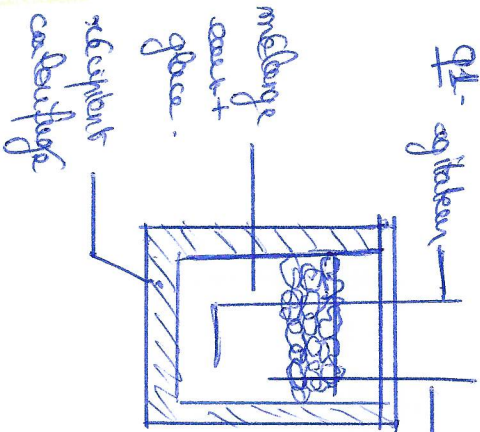


# Calorimétrie

Q1- agitateur ——— thermomètre \* la mesure pour calorimétrie

compte à mesure des températures initiale et finale d'un mélange dans une enceinte adiabatique, à pression constante.



\* Protocole :

- Poser une masse "M" d'eau à  $T_{193K}$ . La verser dans l'enceinte calorifique ; mesurer sa température au bout de quelques minutes.
- Rajouter la masse "m" de glace à  $T_{273K}$ . Fermer le récipient et agiter à l'aide du système approprié.
- Relire la température finale du système  $T_f$ .

Q2- Transformation adiabatique : transformation à transfert thermique nul.

- On travaille à pression constante : il faut utiliser l'enthalpie H car  $\Delta H = \Delta U + Q = 0$ .

Q3- Conversion dans l'hydrogène :

→ ① : la fonte de glace fond :  $T_2 < T_f < T_1$

$$\Delta H = \Delta H_{\text{eau}} + \Delta H_{\text{glac}}$$

$$= m_{\text{eau}} (T_f - T_2) + m_{\text{glac}} (T_f - T_{\text{fus}}) + m \Delta H_{\text{fusion}}$$

car fonte de glace agitant fondue à  $T_f$  puis doit être portée à  $T_1$  ainsi, avec  $\Delta H = 0$  :

$$T_f = \frac{(T_1 T_2 + m T_{\text{fus}}) m_{\text{eau}} + m \Delta H_{\text{fusion}}}{(T_1 + m) m_{\text{eau}}}$$

A.N. :  $T_f \approx 260K$  soit  $-13^\circ C \dots$  impossible

→ ② : sans agitation de la glace fond ; la température finale est  $T_f = T_{\text{fusion}} = 273K = T_f$

• Soit  $m'$  la masse de glace restante ; alors :

$$m_{\text{glac}} = m - m'$$

$$m_{\text{eau, total}} = T + m_{\text{glac}} = T + m - m'$$

On cherche  $m'$  ; on peut écrire :

$$\Delta H = 0$$

$$T m_{\text{eau}} (T_2 - T_1) + (m - m') \cdot \Delta H_{\text{fusion}} = 0$$

$$\Leftrightarrow m' = m + \frac{T m_{\text{eau}}}{\Delta H_{\text{fusion}}} (T_2 - T_1)$$

A.N. :  $m' \approx 0,25 \text{ kg}$  soit  $250 \text{ g}$ .

Bilan :  $T_f = T_2 = 273K$ ,  $m' = 250 \text{ g}$ ,  $m_{\text{eau}} = 4,25 \text{ kg}$ .

qte - de même scainnement conduit à :

$$\textcircled{1} \rightarrow T_p \approx 282K \text{ soit } 9^\circ\text{C} \Rightarrow T_0 < T_p < T_U \Rightarrow \underline{\text{OK}}$$

$$\textcircled{2} \rightarrow m' \approx -0,5 \text{ kg} \Rightarrow \text{IMPOSSIBLE.}$$

Toute la glace a donc fondu :

$$\underline{T_p = 9^\circ\text{C}, m' = 0 \text{ kg}, m_{\text{eau}} = 4,5 \text{ kg.}}$$

# Café chaud

Q1 - On cherche à ce que le système { sucre } soit à une température finale de  $50^\circ\text{C}$  par transport d'énergie thermique au échange thermique. Soit  $H$  la hauteur de laquelle le sucre est lancé :

État initial:  $E_{\text{tot},i} = m \cdot \Delta h_m (80^\circ\text{C}) + m g H$

en supposant un frottement à vitesse nulle.

État final:  $E_{\text{tot},f} = m \Delta h_m (50^\circ\text{C})$

en supposant que la vitesse est finalement nulle.

donc de l'équation avec la café (vitesse finale nulle).  
Ainsi, par conservation de l'énergie (hypothèse non-jante : absence de frottements fluide...):  
 $m \Delta h_m (80^\circ\text{C}) + m g H = m \Delta h_m (50^\circ\text{C})$

$(\Rightarrow) m C_m T_i + m g H = m C_m T_f$  avec  $\begin{cases} T_i = 20^\circ\text{C} \\ T_f = 50^\circ\text{C} \end{cases}$

$(\Rightarrow) H = \frac{C_m}{g} (T_f - T_i)$

A.N.:  $H = 1,5 \text{ km}$

Rq: Transmission thermique suppose d'absence de transport thermique non d'interface  $(\Rightarrow)$  absence de frottement fluide, de l'air sur nous d'interface  $(\Rightarrow)$  absence de frottement fluide...  
De même, ce qui est bien sûr existé cela...

Question pour votre site perso: quelle force de frottement fluide (STOKES ou  $v \sim v^2$ )? Comment prendre en compte la gain

de température par frottement de l'air (coefficient de traînée de la force de frottement de l'air de la chute, conservation de l'énergie...).

Q2 - On suppose négligeable la résistance à l'écoulement des liquides (niveau horizontal). Ainsi:

État initial:  $E_{\text{tot},i} = m \Delta h_m (T_i) + \frac{1}{2} m v_0^2$

État final:  $E_{\text{tot},f} = m \Delta h_m (T_f)$

Ainsi, par conservation de l'énergie (même argument que en Q1), on obtient:

$v_0 = \sqrt{2 C_m (T_f - T_i)}$

A.N.:  $v_0 \approx 1,7 \times 10^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , soit plus de  $600 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$

En ce qui concerne la chute, c'est évident car la vitesse est "négligeable". Mais il demeure un ordre de grandeur de la vitesse à donner au sucre dans la cas où on veut évaluer la température de  $30^\circ\text{C}$ ...

