\omega t) + b \sin(\omega t)]$$

avec  $\omega = \omega_0 \sqrt{4 - \gamma^2}$ .

Rq: cette solution s'obtient pour  $\Delta = 4\omega_0^2 (\gamma^2 - 4) < 0$ . Dans les cas  $\Delta = 0$  ou  $\Delta > 0$ , les solutions sont des exponentielles décroissantes.

② a et b sont des constantes réelles, obtenues selon les conditions initiales. Elles ne sont pas forcément réelles.

On observe que  $i_e(t)$  est une fonction décroissante ( $\gamma > 0$ ). La tension  $u_e(t)$  associée est:



$u_e(t) = \alpha R i_e(t) \pm V_{sat}$  autrement que la commutation n'est effectuée initialement en  $+V_{sat}$  ou en  $-V_{sat}$ .

Ainsi :

$$u_e(t) = \alpha R e^{-\lambda t} \left[ a \cos(\omega t) + b \sin(\omega t) \right] \pm V_{sat}.$$

- Supposons que la commutation passe de  $+V_{sat}$  à  $-V_{sat}$  de  $t=0$  à  $t=t_0$ .

Alors :

$$u_e(t) = \alpha R i_e(t) + V_{sat} = \alpha R e^{-\lambda t} [a \cos(\omega t) + b \sin(\omega t)] + V_{sat}$$

la commutation passe de  $+V_{sat}$  à  $-V_{sat}$  de  $t=0$  à  $t=t_0$ .

Ainsi, pour que  $u_e(t) = +V_{sat}$ ,  $u_e(t)$  passe de  $-\frac{V_{sat}}{2}$  à  $+V_{sat}$ .

En revanche, dès que  $u_e(t) = +\frac{V_{sat}}{2}$ , il y a commutation de  $+V_{sat}$  à  $-V_{sat}$ , et  $u_e(t) = \alpha R e^{-\lambda t} [a \cos(\omega t) + b \sin(\omega t)] - V_{sat}$ .

$u_e(t)$  diminue alors jusqu'à  $-\frac{V_{sat}}{2}$ , où il y a de nouveau commutation etc.

- Finalement, dès que la valeur  $|u_e| = \frac{V_{sat}}{2}$  est atteinte,

le  $i$  diminue et le système revient au régime linéaire dans lequel s'observent des oscillations. Elles-ci ne sont donc jamais amorties, mais limitées par la saturation de l'ATI.

Q3 - le signal obtenu est limité en amplitude par la saturation.

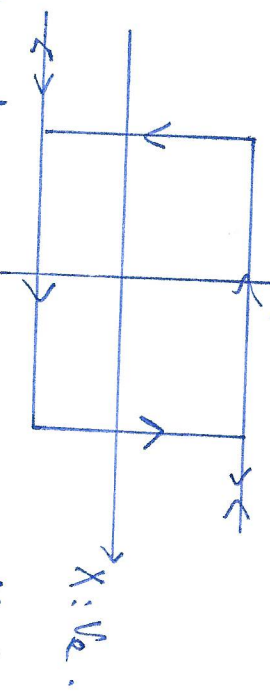
Il n'est donc pas sinusoidal mais quasi-sinusoidal. Son

aspect contient des harmoniques de  $\omega = \frac{1}{\sqrt{C}}$  d'amplitude moindre que celle de  $\omega$ .

Etude expérimentale d'oscillateurs

Q1 - Il faut noter dans la plage de fréquence propre au fonctionnement de l'ATE, c'est-à-dire au fonds parasite:  $f < \Delta f_c$  avec  $\Delta f_c \approx 1744$ .

Q2 - Le mode XY montre que la tension de sortie ne peut prendre que deux valeurs:  $\pm 18,5$  V et  $\pm 18,5$  V. Ceci est caractéristique d'un comparateur à hystérésis. La forme du signal mesure un comparateur à hystérésis positif:



P: d'oscillateur fonctionne en régime instable, d'où une saturation positive.

Q3 - Seul le circuit 2 présente une saturation positive purement rétroactive: il s'agit d'un comparateur. Le circuit 1 est un amplificateur inverseur.

Q4 - La commutation s'effectue pour une valeur de  $V_c$  à déterminer.

La loi des mailles en sommes de potentiel, pour un ATII tel que  $i^+ = i^- = 0$ , donne en  $V^+$ :

$$\frac{X - V^+}{R_1} = \frac{V^+ - Y}{R_2} \Leftrightarrow V^+ = \frac{X/R_1 + Y/R_2}{1/R_1 + 1/R_2}$$

Or:  $E = V^+ - V^- \neq 0$  (saturation  $> 0 \Rightarrow$  et  $V^- = 0$ ). (saturation  $> 0 \Rightarrow$  saturation).

Donc:  $E = V^+ = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \left( \frac{X}{R_1} + \frac{Y}{R_2} \right)$ .

