

TD4 - Thermodynamique : rappels et systèmes ouverts

Donnée : On considèrera dans tout les exercices que la constante des gaz parfaits a pour valeur : $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$.

1 Calorimétrie

Dans un récipient parfaitement calorifugé, on place une masse M d'eau à $T_1 = 293 \text{ K}$ et une masse $m = 500 \text{ g}$ de glace à $T_2 = 273 \text{ K}$. On travaille à la pression constante de 1 bar .

- Q1.** Donner le principe de fonctionnement et faire un schéma du dispositif. Décrire le protocole expérimental de mesure par calorimétrie.
- Q2.** Donner la définition d'une transformation adiabatique. Quelle fonction thermodynamique faut-il utiliser pour la transformation ? Justifier.
- Q3.** Déterminer la composition et la température du mélange à l'équilibre si la masse d'eau est $M = 1 \text{ kg}$.
- Q4.** Déterminer la composition et la température du mélange à l'équilibre si la masse d'eau est $M = 4 \text{ kg}$.

Données :

- $\Delta_r H_{\text{fusion}} = 3,36.10^5 \text{ J.kg}^{-1}$; $\Delta_r H_{\text{vaporisation}} = 2,26.10^6 \text{ J.kg}^{-1}$;
- Capacité thermique massique de l'eau : $c_e = 4,20.10^3 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$;
- Capacité thermique de la glace : $c_g = 2,06.10^3 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$;
- Capacité thermique de la vapeur d'eau : $c_v = 1,85.10^3 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$.

2 Comment obtenir du café chaud ?

Un amateur de café aime boire son café chaud (à 50°C). Malheureusement le sucre qu'il y ajoute risque de le refroidir car il est à la température ambiante 20°C (cf. figure ci-dessous).



Il envisage trois méthodes pour obtenir une température finale de 50°C .

- Prendre un café à 50°C et faire tomber le sucre de suffisamment haut pour que la température finale du mélange reste égale à 50°C .
- Prendre un café à 50°C et lancer le sucre avec une vitesse suffisante pour que la température finale du mélange reste égale à 50°C .
- Prendre un café à une température supérieure, l'addition du sucre l'amenant à 50°C .

La masse d'un sucre est $m = 5 \text{ g}$. L'énergie interne massique du sucre est du type $U_m = U_{m0} + c_m T$ ($c_m = 500 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ et T température en degré Celsius).

L'énergie interne de la tasse pleine de café sans sucre est du type $U_{tasse} = U_0 + CT$ avec U_0 une constante et $C = 100 \text{ J.K}^{-1}$.

On prendra $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

La transformation est supposée s'effectuer sans transfert thermique de l'extérieur et la dissolution du sucre est athermique.

- Q1.** De quelle hauteur h doit-il faire tomber le sucre dans le premier cas ?
- Q2.** Quelle vitesse doit-il communiquer au sucre dans le deuxième cas ?
- Q3.** Quelle température initiale doit avoir le café dans le troisième cas ?
- Q4.** Conclure.

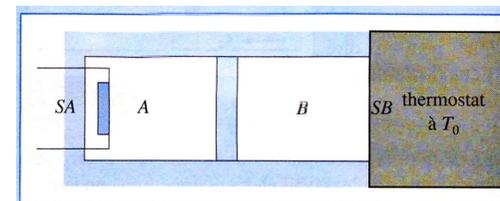
3 Apport de chaleur par une résistance électrique

Un cylindre fermé horizontal est divisé en deux compartiments de même volume V_0 par un piston coulissant librement sans frottement. A et B contiennent chacun une mole de gaz parfait à la pression P_0 et à la température T_0 .

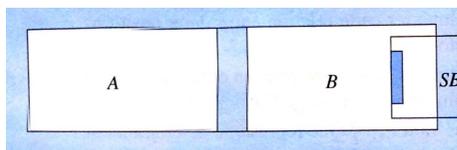
On donne, pour le gaz parfait, le coefficient $\gamma = \frac{C_{P,m}}{C_{V,m}}$

Le piston, la surface latérale du cylindre et la surface de base S_A du compartiment A sont athermanes (synonyme : calorifugées). La surface de base S_B du compartiment B est diathermane (synonyme : non-isolée thermiquement).