Q3 - On considère le système { café + sucre }. À l'état initial:

$E_{\text{tot},i} = \Delta h_{\text{café}} (T_{i,c}) + m \Delta h_m (T_{i,s})$

avec  $T_{i,c}$  à déterminer et  $T_{i,s} = 20^\circ\text{C}$

À l'état final:  $E_{\text{tot},f} = \Delta h_{\text{café}} (T_f) + m \cdot \Delta h_m (T_f)$

Donc, par conservation de l'énergie:

$C T_{i,c} + m C_m T_{i,s} = C T_f + m C_m T_f$

$(\Rightarrow) T_{i,c} = T_f + m \frac{C_m}{C} (T_f - T_{i,s})$

A.N.:  $T_{i,c} = 50,75^\circ\text{C}$

→ méthode simplifiée

Q4 - Transmission thermique suppose d'absence de transport thermique non d'interface  $(\Rightarrow)$  absence de frottement fluide, de l'air sur nous d'interface  $(\Rightarrow)$  absence de frottement fluide...  
De même, ce qui est bien sûr existé cela...

## Apport de Raoult pour une solution Electrique

q1 - a - La composition A contient un gaz parfait.

Les caractéristiques sont :

- Etat initial :  $T_0, m_0 = 1 \text{ mole}, T_0, V_0$ .
- Etat final :  $T, m_0 = 1 \text{ mole}, T_1, V_1$ .

Selon la relation des GE :

$$\begin{cases} P_0 V_0 = n_0 R T_0 & (1) \\ P V_1 = n_0 R T_1 & (1') \end{cases}$$

\* De même, pour le gaz du compartiment B :

$$\begin{cases} P_0 V_B = n_B R T_0 & (2) \\ P V_B = n_B R T_1 & (2') \text{ car } T_0 = \text{cste dans } \textcircled{B} \end{cases}$$

\* En fin :  $\Delta U_B = V_A + V_B$ .

Ainsi :

$$(1) + (2) = P (V_A + V_B) = n_0 R (T_0 + T_1)$$

$$\Leftrightarrow P = \frac{n_0 R \frac{T_0 + T_1}{2 V_B}} = \frac{P_0}{2} \left( 1 + \frac{T_1}{T_0} \right)$$

$$* V_A = \frac{n_0 R T_1}{P} = \frac{\Delta U_B \cdot T_1}{T_0 + T_1}$$

$$\text{Et } V_B = 2V_0 - V_A = 2V_0 \cdot \frac{T_0}{T_0 + T_1}$$

B - Les gaz parfaits respectent la première loi de Newton :

Compartiment A :  $\Delta U_A = n_0 C_{v,m} (T_1 - T_0)$ .

Compartiment B :  $\Delta U_B = 0$  car  $T = \text{constante} = T_0$ .

La variation totale d'énergie interne est ainsi :

$$\Delta U = \Delta U_A + \Delta U_B = n_0 C_{v,m} (T_1 - T_0)$$

car il est une grandeur additive.

c - Le gaz subit une compression isobare. Le travail :

$$\text{Le travail pour B avec A est celui de pour la pression :}$$

$$\text{tr} = - \int_{V_0}^{V_1} P(V) dV = - n_0 R T_0 \int_{V_0}^{V_1} \frac{dV}{V} \text{ car } T_{\text{cste}} = T_0$$

$$\Rightarrow \text{tr} = n_0 R T_0 \ln \left( \frac{V_0}{V_1} \right)$$

$$\text{Or } \frac{V_0}{V_1} = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{T_1}{T_0} \right) \text{ (cf. q1), donc :}$$

$$\text{tr} = n_0 R T_0 \ln \left[ \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{T_1}{T_0} \right) \right]$$

• Selon la 1<sup>ère</sup> prnc. de la thermodynamique appliquée au confinement :

$$B : \Delta U_B = \text{tr} - Q_2 = 0 \quad \Delta Q_2 \text{ est négatif pour la thermodynamique}$$

$$\Rightarrow Q_1 = + \text{tr} = n_0 R T_0 \ln \left[ \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{T_1}{T_0} \right) \right]$$

d - Selon la 1<sup>ère</sup> prnc. de la thermodynamique, en A :

$$\Delta U_A = \text{tr} + Q_2$$

car le gaz du compartiment A reçoit le 1<sup>er</sup> échange de

travail - tr. Ainsi :

$$Q_2 = \Delta U_A + \text{tr} = n_0 C_{v,m} (T_1 - T_0) + n_0 R T_0 \ln \left( \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{T_1}{T_0} \right) \right)$$

Selon la solution de TAYLOR :

$$\begin{cases} C_{P,m} - C_{V,m} = R & (\Delta \text{ grandeur molaire!}) \\ \gamma = \frac{C_{P,m}}{C_{V,m}} \end{cases}$$

donc  $C_{V,m} = \frac{R}{\gamma - 1}$

Alors :

$$Q_2 = \frac{n_0 R}{\gamma - 1} (T_2 - T_0) + n_0 R T_0 \ln \left[ \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{T_2}{T_0} \right) \right]$$

Rq : puisque  $n_0 = 1 \text{ mole}$  :

$$Q_2 = \frac{R}{\gamma - 1} (T_2 - T_0) + R T_0 \ln \left[ \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{T_2}{T_0} \right) \right]$$

Q2 - a- la gaz en A subit une compression adiabatique (pas de chaleur) et réversible (transformation lente).

Alors, selon la loi de SAFFRE :

$$P'_A \cdot V_A^\gamma = P \cdot V_A^\gamma$$

avec  $P$  et  $V_A$  les pression et volume à l'équilibre, avant l'interaction de la substance dans le compartiment-B.