\* Cas  $E > 0$ :  $Y = +V_{sat}$ , donc, avec  $\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} > 0$ :

$$\Leftrightarrow \frac{X}{R_1} + \frac{Y}{R_2} > 0 \Rightarrow \boxed{X > -\frac{R_1}{R_2} Y}$$

\* Cas  $E < 0$ :  $Y = -V_{sat}$ :

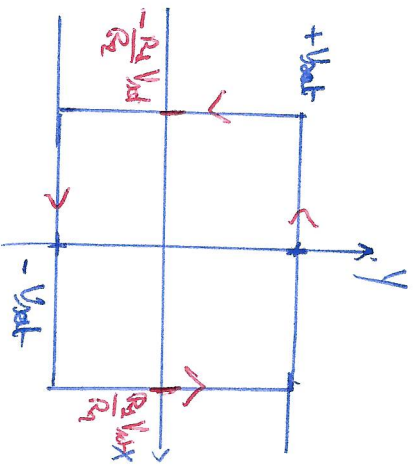
$$\Rightarrow \frac{X}{R_1} + \frac{Y_{sat}}{R_2} < 0$$

$$\Leftrightarrow \boxed{X < \frac{R_1}{R_2} V_{sat}}$$

On a donc:  $\frac{R_1}{R_2} V_{sat} = 6,4$  V

$$\begin{cases} \frac{R_1}{R_2} V_{sat} = 6,4 \text{ V} \\ V_{sat} = 13,6 \text{ V} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{6,4}{13,6} \approx 0,47$$





Le seul comportement possible est donc :

$$R_1 = 33 \text{ k}\Omega \text{ et } R_2 = 68 \text{ k}\Omega.$$

Ainsi  $\frac{R_1}{R_2} \approx 0,49$ , proche de la valeur attendue.

95- Il faut prendre le schéma 1, pour lequel la fonction de transfert est  $H(f) = \frac{V(f)}{X(f)} = -\frac{R_2}{R_1}$ .

Avec des valeurs  $R_2 = 68 \text{ k}\Omega$  et  $R_1 = 33 \text{ k}\Omega$ , le gain de cette amplificateur est  $|H(f)| \approx G \approx 2,1$ .

96- Le système fonctionne de manière linéaire, en dehors des valeurs de X extrêmement la surtension du signal de sortie. La phase est par ailleurs négative,

donc :

$$X = -\alpha Y$$

et la mesure à l'écran donne :

$$\alpha = \frac{\Delta Y}{\Delta X} \Rightarrow \alpha = \frac{27,19}{2,1} \approx 2,2.$$

Cette valeur est proche du gain G (écart relatif < 5%).  
Le pointuellement observé est donc obtenu par le circuit.

97- Le GAF doit délivrer un signal X sinusoïdal, de fréquence fixée par l'écran à 100 Hz et d'amplitude 5 V (10 V en crête à crête).

Le signal de la voie 2 (amplitude :  $\approx 2,2$  carreaux, soit  $\approx 11$  V) est déphasé de  $\pi$  par rapport au

signal de la voie 1 (amplitude : 2,5 carreaux, soit  $\approx 12,5$  V). Ceci correspond bien à un gain négatif (pour positif, on noterait complexe, un déphasage de  $\varphi$  serait à multiplier le signal d'un  $e^{j\varphi}$ . Donc, pour  $\varphi = \pi$  :  $e^{j\pi} = -1$  et on noterait le gain négatif).

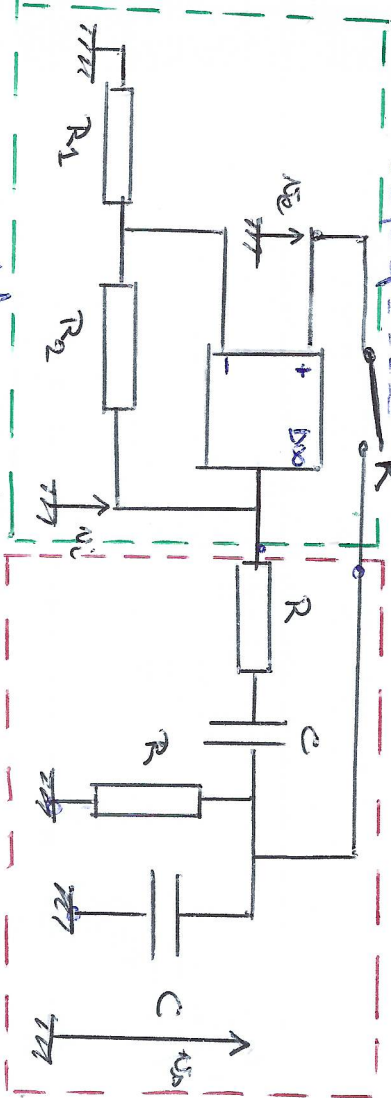
98- Il s'agit de  $\frac{V}{X} = \frac{21,7}{2,1} = 2,2$  est conforme au gain  $G \approx 2,1$ . Le déphasage de  $\pi$  prouve que le gain est négatif, comme attendu d'un montage inverseur.



On étudie le pont de Wheatstone

1 - ALI Approche idéal, en régime linéaire.