Le compartiment A est porté très lentement à la température T_1 à l'aide d'une résistance chauffante, le compartiment B reste à T_0 par contact thermique avec un thermostat à la température T_0 .



- Q1.** a- Exprimer les volumes V_A , V_B et la pression finale P , en fonction de T_1 , T_0 et V_0 correspondant à la position d'équilibre du piston.
- b- Quelle est la variation d'énergie interne du gaz à l'intérieur de A et de B ? En déduire la variation d'énergie interne du système ($A + B$). (Notons que la résistance chauffante et le piston sont exclus du système.)
- c- Quelle est la nature de la transformation subie par le gaz en B ? Quel est le travail échangé W par B avec A ? En déduire le transfert thermique Q_1 , Q_1 étant reçu par le thermostat. On exprimera W et Q_1 en fonction de T_0 , T_1 et R constante des gaz parfaits.
- d- En considérant le système A , trouver le transfert thermique Q_2 fourni par la résistance chauffante en fonction de T_0 , T_1 , R et γ .
- Q2.** Le système étant dans son état final, on suppose maintenant que la surface de base S_B du compartiment B est également athermane et qu'une résistance chauffante placée en B apporte un transfert thermique Q_3 de façon que le piston reprenne très lentement sa position d'équilibre initial.

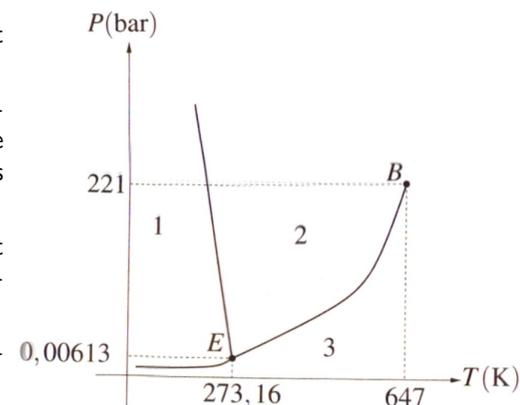


- a- Quelle est la nature de la transformation subie par le gaz du compartiment A ? Quelle est la pression finale d'équilibre P'_f ? Exprimer P'_f en fonction de T_0 , T_1 , V_0 , R et γ .
- b- Trouver les températures T_A et T_B dans chacun des compartiments, en fonction de T_0 , T_1 et γ .
- c- Quelles sont les variations d'énergie interne dans A , dans B et pour l'ensemble ($A + B$) en fonction de R , γ , T_A , T_0 et T_1 ?
- d- Quel est le transfert thermique Q_3 fourni par la deuxième résistance chauffante? Exprimer Q_3 en fonction de R , γ , T_0 et T_1 .

4 État de l'eau

Dans cet exercice, on s'intéresse à l'eau dont le diagramme des phases est donné ci-contre.

- Q1.** Reproduire ce diagramme et le compléter en donnant les domaines d'existence des différentes phases et en définissant les points caractéristiques.
- Q2.** Définir la pression de vapeur saturante et préciser de quel(s) paramètre(s) elle dépend.
- Q3.** Comment appelle-t-on le passage de la vapeur au liquide?



- Q4.** Représenter le diagramme donnant la pression en fonction du volume pour la transformation correspondante. On définira les domaines et on tracera les courbes de rosée et d'ébullition.

Soit une enceinte cylindrique diathermane de volume initial V , ce volume pouvant être modifié en déplaçant sans frottements un piston. L'ensemble est maintenu sous la pression atmosphérique à la température $T=373$ K. À cette température la pression de vapeur saturante vaut 1,0 bar. La vapeur d'eau sèche et saturante sera considérée comme un gaz parfait.

- Q5.** On néglige le volume occupé par la phase liquide devant le volume occupé par la vapeur, ainsi le volume de la phase gazeuse est égal au volume total de l'enceinte. Le cylindre étant initialement vide, on introduit, piston bloqué, une masse m d'eau. Déterminer la masse maximale m_{\max} d'eau qu'on peut introduire pour que l'eau soit entièrement sous forme vapeur. On donnera sa valeur en fonction de R , T , V , P_s la pression de vapeur saturante et M_{eau} la masse molaire de l'eau.
- Q6.** On considère que la masse d'eau introduite est inférieure à m_{\max} . Dans quel état se trouve l'eau?
- Q7.** Pour obtenir l'équilibre entre les phases liquide et vapeur de l'eau, faut-il augmenter ou diminuer le volume? Déterminer le volume limite V_{lim} à partir duquel on a cet équilibre.
- Q8.** La masse m d'eau introduite est telle qu'on a l'équilibre entre les phases liquide et vapeur. Déterminer la fraction massique d'eau sous forme vapeur.