Or :  $V'_A = V_0$ , donc :

$$P'_A = P \cdot \left( \frac{V_A}{V_0} \right)^\gamma = P \cdot \left( \frac{2T_2}{T_0 + T_2} \right)^\gamma$$

$$\Leftrightarrow P'_A = R \cdot \left( \frac{T_0 + T_2}{2V_0} \right) \cdot \left( \frac{2T_2}{T_0 + T_2} \right)^\gamma$$

avec  $n_0 = 1 \text{ mole}$

b- Compartiment A : gaz parfait :

$$P'_A \cdot V_0 = n_0 R \cdot T_A$$

$$\Rightarrow T_A = P'_A \cdot \frac{V_0}{R} \quad (n_0 = 1 \text{ mole})$$

$$\Leftrightarrow T_A = \frac{T_0 + T_2}{2} \cdot \left( \frac{2T_2}{T_0 + T_2} \right)^\gamma = T_2 \cdot \left( \frac{2T_2}{T_0 + T_2} \right)^{\gamma - 1}$$

Compartiment B : à l'équilibre mécanique, la pression de part et d'autre des pistons sont les mêmes : le compartiment B est donc à la pression  $P'_A$ . Comme son volume est  $V_0$ , on en déduit que :

$$T_B = T_A$$

c- Compartiment A :  $\Delta U_A = \frac{R}{\gamma - 1} (T_A - T_2)$

$$\Leftrightarrow \Delta U_A = \frac{R}{\gamma - 1} \cdot T_2 \left[ \left( \frac{2T_2}{T_0 + T_2} \right)^{\gamma - 1} - 1 \right]$$

Compartiment B :  $\Delta U_B = \frac{R}{\gamma - 1} (T_B - T_0)$

$$\Leftrightarrow \Delta U_B = \frac{R}{\gamma - 1} T_2 \left[ \left( \frac{2T_2}{T_0 + T_2} \right)^{\gamma - 1} - \frac{T_0}{T_2} \right]$$

Ensemble (A+B) :  $\Delta U = \Delta U_A + \Delta U_B$

$$\Leftrightarrow \Delta U_{(A+B)} = \frac{R}{\gamma - 1} T_2 \left[ 2 \cdot \left( \frac{2T_2}{T_0 + T_2} \right)^{\gamma - 1} - 1 - \frac{T_0}{T_2} \right]$$

ou  $\Delta U_{(A+B)} = \frac{R}{\gamma - 1} \left[ 2T_2 - (T_0 + T_2) \right]$

d- Réversible ( $A+B$ ) équilibre à volume constant,  
donc le travail des forces de pression est nul.  
Le seul échange thermique est  $Q_3$ ; ainsi:

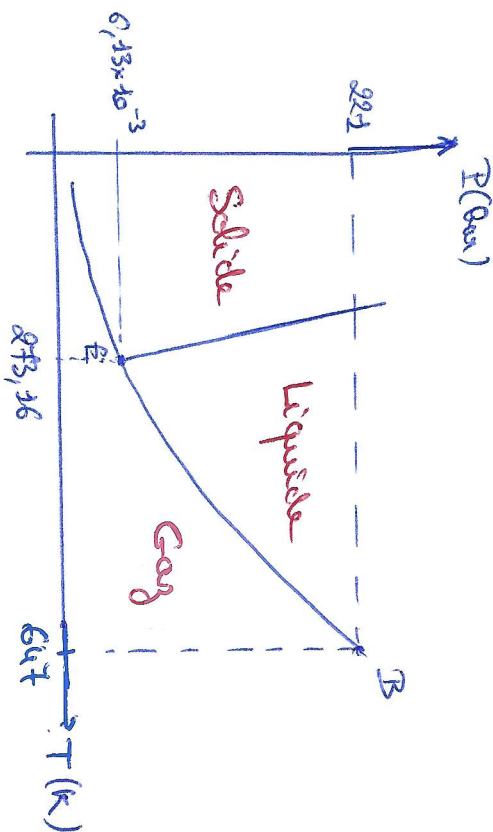
$$\Delta U_{(A+B)} = Q_3$$

$$\Leftrightarrow Q_3 = \frac{R}{\gamma-1} [2T_A - (T_B + T_C)]$$

---

## État de l'eau

Q1-

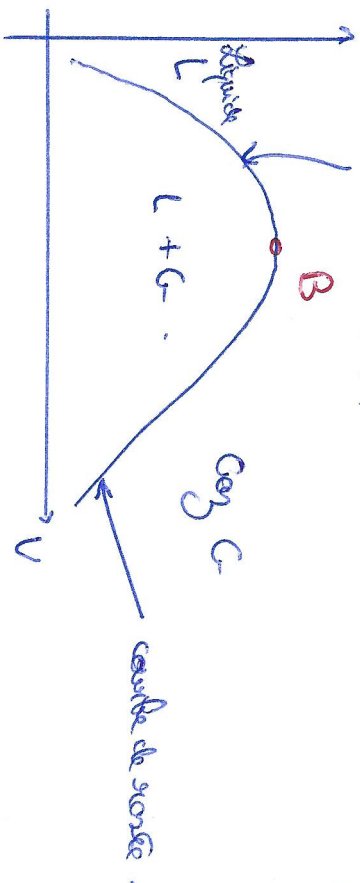


- E: Point triple (coexistence des phases solide / liquide / gaz)
- B: Point critique (transition avec fluide super critique).

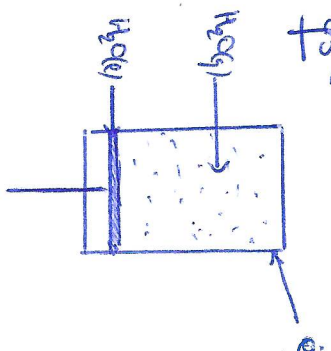
Q2- Pression de vapeur saturante: pression partielle de l'eau en phase gaz à l'équilibre liquide / gaz. Elle ne dépend que de la température.

Q3- La forme de la vapeur au dessus de mer normale (équilibre avec l'atmosphère).

Q4-



Q5-



L'événement est irréversible. Tout que la pression de vapeur d'eau  $P$  dans le cylindre est inférieure à la pression de vapeur saturante  $P_s$ , l'eau s'évapore.

Ainsi, en maintenant l'eau comme un gaz parfait:

$$P \leq P_s$$

$$\Leftrightarrow \frac{mRT}{V} \leq P_s$$

$$\Leftrightarrow m \leq \frac{P_s \cdot V}{RT}$$

On définit la masse maximale d'eau liquide dans le cylindre:

$$m_{\max} = m_{\max} \cdot \gamma_{\text{eau}} = \frac{P_s \cdot V \cdot \gamma_{\text{eau}}}{RT}$$

Q6- Si  $m < m_{\max}$ , alors  $P < P_s$ : l'eau est entièrement sous forme de vapeur.