2 - Amplificateur :



amplificateur : A

quadrupôle de séparation : B

\* Fonctions de transfert :

• Amplificateur ( idéal, régime linéaire )

$$\int v_2 = v^+ \quad \text{et } v^- = v^+ \Rightarrow v_0 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_i$$

$$\int \frac{v_2}{R_2} = \frac{v^- - v^+}{R_2} \Rightarrow v_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_i$$

$$\Rightarrow v^- = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{v_i}{R_1}$$

$$\Rightarrow v^+ = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_i$$

d'où :  $A = \frac{v_0}{v_i} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$

$\Rightarrow$  amplif. non inversant.

• Quadrupôle : B =  $\frac{v_0}{v_i}$

$$\frac{v_i - v_0}{R + Z_c} = \frac{v_0}{R} + \frac{v_0}{Z_c} \Rightarrow v_0 \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{Z_c} + \frac{1}{R + Z_c} \right) = \frac{v_i}{R + Z_c}$$

d'où :  $v_0 = \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{Z_c} + \frac{1}{R + Z_c} \right) = \frac{v_i}{R + Z_c}$

$$\Rightarrow v_0 (1 + j\omega R + \frac{j\omega R Z_c}{1 + j\omega R}) = v_i \frac{j\omega R Z_c}{1 + j\omega R}$$

$$\Rightarrow j\omega R Z_c v_i = \frac{v_0}{R + Z_c} \left[ (1 + j\omega R)^2 + j\omega R Z_c \right]$$

$$= \frac{v_0}{R + Z_c} [1 + 3j\omega R + j\omega R Z_c]$$

Ampli :  $B = \frac{v_0}{v_i} = \frac{j\omega R Z_c}{1 + 3j\omega R + j\omega R Z_c}$

Remarque :  $v_0 = v_2$

3 - Il faut :  $A \cdot B = 1$  (Barkhausen)

$$\Rightarrow A \cdot j\omega R Z_c = 1 + 3j\omega R + j\omega R Z_c$$

$$\Rightarrow 1 - (R Z_c)^2 \pm j\omega R Z_c (4 - 3) = 0$$

Solutions :

$$\int 1 - (R Z_c)^2 = 0 \Rightarrow \omega^2 = \frac{1}{(R Z_c)^2} \text{ donc } \omega = \frac{1}{R Z_c} = \omega_0$$

$$\int R Z_c (4 - 3) = 0 \Rightarrow A = 1 + \frac{R_2}{R_1} = 3 \Rightarrow R_2 = 2R_1$$

4- Pour que les oscillations demeurent, il faut que :

$$(R Z_c)^2 \frac{d^2 v_0}{dt^2} + R Z_c \left( 2 - \frac{R_2}{R_1} \right) \frac{dv_0}{dt} + v_0 = 0$$

$$\Rightarrow R_2 > 2R_1$$

(ég. 2<sup>e</sup> à partir de B, puis  $v_i = (1 + \frac{R_2}{R_1}) v_0 = (2 + \frac{R_2}{R_1}) v_0$ )

5 - Saturation (non-linéarité) de l'ALI.

6 - En observant la courbe de droite, on voit que, étant que la pente  $v_i$  n'est pas nulle :

$$\frac{v_i}{v_0} = 4 = 1 + \frac{R_2}{R_1} \text{ Ampli : } R_2 = 3R_1$$

• Le signal d'entrée peut être de nature des que  $v_i = v_{\text{ext}} \approx 15V$  de régime mixte selon leur nature, et la saturation  $v_i = 4V$  est mixte aussi. Il est clair de voir que l'absence de gain correspond à cela : au-delà de  $v_i \approx 4,5V$ , le gain s'affaiblit car  $v_i \approx 4V$ , et  $v_0 \approx 1V$ .

\* Exemple :

$\hat{v}_0 = 10V$ ,  
 $\hat{v}_i \approx 17V$  (cas de gain de 1,7)  
 du fait de la grande droite.



## On obtient à cycle de ce cas

q1- Le montage présente une réaction positive  
 quasiment sensitive: il s'agit donc d'un  
 comparateur à hystérésis.

Dans le cas d'un fonctionnement en régime  
 non-linéaire, on peut écrire:

$$E = V^+ - V^- \neq 0$$

On:

$$\begin{cases} V^- = V_0 \\ \frac{e - V^+}{R_1} = \frac{V^+ - V^-}{R_2} \end{cases} \Leftrightarrow V^+ = \frac{e/R_1 + V^-/R_2}{1/R_1 + 1/R_2}$$

soit:

$$V^+ = \frac{e + \alpha V_0}{1 + \alpha} \quad \text{avec } \alpha = \frac{R_1}{R_2}$$

Ainsi:  $E = \frac{e + \alpha V_0}{1 + \alpha} - V_0$

\* Cas  $E > 0$ :  $V = V_{sat}$ , donc:

$$\frac{e + \alpha V_{sat} - V_0}{1 + \alpha} > 0$$

$$\Leftrightarrow e + \alpha V_{sat} > V_0 (1 + \alpha)$$

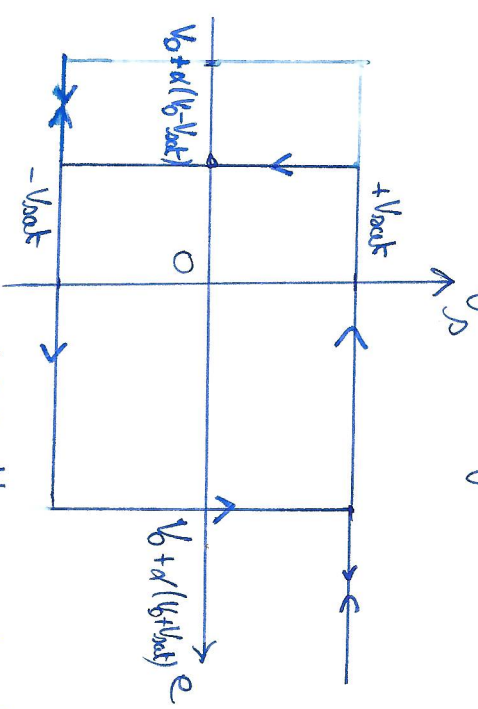
$$\Leftrightarrow e > V_0 (1 + \alpha) - \alpha V_{sat}$$

$$\Leftrightarrow e > V_0 + \alpha (V_0 - V_{sat})$$

\* Cas  $E < 0$ :  $V = -V_{sat}$ , donc:

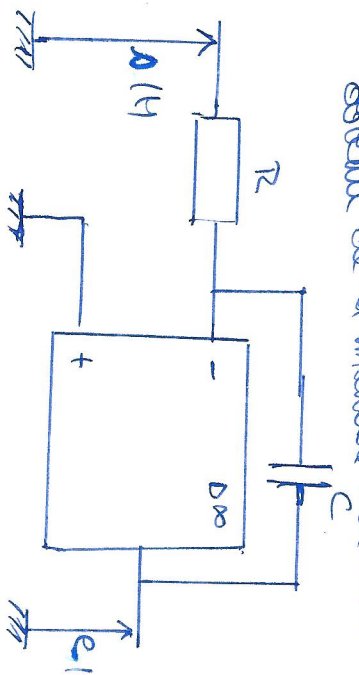
$$e < V_0 + \alpha (V_0 + V_{sat})$$

On obtient donc le cycle d'hystérésis suivant:



On retrouve le cycle d'hystérésis d'un comparateur à  
 hystérésis positif, mais non-centré dus fait de  $V_0 \neq 0$ .

q2- Un montage intégrateur inverseur peut être  
 obtenu de la manière suivante:



$$E = V^+ - V^- = 0$$

$$\text{On: } \begin{cases} V^+ = 0 \\ V^- = V^- \end{cases}$$

$$\frac{1}{R} = -j\omega C$$

Donc:

$$H = \frac{e}{v} = -\frac{1}{j\omega RC}$$

On retrouve l'expression donnée à  $\tau = RC$ :

$$H(f) = \frac{E(f)}{S(f)} = -\frac{1}{\tau f}$$

Q3 = • Supposons que la commutation vienne d'avoir lieu.

On pose  $\rho = +V_{sat}$ . L'équation différentielle s'écrit alors :

$$H = \frac{e}{\rho} = -\frac{1}{\tau RC} \Rightarrow e(t) = -\frac{1}{\tau} \int \rho(t) dt$$

Alors :  $e(t) = -\frac{V_{sat}}{RC} t + A$  avec  $A$ : constante  $\mathbb{R}$

$e(t)$  est donc une fonction **affine et décroissante**.

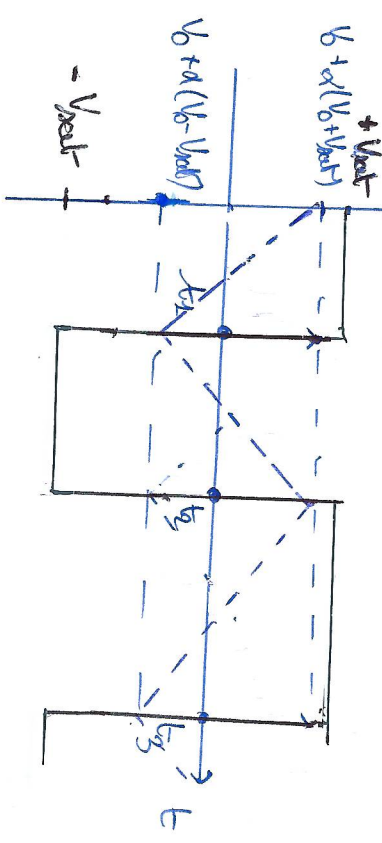
Cette expression est valable tant que  $e(t) > V_0 + \alpha(V_0 - V_{sat})$ , condition à partir de laquelle  $\rho(t)$  commutera de  $+V_{sat}$  à  $-V_{sat}$ .

Donc que  $\rho(t) = -V_{sat}$  :

$$e(t) = +\frac{V_{sat}}{RC} t + B \quad \text{avec } B: \text{constante } \mathbb{R}$$

et est donc une fonction affine croissante, et la pente jusqu'à atteindre  $V_0 + \alpha(V_0 + V_{sat})$ , pour laquelle le système commutera de nouveau de  $-V_{sat}$  à  $+V_{sat}$  en vertu des comparateurs.