Q7- On suppose  $m$  fixée et inférieure à  $m_{\max}$ . Or:

$$m = \frac{P \cdot V \cdot \gamma_{\text{eau}}}{RT}$$

Il y a condensation pour  $V = V_{\text{lim}}$  tel que  $P = P_s$ , ainsi, à  $m$  fixe

$$V_{\text{lim}} = \frac{mRT}{P_s \cdot \gamma_{\text{eau}}} < V \text{ car } \text{caract. } V, P < P_s.$$

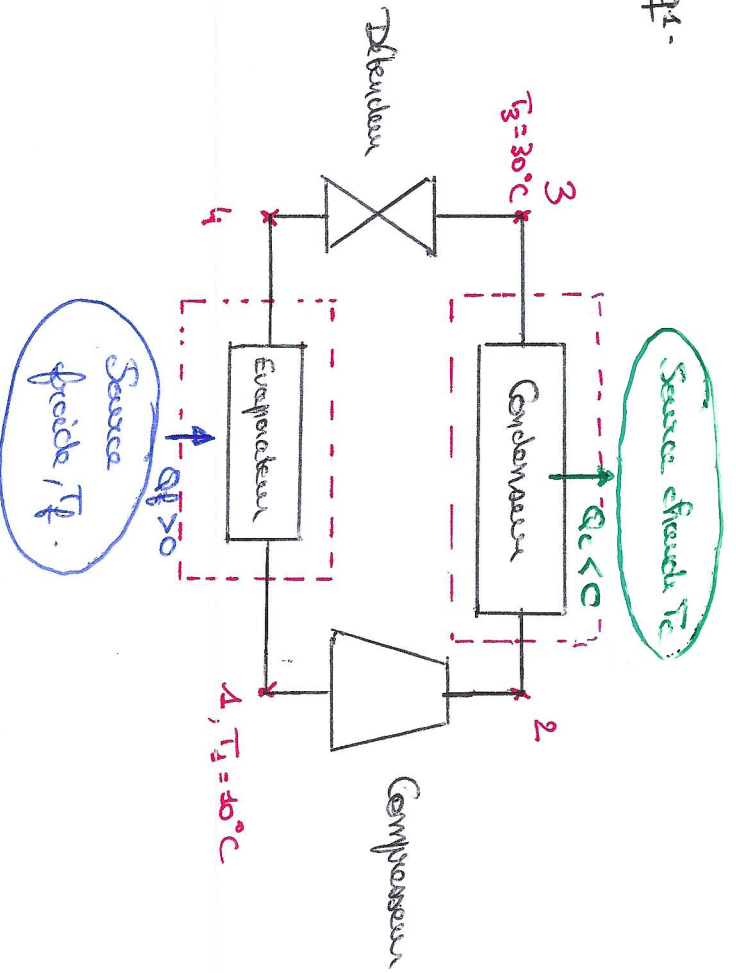
Il faut donc diminuer  $V$  pour atteindre l'équilibre liquide / gaz

Q8- Il y a condensation, donc  $P = P_s$ , ainsi:  $m_{\text{liq}} = \frac{P_s \cdot V_{\text{eau}}}{RT}$

$$\text{or } \alpha = \frac{m_{\text{vapeur}}}{m_{\text{total}}} = \frac{P_s \cdot V_{\text{vapeur}}}{m_{\text{total}} \cdot RT}$$

Étude d'un cycle réfrigérant à compression de vapeur

q1-



l'évaporation est endothermique, elle nécessite de l'énergie thermique. Celle-ci est fournie à la source froide, qui est donc en contact avec l'évaporateur.

La source froide est donc en contact avec le condenseur et réalise de l'énergie thermique produite par la détente (processus exothermique).

1 - Cycle avec compression successive

q2 - cf. cycle

q3 - Tableau :

Point	1	2s	3	4
P (Bar)	2,9	10	10	2,9
T (°C)	10	55	30	0
Etat du fluide	Vapeur sèche	Vapeur sèche	Liquide	Mélange liquide-vapeur
R (kJ.kg <sup>-1</sup> )	405	≈ 438	≈ 210	≈ 210

q4 - Pour un gaz parfait, selon la 2<sup>ème</sup> loi de Joule :

$$\Delta H = C_p \Delta T$$

Donc une transformation isotherme ( $\Delta T = 0$ ) est également une transformation isenthalpique ( $\Delta H = 0$ ) pour un G.P. Sur les diagrammes (P, R) et (T, s), les isothermes et isenthalpes sont confondues pour un G.P.

On remarque que la transformation 1 → 2s s'effectue dans une zone de détente où isotherme et isenthalpe ne sont pas confondues : le fluide R132 a une capacité donc pour un G.P. devant cette transformation.



## 2 - Cycle avec compression non-isotherme

q5 - On a : 
$$\begin{cases} R_1 = 405 \text{ kg}^{-1} \\ R_{23} = 438 \text{ kg}^{-1} \end{cases}$$

Donc : 
$$R_2 - R_1 = \frac{R_{23} - R_1}{\eta}$$

A.N. : 
$$R_2 - R_1 = \frac{438 - 405}{0,75} = 44 \text{ kg}^{-1}$$

q6 -

Point	2
P (bar)	10
T (°C)	65
Etat des fluides	Vapeur saturée
$q_1 (\text{kg} \cdot \text{kg}^{-1})$	$\approx 450$

Pour les traces  $\rightarrow$  cf. diagrammes.

q8 - Soit on se rend compte de la thermodynamique :

$$\Delta_{23} = \Delta_2 - \Delta_1 = \text{rech} - \text{ou}$$

Or, pour une transformation adiabatique réversible,

$$A_{23} = 0 \text{ et } \text{rech} = 0 \Rightarrow \Delta_{23} = 0. \quad (\text{cas de } 1 \rightarrow 2)$$

Donc :

$$\Delta_{23} = \Delta_1$$

• Si la transformation est adiabatique mais réversible (cas de  $1 \rightarrow 2$ ) :

$$\Delta_{23} = \Delta_2 - \Delta_1 = \text{rech} \text{ car } \text{rech} = 0.$$

Donc, puisque  $\text{rech} > 0$  :

$$\Delta_2 - \Delta_1 > 0$$

$$\Rightarrow \Delta_2 > \Delta_1$$

Comme  $\Delta_1 = \Delta_{23}$ , alors :

$$\Delta_2 > \Delta_{23}$$

Il y a une augmentation de la température  $\rightarrow$  2 augmente l'entropie de l'état 2 par rapport à 1.

q9 - La pression finale de la thermodynamique en système ouvert s'écrit :

$$\Delta R + \Delta_{\text{ec}} + \Delta_{\text{q1}} = \text{rech} + q_1 + q_2$$

Or  $|\Delta_{\text{ec}}| \ll |\Delta R|$  et  $|\Delta_{\text{q1}}| \ll |\Delta R|$ , donc :

$$\Delta R = \text{rech} + q_1 + q_2$$

l'efficacité du réfrigérateur est définie par :

$$e = \left| \frac{q_2}{\text{rech}} \right| = \frac{q_2}{\text{rech}} \text{ avec } q_1 > 0 \text{ et } \text{rech} > 0.$$

De plus, on peut remarquer que les coefficients de performance aux différentes transformations du cycle :

\*  $\nu_{21}$  est la température absolue mesurée au compresseur, donc

associé à la transformation  $1 \rightarrow 2$ . Or :

$$\Delta_{12} R = R_2 - R_1 = \nu_{21} + q_{\text{compresseur}}$$

La compression étant adiabatique,  $q_{\text{compresseur}} = 0$ .