On remarque et est à part donc de la forme suivante :



• Entre  $t_1$  et  $t_2$  :  $\Delta t = t_2 - t_1$  CCD(2)

$$e(t) = +\frac{V_{sat}}{RC} t + A \Rightarrow \begin{cases} e(t_1) = +\frac{V_{sat}}{RC} t_1 + A = V_0 + \alpha(V_0 + V_{sat}) \\ e(t_2) = +\frac{V_{sat}}{RC} t_2 + A = V_0 + \alpha(V_0 + V_{sat}) \end{cases}$$

Donc :  $e(t_2) - e(t_1) = +\frac{V_{sat}}{RC} \Delta t = +\alpha V_{sat}$

D'où :  $\Delta t = \alpha \times RC$

• De même, entre  $t_2$  et  $t_3$  :  $\Delta t' = t_3 - t_2$  :

$$\begin{cases} e(t_2) = -\frac{V_{sat}}{RC} t_2 + B = V_0 + \alpha(V_0 + V_{sat}) \\ e(t_3) = -\frac{V_{sat}}{RC} t_3 + B = V_0 + \alpha(V_0 - V_{sat}) \end{cases}$$

Donc :

$$e(t_3) - e(t_2) = -\frac{V_{sat}}{RC} \Delta t' = -\alpha V_{sat}$$

D'où :  $\Delta t' = \alpha \times RC$

La période des signaux est donc :

$$T_0 = \Delta t + \Delta t' = 4 \times RC$$

Q4 - On voit que  $|e| \leq V_{sat}$ .

Donc :  $V_0 + \alpha(V_0 - V_{sat}) \geq -V_{sat}$

$$V_0 + \alpha(V_0 + V_{sat}) \leq V_{sat}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_0 \geq -V_{sat} \left( \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \right) \\ V_0 \leq V_{sat} \left( \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \right) \end{cases}$$

Seule solution pour  $V_0 \neq 0$  :  $\alpha < 1$ .

$$\bullet \alpha = 1 \Rightarrow V_0 \leq 0 \text{ et } V_0 \geq 0$$

$$\Rightarrow V_0 = 0$$

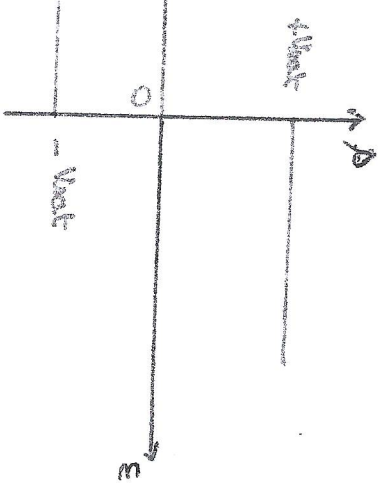
$$\bullet \alpha > 1 \Rightarrow V_0 \geq +V_{sat} \text{ et } V_0 \leq -V_{sat} \Rightarrow \text{impossible}$$

$$\bullet \alpha < 1 \Rightarrow V_0 \geq -V_{sat} \text{ et } V_0 \leq +V_{sat}$$



# OSCILLATEUR COMMANDÉ

Réponse : AIT idéal :



Soit on notations :  $E \approx V_{sat} \approx 15V$ .

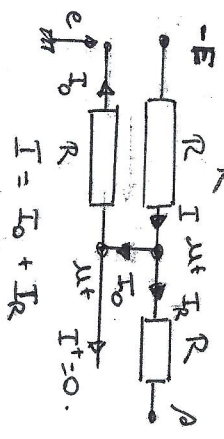
Q1 - On veut que, pour son AIT idéal :  $E = u^+ = u^- = 0$

$\Rightarrow u^+ = u^-$

$$-\frac{E - u^+}{R} = \frac{u^+ - \lambda}{R} + \frac{u^+ - e}{R}$$

$\Leftrightarrow -\lambda - e + \lambda u^+ = -E - \lambda u^+$

$$u^+ = \frac{e(\lambda + \lambda) + E}{3}$$



Q2 - Soit  $a : e(t) = -E$ .

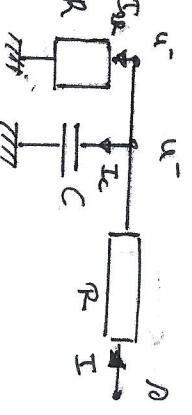
Réponse :  $u^+(t) = \frac{\lambda(t) - 2E}{3}$

On, pour son AIT idéal :  $u^+ = u^- = E$  car  $e \neq 0$  on notations.

$I = I_C + I_R$

$$\Rightarrow \frac{\lambda - u^-}{R} = C \frac{d}{dt} (u^- - V_{max}) + \frac{u^-}{R}$$

$$\Rightarrow \lambda = u^- + RC \frac{du^-}{dt} + \frac{u^-}{2}$$



On obtient l'équation différentielle :

$$\lambda(t) = RC \frac{du^-}{dt} + \frac{3}{2} u^-$$

On, en régime permanent :  $\frac{du^-}{dt} = 0$

$$\Rightarrow u^-(t) = \frac{2}{3} \lambda(t)$$

Pour obtenir :  $u^+(t) = \frac{\lambda(t) - 2E}{3}$  pour  $e(t) = -E$ , donc :

$$E = u^+ - u^- = \frac{\lambda}{3} - \frac{2E}{3} - \frac{2}{3} \lambda$$

$$E = \frac{\lambda - 2E}{3}$$

On, on veut que  $\lambda = \pm E$ , ainsi :

$$E = \frac{\pm E - 2E}{3} = \begin{cases} -E \\ -\frac{E}{3} \end{cases}$$

Donc pour les cas :  $E < 0$ , donc  $\lambda$  est valeur négative.

Donc :  $\lambda(t) = -E$  pour  $e(t) = -E$ .

Q3 -  $e(t) = E$ .

a - On a trouvé, à la question précédente, des relations valables en régime établi :

$$\begin{cases} u^- = \frac{2}{3} \lambda \\ u^+ = \frac{e + \lambda - E}{3} \end{cases}$$

On, pour  $e = E : u^+ = \frac{\lambda}{3}$

Réponse :  $E = u^+ - u^- = -\frac{\lambda}{3}$

\* Si  $\lambda = +E$  (notation  $> 0$ ) :  $E = -\frac{E}{3} < 0$ , donc  $\lambda$  devrait être égale à  $-E$ .

\* Si  $\lambda = -E$  (notation  $< 0$ ) :  $E = +\frac{E}{3} > 0$ ,  $\lambda$  devrait être égale à  $+E$ .

Admetti  $\delta(t) = \varepsilon$  : cette commutateur entre  $+E$  et  $-E$ .

pu- On a toujours :  $\delta(t) = RC \frac{du^-}{dt} + \frac{2}{3}u^-$ .

(\*)  $\frac{2}{3} \delta(t) = \frac{2}{3} RC \frac{du^-}{dt} + u^-$ .

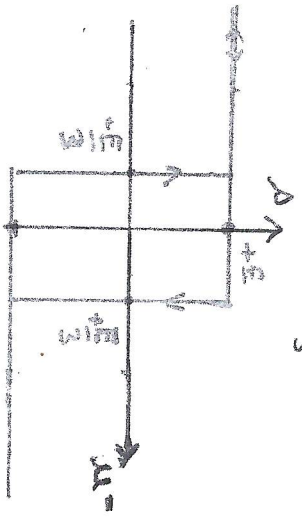
On pose :  $\tau_a = \frac{2}{3} RC$  :

$\frac{2}{3} \delta(t) = \tau_a \frac{du^-}{dt} + u^-$ .

95- On voit que :  $\varepsilon = u^+ - u^- = \frac{2}{3}u^-$ . Remarque :

\*  $\varepsilon > 0$  :  $u = +E$  et  $\frac{E}{3} - u^- > 0 \Rightarrow u^- < \frac{E}{3}$ .

\*  $\varepsilon < 0$  :  $u = -E$  et  $-\frac{E}{3} - u^- < 0 \Rightarrow u^- > -\frac{E}{3}$ .



On pose :  $u^-(0) = -\frac{E}{3}$  et  $\delta(0) = +E$ .

On suppose  $u^-(t) < \frac{E}{3}$ . Alors :  $\delta = +E$  et :

$\frac{2}{3}E = \tau_a \frac{du^-}{dt} + u^-$

$\Rightarrow u^-(t) = \frac{2}{3}E + A e^{-t/\tau_a}$  ;  $A = -E$

$\Rightarrow u^-(t) = \frac{2}{3}E (2 - 3e^{-t/\tau_a})$  ( $\text{à } t=0, u^-(0) = -\frac{E}{3}$ )

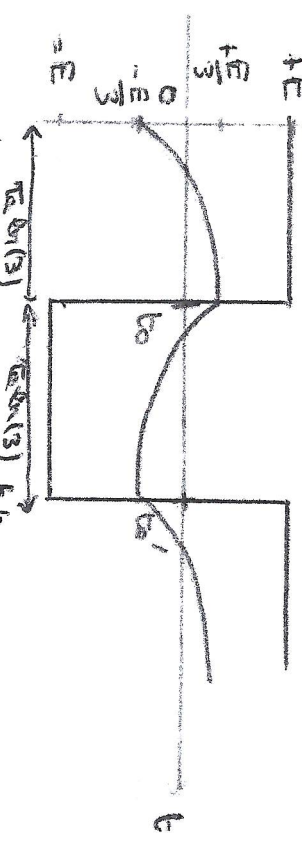
\* À  $t_0$  tel que  $u^-(t_0) = \frac{E}{3}$  : "0" brusque en  $+E$ .

"0" vers  $-\frac{E}{3}$  à  $-E$  avant que  $u^- > -\frac{E}{3}$ . Au bout de

temps  $t_0'$  pour lequel  $u^-(t_0') = -\frac{E}{3}$ , "0" brusque de nouveau

en  $+E$  et on recommence le raisonnement précédent.