Ainsi :

$$\nu_{21} = R_2 - R_1$$

\*  $q_R$  est la température thermodynamique échangée lors de l'évaporation, donc pendant la transformation  $4 \rightarrow 1$  :

$$\Delta_{41} R = R_1 - R_4 = \nu_{21} + q_R$$

L'évaporation n'effe donc pour cette de  $\nu_{21}$  mesurée, donc

$\nu_{21} = 0$ . Ainsi :

$$\Delta_{41} R = R_1 - R_4 = q_R$$

On en déduit :

$$e = \frac{R_1 - R_4}{R_2 - R_1}$$

$$q_{20} - \frac{A \cdot N \cdot e}{450 - 405} = \frac{405 - 240}{450 - 405} \approx \underline{\underline{3 \text{ K}}}$$

Cette efficacité est des bon ordre de grandeur pour les réfrigérateurs standard.

part - Pas de définition :

$$P_{\text{Boa}}^t = D_{\text{m}} \cdot q_R = D_{\text{m}} \cdot (R_1 - R_4)$$

$$A \cdot N \cdot e = P_{\text{Boa}}^t = 1,01 \times 10^{-2} \times (405 - 240) \approx \underline{\underline{1,65 \text{ kW}}}$$

De même :

$$P = D_{\text{m}} \cdot \nu_{21} = D_{\text{m}} \cdot (R_2 - R_1)$$

$$A \cdot N \cdot e = P = 1,01 \times 10^{-2} \times (450 - 405) \approx \underline{\underline{0,45 \text{ kW}}}$$

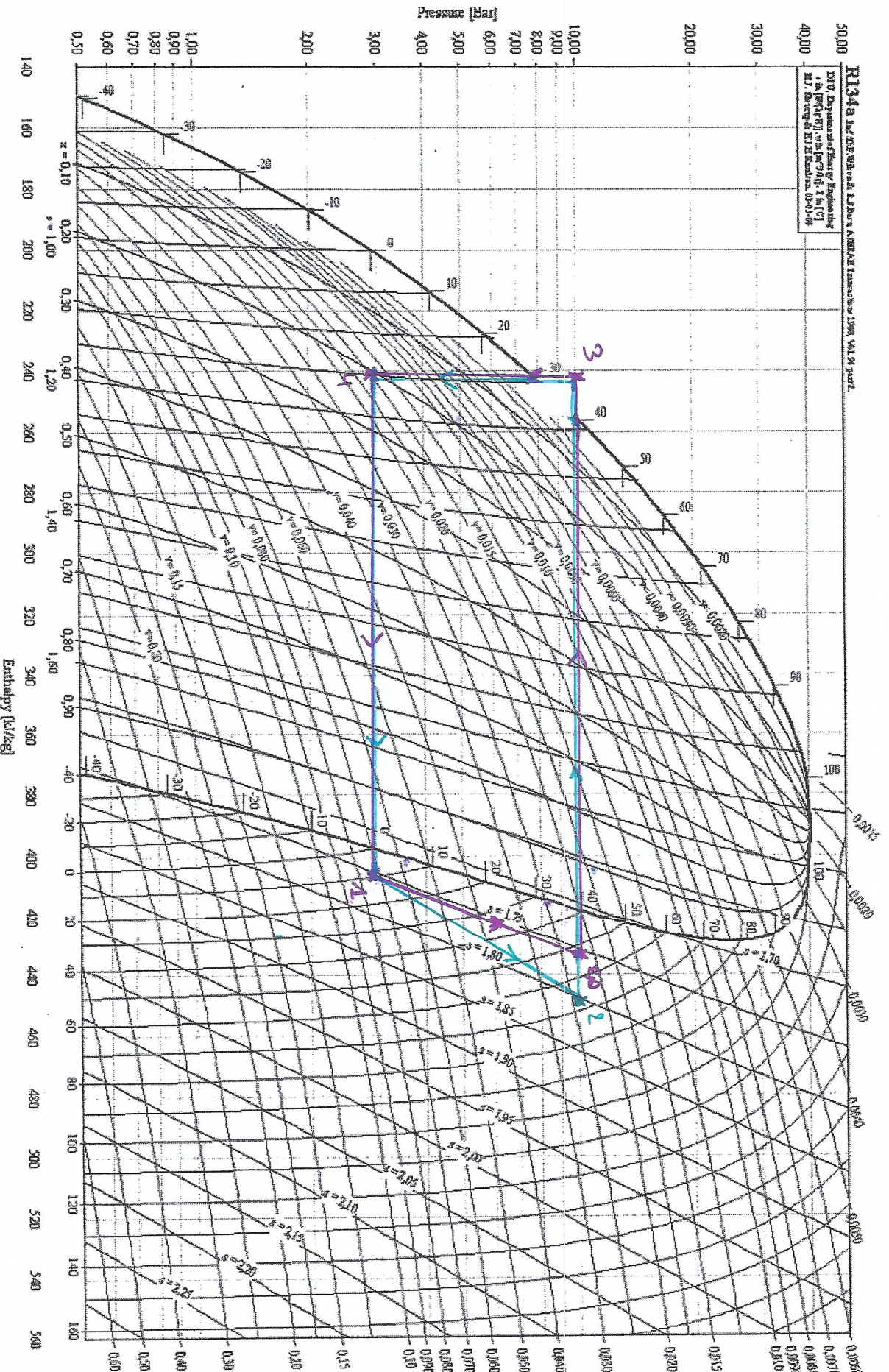


FIGURE 2 – Diagramme des frigorigènes du fluide R134a

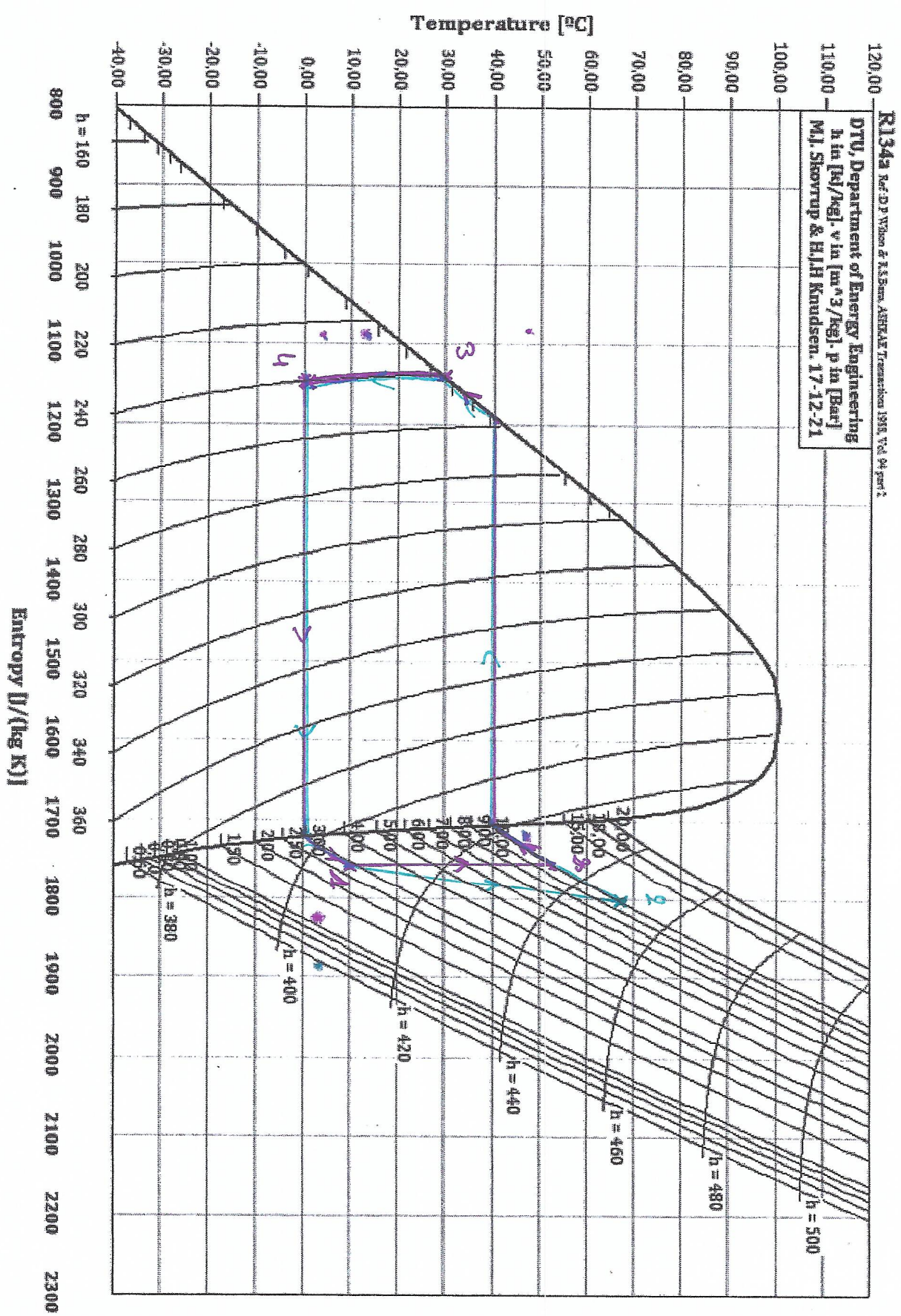
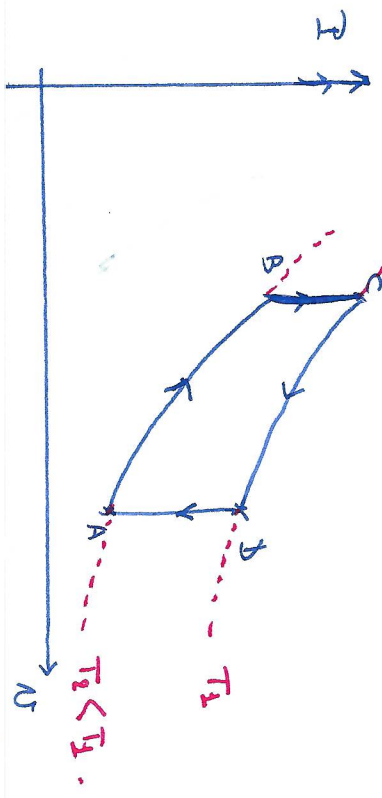


Figure 3 – Diagramme entropique (T, s) du fluide R134a

# Cycle de STIRLING

q1 - Gaz parfait :  $PV = nRT \Rightarrow P = \frac{nRT}{V}$

Donc  $P \propto \frac{1}{V}$  pour  $n$  et  $T$  constants.



q2 - Sur un cycle :

$$\begin{cases} \Delta U = 0 \\ \Delta S = 0 \end{cases}$$

Or  $\Delta S = \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + S_{\text{créa}} = \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2}$

car pour un cycle réversible :  $S_{\text{créa}} = 0$ .

Ainsi :  $\Delta S = 0 \Rightarrow \frac{Q_1}{T_1} = -\frac{Q_2}{T_2}$

INUTILE POUR Q2.

Les états A, B, C, D ont des entropies égales, et  $\Delta S_{A \rightarrow B} = 0$ .

Ainsi :  $\Delta U_{B \rightarrow C} = Q_{B \rightarrow C}$  car  $\Delta W_{B \rightarrow C} = 0$

$$\Delta U_{D \rightarrow A} = Q_{D \rightarrow A}$$

Or  $\Delta U_{B \rightarrow C} = C_V (T_2 - T_1)$

et  $A \rightarrow B$  : transformation isotherme, donc  $T_A = T_B$ .

De même, entre C et D :  $T_C = T_D$ .

D'où :  $\Delta U_{B \rightarrow C} = C_V (T_2 - T_1) = -\Delta U_{D \rightarrow A}$

et :  $Q_{B \rightarrow C} = -Q_{D \rightarrow A}$

Les échanges thermiques des transformations isothermes sont égaux et de signe opposé.

q3 - Résonnement  $\eta$  est défini par :

$$\eta = \frac{W}{Q_1} \text{ avec } Q_1 \text{ la transformation thermique liée à la source chaude (} T_1 \text{). Donc } Q_c = Q_1.$$

Or :  $\Delta U_{\text{cycle}} = W + Q_1 + Q_2 + Q_{B \rightarrow C} + Q_{D \rightarrow A} = W + Q_1 + Q_2$ , donc :

$$\eta = \frac{-(-Q_2 - Q_1)}{Q_1} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1}$$

De plus :  $Q_1 = -\frac{T_1}{T_2} Q_2$

donc :  $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$

- même relation que pour un cycle de Carnot réversible.
- $\eta \rightarrow 1$  pour  $T_2 \rightarrow 0 \Rightarrow T_2 \ll T_1$ .