96-



\*  $t_0 = u^-(t_0) = \frac{E}{3} \Rightarrow 2 - 3e^{-t_0/\tau_a} = 1$

$\Rightarrow e^{-t_0/\tau_a} = 1/3$

$\Rightarrow t_0 = \tau_a \ln(3)$

\*  $t_0'$  : Pour  $\delta(t) = -E$ ,  $\delta(t) \neq \pm$  devient :

$-\frac{2}{3}E = \tau_a \frac{du^-}{dt} + u^-$

avec pour solution :  $u^-(t) = E (-\frac{2}{3} + e^{-t/\tau_a})$ .

On cherche  $t_0'$  tel que  $u^-(t_0') = -\frac{E}{3} \Rightarrow -\frac{2}{3} + e^{-t_0'/\tau_a} = -\frac{1}{3}$

$\Rightarrow e^{t_0'/\tau_a} = 1$

$\Rightarrow t_0' - t_0 = \tau_a \ln(3)$ .

97-  $T = 2 \tau_a \ln(3)$ .



Q1 - On donne :  $e(t) = \text{constante} = E$ .

Il faut évaluer  $i(t)$  :  $E = u^+ - u^- \neq 0$  (car la fonction en régime de saturation) et  $i^+ = i^- = 0$ .

• Ici on travaille en régime de potentiels en régime variable :

$$\frac{E - u^+}{R' + 2R} = \frac{u^+}{R} \quad \text{en notation complexe}$$

Réponse :  $E - u^+ = \left( \frac{1}{j\omega RC} + 2 \right) u^+$

$$\Leftrightarrow u^+ = \frac{j\omega RC}{1 + 3j\omega RC} E$$

Admisi :  $E = \frac{u^+ - u^-}{3} = \frac{j\omega RC}{1 + 3j\omega RC} E - \frac{E}{3}$

On a admisi l'équation différentielle :

$$E(t) + 3RC' \frac{de}{dt} = RC' \frac{du}{dt} - \frac{E}{3} - RC' \frac{de}{dt}$$

$$\frac{de}{dt} = 0 \quad (\text{régime permanent}), \quad \frac{de}{dt} = \frac{dE}{dt} = 0 \quad (\text{cas transitoire})$$

Réponse :  $E(t) = -\frac{E}{3} < 0$ .

Admisi est bloquée à la valeur de saturation négative  $-E$ .

Q2 - On a montré précédemment que :

$$u^+ = \frac{j\omega RC}{1 + 3j\omega RC} E$$

l'équation différentielle est donc :

$$u^+(t) + 3RC' \frac{du^+(t)}{dt} = RC' \frac{du^+(t)}{dt}$$

On pose  $\tau_m = 3RC'$  :

$$u^+(t) + \tau_m \frac{du^+(t)}{dt} = \frac{\tau_m}{3} \frac{de}{dt}$$

Q3 - Pour  $t = 0^-$  :  $e(0^-) = -E$  et pour  $t = 0^+$  :

$e(t) = +E$  : la différence entre les deux moments est  $\Delta e = +2E$ .

• La tension aux bornes du condensateur est continue, la potentielle n'est pas continue. C'est RR qui est également continu.

On observe un front d'oscillation de tension :

$$u^+ = \frac{R}{R+2R} V_m(t) = \frac{1}{3} V_m(t)$$

$$\Delta u^+ = \frac{1}{3} \times 2E = \frac{2}{3} E$$

Q4 - En  $t = 0^-$ , la somme totale est atteinte :  $e(0^-) = -E$ .

Réponse :  $\frac{du^+(t)}{dt} = \frac{de(t)}{dt} = 0$  en  $t = 0^-$

Admisi  $\boxed{u^+(0^-) = 0}$  (à l'aide de l'éq. 2 de Q1)

Q5 - Pour  $t > 0$  :  $u^+(t) + \tau_m \frac{du^+(t)}{dt} = 0$

$$\text{car } e = +E \Rightarrow \frac{de}{dt} = 0$$

Admisi :  $u^+(t) = u^+(0^+) e^{-t/\tau_m}$

On :  $\Delta u = u^+(0^+) - u^+(0^-) = \frac{2}{3} E$ , d'où :

$$u^+(t) = \frac{2}{3} E e^{-t/\tau_m}$$

96 : On a :  $\varepsilon(t) = u^+(t) - u^-(t)$   
 Donc, pour  $t > 0$  :  $\varepsilon(t) = \frac{2}{3} E e^{-t/\tau_m} - \frac{E}{3}$

•  $\varepsilon(t) > 0$  :  $V_3 = +V_{sat} = +E$

On  $\varepsilon(t) > 0 \Rightarrow \frac{2}{3} E e^{-t/\tau_m} - \frac{E}{3} > 0$