# Cycle de BRAYTON

Q1- la variation infinitésimale d'énergie interne d'un gaz

pourfait évoluant entre 2 états  $(P_0, T_0, V_0)$  et

$(P_1, T_1, V_1)$  est donnée par :

$$du = \delta W + \delta Q = -P dV + T ds + \delta S_{source}$$

$$\Rightarrow du = -P dV + T ds$$

pour une évolution réversible ( $\delta S_{source} = 0$ ).

Or, selon la 1<sup>ère</sup> loi de source :

$$du = C_V dT$$

$$C_V dT = -P dV + T ds$$

$$\Leftrightarrow ds = C_V \frac{dT}{T} + P \frac{dV}{T}$$

Or :  $\frac{P}{T} = \frac{nR}{V}$  pour un gaz parfait, donc :

$$ds = C_V \frac{dT}{T} + nR \frac{dV}{V}$$

$$\Rightarrow \Delta S = S_1 - S_0 \quad \text{intégration entre } T_0 \text{ et } T_1$$

$$= C_V n \ln \left( \frac{T_1}{T_0} \right) + nR n \ln \left( \frac{V_1}{V_0} \right)$$

$$= C_V n \ln \left( \frac{T_1}{T_0} \right) + nR n \ln \left( \frac{P_0}{P_1} \cdot \frac{T_0}{T_1} \right)$$

$$= (C_V + nR) n \ln \left( \frac{T_1}{T_0} \right) + nR n \ln \left( \frac{P_0}{P_1} \right)$$

$$\text{Or } C_V + nR = nR \gamma \Rightarrow C_V + nR = \frac{\gamma}{\gamma-1} nR$$

Or :

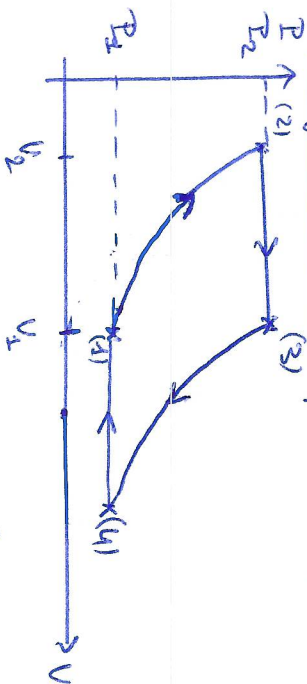
$$S_1 - S_0 = \frac{\gamma}{\gamma-1} nR n \ln \left( \frac{T_1}{T_0} \right) - nR n \ln \left( \frac{P_1}{P_0} \right)$$

On peut définir l'entropie d'un gaz parfait à P et T donnée par :

$$S(P, T) = \frac{\gamma}{\gamma-1} nR n \ln \left( \frac{T}{T_0} \right) - nR n \ln \left( \frac{P}{P_0} \right) + S_0$$

Rq: pour l'unité, on pose  $n=1$  mole.

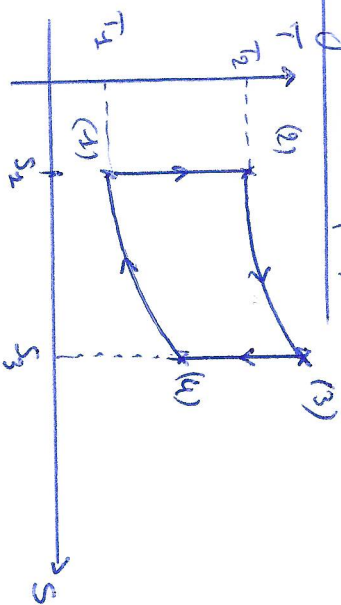
Q2- a- Diagramme de CLAPEYRON (P, V) :



1-2 : compression isotherme  $\Leftrightarrow$  adiabatique réversible d'un gaz.  
selon LAPLACE :  $P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma \Rightarrow P \propto \frac{1}{V^\gamma}$

les évolutions à pression constante se traduisent par des droites horizontales (isobares).

b- Programme  $T = f(S)$  :



• Entre (2) et (3), il y a apport de chaleur à P=cte. Or :

$$\Delta S = \frac{Q}{T} + S_{\text{créé}}$$

Pour  $Q > 0$ ,  $\Delta S > 0$  : il y a augmentation de l'entropie quand il y a apport de chaleur. Selon q1, s'évalue comme en (1) à P=cte : ainsi T évolue comme  $\exp(S)$ , d'où l'allure des courbes (2)  $\rightarrow$  (3) et (4)  $\rightarrow$  (5).

Q3 - a- Le rendement  $\eta$  est le rapport entre l'énergie thermique fournie au système et le travail mécanique produit :

$$\eta = -\frac{W}{Q_e} \quad (W < 0, Q_e > 0)$$

Q3 - b- Selon le premier principe de la thermodynamique, sur la cycle de la machine :

$$\Delta U = 0 = W + Q_e + Q_s$$

• On voit que, pour une évolution infinitésimale du système :

$$dS = \frac{1}{\gamma-1} R \cdot \frac{dT}{T} - R \frac{dP}{P} \quad (m=1 \text{ mol})$$

Or, entre (2) et (3) :

$$dQ = T dS \quad (\text{Transf. réversible: } S_{\text{créé}}=0)$$

$$\Rightarrow Q_e = \int_{S_2}^{S_3} T dS = \int_{T_2}^{T_3} \frac{\gamma R}{\gamma-1} dT - R \int_{P_2}^{P_3} \frac{dP}{P} = 0 \text{ car } P_2 = P_3$$

$$\Leftrightarrow Q_e = \frac{\gamma R}{\gamma-1} \cdot (T_3 - T_2)$$

Rq : ceci se retrouve de suite avec la fonction enthalpie, subie pour la transformation isobare :

$$\int dH = V dP + T dS = T dS \text{ pour } dP=0 \quad \text{apartir de } dH = c_p dT \text{ pour un gaz parfait}$$

d'où :  $\Delta H = c_p (T_3 - T_2) = \frac{\gamma R}{\gamma-1} (T_3 - T_2) = Q_e$