$\Rightarrow e^{-t/\tau_m} > \frac{1}{2}$

$\Rightarrow -\frac{t}{\tau_m} > -\ln(2)$

$\Rightarrow t < \tau_m \ln(2)$

Ainsi, pour  $t \in [0, \tau_m \ln(2)]$ ,  $\varepsilon(t) > 0$  et  $V_3 = +E$

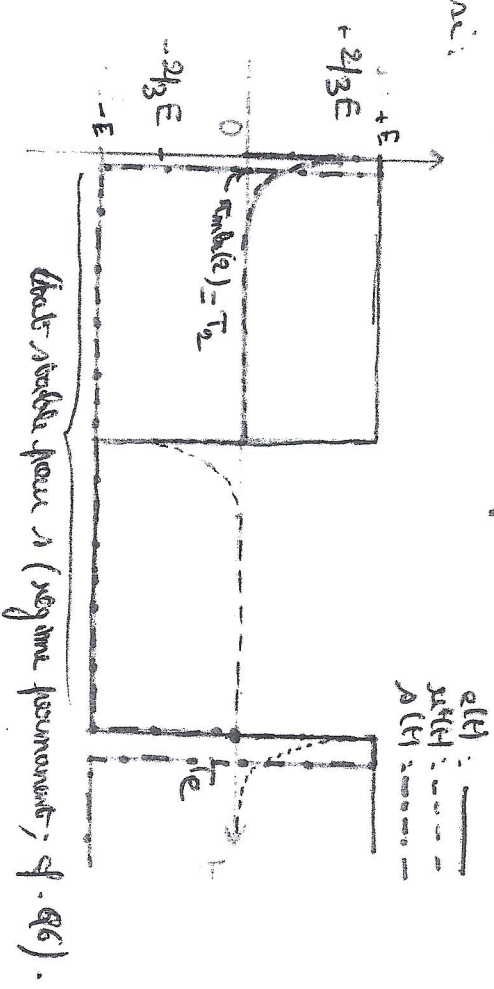
•  $\varepsilon(t) < 0$  pour  $t > \tau_m \ln(2)$  : donc  $V_3 = -E$  pour

$t > \tau_m \ln(2)$ , on pose  $T_2 = \tau_m \ln(2)$

97 : On a :  $u^+(t) + \tau_m \frac{du^+(t)}{dt} = \frac{\tau_m}{3} \cdot \frac{d\varepsilon}{dt}$  ;  $\tau_m = \frac{T_2}{30}$   
 $\Rightarrow u^+(t) = \pm \frac{2}{3} E e^{-t/\tau_m}$  pour  $e = \pm E$

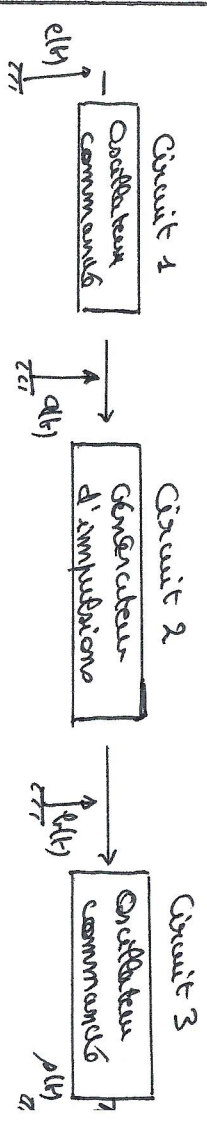
Par ailleurs, on veut de montrer que  $V_3 = +E$  pour  $t \in [0, \frac{T_2}{30} \ln(2)]$  et  $V_3 = -E$  pour  $t > \frac{T_2}{30} \ln(2)$

Admisi :



98 - On a montré précédemment que  $T_2 = \tau_m \ln(2)$

99 - On réalise l'association en série suivante :



• Le circuit 1 délivre une tension  $u(t)$  d'amplitude  $E$ .

• Tant que  $u(t) = +E$ , la sortie  $u(t)$  vaut :

- $+E$  pendant la durée  $T_2 = \tau_m \ln(2)$  ;
- $-E$  ensuite.

• lorsque  $u(t) = +E$ , le circuit 3 sort  $u(t) = -E$  lorsque  $u(t) = -E$ .

On en déduit que le circuit 1 amène  $T_1$ , le circuit 2 amène  $T_2$  et le circuit 3 amène  $T_3$ .

Ea : avec  $R = 1,0 \text{ k}\Omega$  pour les deux circuits, et  $T_2 = 60 \text{ ms}$ ,

$T_2 = 0$ , les ms et  $T_3 = 85 \mu\text{s}$ , on montre que le circuit est réalisable

Ai les capacités apparaissent dans les circuits sont telles que :

• circuit 1 :  $T_1 = 2\tau_m \ln(3) = \frac{4}{3} RC \ln(3) \Rightarrow C_1 \approx 12 \mu\text{F}$

• circuit 2 :  $T_2 = \tau_m \ln(2) = 3RC' \ln(2) \Rightarrow C' \approx 0,19 \mu\text{F}$

• circuit 3 :  $T_3 = 2\tau_m \ln(3) = \frac{4}{3} RC'' \ln(3) \Rightarrow C'' \approx 17 \text{ nF}$