De même :

$$Q_s = \frac{\gamma R}{\gamma-1} (T_2 - T_4)$$

Or :  $\eta = -\frac{W}{Q_e} = +\frac{Q_e + Q_s}{Q_e} = 1 + \frac{Q_s}{Q_e}$

et  $\frac{Q_s}{Q_e} = \frac{T_2 - T_4}{T_3 - T_2}$

Or :  $\begin{cases} P_1^{-1/\gamma} \cdot T_1^\gamma = P_2^{-1/\gamma} \cdot T_2^\gamma \\ P_3^{-1/\gamma} \cdot T_3^\gamma = P_4^{-1/\gamma} \cdot T_4^\gamma \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} T_1 = T_2 \cdot \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \\ T_3 = T_4 \cdot \left(\frac{P_3}{P_4}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \end{cases}$

Pour :

$$\frac{Q_s}{Q_e} = \frac{T_2}{T_4} \cdot \frac{\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1}{\gamma}} - T_4}{\left(\frac{P_4}{P_3}\right)^{\frac{1}{\gamma}} - T_2} = \frac{T_2 \cdot \gamma^{\frac{1}{\gamma}} - T_4}{T_4 \cdot \gamma^{\frac{1}{\gamma}} - T_2}$$

avec  $\gamma = \frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{\gamma}$

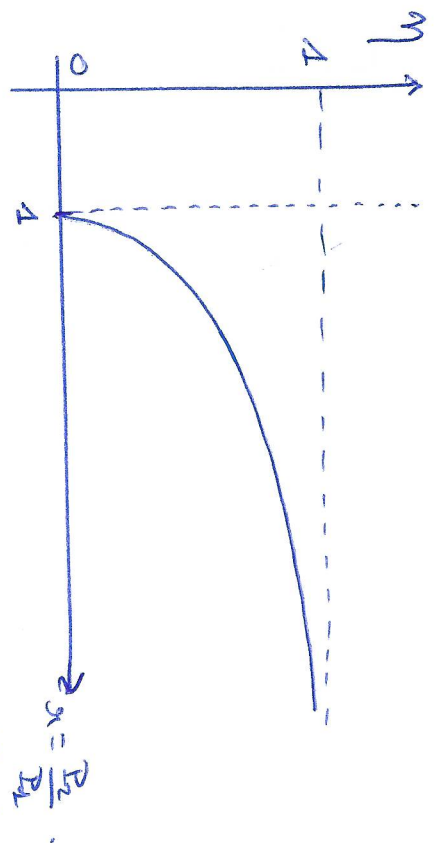
Donc :  $\frac{Q_s}{Q_e} = \gamma^{\frac{1}{\gamma}} \left[ \frac{T_2 - T_4 \gamma^{\frac{1}{\gamma}}}{T_4 \gamma^{\frac{1}{\gamma}} - T_2} \right] = -\gamma^{\frac{1}{\gamma}}$

et :  $\eta = 1 + \frac{Q_s}{Q_e} = 1 - \gamma^{\frac{1}{\gamma}} = 1 - \gamma^{-\frac{1}{\gamma}}$

• Pour  $\gamma = 1,4$  :  $\eta = 1 - \gamma^{-0,29}$

Rq :  $P_2 > P_1 \Rightarrow \boxed{\eta > 1}$

Alors:



Le second membre est d'autant plus proche de 1 que  $P_2$  est proche de  $P_1$  et  $P_2$  est important. De même, pour  $P_2 = P_1$ , le second membre est nul. Le compresseur joue donc un rôle essentiel dans le rendement du moteur.

Qu- a- La température est maximale on (3), à la sortie de l'échangeur de chaleur  $Q_e$ .

Q- On a: 
$$\begin{cases} T_{\max} = T_3 = 1000\text{K} \\ T_{\min} = T_1 = 300\text{K} \end{cases}$$

On: 
$$\begin{cases} W = -Q_e - Q_s \\ Q_e = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} (T_3 - T_1) \\ Q_s = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} (T_2 - T_4) \end{cases}$$

et 
$$\begin{cases} T_2 = T_1 \cdot r_1^{(\gamma-1)} \\ T_4 = T_3 \cdot r_1^{-(\gamma-1)} \end{cases}$$

Donc:

$$\begin{aligned} Q_e + Q_s &= \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \left[ T_3 - T_1 r_1^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} + T_2 - T_3 r_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \right] \\ &= \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \left[ T_{\max} \left( 1 - r_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \right) + T_{\min} \left( 1 - r_1^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right) \right] \end{aligned}$$

Donc:

$$W = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \left[ T_{\max} \left( r_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - 1 \right) + T_{\min} \left( r_1^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right) \right]$$

On a:

$$\frac{dW}{dr_1} = 0 \Rightarrow \frac{1-\gamma}{\gamma} \cdot T_{\max} r_1^{\frac{1-2\gamma}{\gamma}} + \frac{\gamma-1}{\gamma} T_{\min} r_1^{-\frac{1}{\gamma}} = 0$$

$$\Leftrightarrow T_{\max} r_1^{\frac{1-2\gamma}{\gamma}} = T_{\min} r_1^{\frac{1}{\gamma}}$$

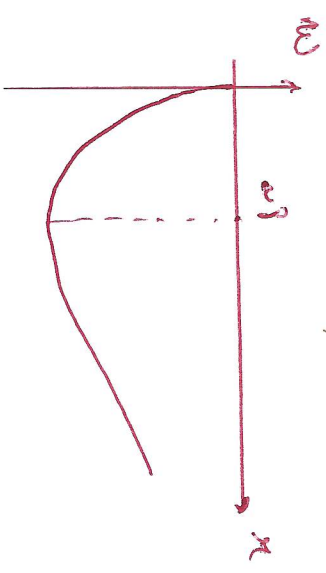
$$\Leftrightarrow r_1^{\frac{2}{\gamma} - 2} = \frac{T_{\min}}{T_{\max}}$$

$$\Leftrightarrow r_1 = \left( \frac{T_{\min}}{T_{\max}} \right)^{\frac{\gamma}{2(\gamma-1)}}$$

A.N.:  $r_1 = 8,2$

et  $\eta = 0,45$ . (avec  $\eta = 1 - r_1^{-0,28}$ )

Rq:



W est maximal,  $r_1 = 8$ , donc le travail fourni à l'utilisateur (= -W) est aussi maximal.