5 Étude d'un cycle réfrigérant à compression de vapeur

Nous nous proposons d'étudier un cycle à compression de vapeur utilisé dans un réfrigérateur. La source chaude est la cuisine, de température T_c , la source froide est l'armoire du réfrigérateur et son contenu de température homogène T_f . Un fluide frigorigène décrit le cycle schématisé ci-dessous.

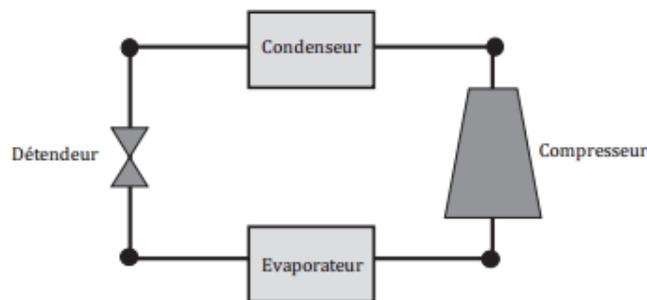


FIGURE 1

Il y subit les transformations suivantes :

- De l'état 4 à l'état 1 : évaporation à $T_{\text{evap}} = 0^\circ\text{C}$ puis surchauffe isobare jusqu'à 10°C .
- De l'état 1 à l'état 2 : compression adiabatique dans le compresseur.
- De l'état 2 à l'état 3 : refroidissement isobare, liquéfaction isobare à $T_{\text{cond}} = 40^\circ\text{C}$ puis sous-refroidissement du liquide jusqu'à 30°C .
- De l'état 3 à l'état 4 : détente isenthalpique du fluide.

On note h_i , s_i et v_i respectivement l'enthalpie, l'entropie et le volume massiques du fluide dans l'état i .

On note P_i et T_i respectivement la pression et la température du fluide dans l'état i .

Entre les états i et j , on note :

- $\Delta_{ij}h$ la variation d'enthalpie massique du fluide (les notations utilisées pour d'autres variations de grandeurs d'état s'en déduisent) ;
- q_{ij} le transfert thermique massique reçu par le fluide ;
- w_{ij} le travail massique utile (ou indiqué) reçu par le fluide.

Q1. Recopier la figure 1 et placer les différents points correspondant aux états 1 à 4.

Positionner la source chaude et la source froide.

Indiquer par une flèche le sens du transfert thermique entre les sources et le fluide dans l'évaporateur et dans le condenseur.

5.1 Cycle avec compression réversible

Dans un premier temps, on suppose que la **compression est adiabatique et réversible**. Elle conduit alors le fluide de l'état 1 à un état noté 2s.

Q2. Placer les points correspondant aux états 1, 2s, 3 et 4 dans les diagrammes $P(h)$ et $T(s)$ du fluide R134a en fin de TD (figures 2 et 3).

Remarque : les isobares dans la partie liquide du diagramme $T(s)$ sont confondues avec la courbe d'ébullition.

Q3. Remplir les colonnes représentant les états 1, 2s, 3 et 4 du tableau 1 en fin d'exercice.

Q4. En analysant les abaques de la figure 2 ou de la figure 3, indiquer si la vapeur sèche de R134a peut être assimilée à un gaz parfait entre les états 1 et 2s. Justifier.

5.2 Cycle avec compression non réversible

La compression n'est en réalité pas réversible. Le compresseur est caractérisé par son rendement isentropique défini par :

$$\eta = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1}$$

Le rendement isentropique du compresseur est de 75%.

Le cycle étudié est désormais $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$.

Q5. Déduire des valeurs de h_1 et h_{2s} celle de $h_2 - h_1$ et placer le point correspondant à l'état 2 sur la figure 2. Tracer le cycle sur la figure 2.

Q6. Compléter la colonne 2 du tableau 1.

Q7. Placer le point correspondant à l'état 2 sur le diagramme $T(s)$ (figure 3). Tracer le cycle sur la figure 3.

Q8. On observe graphiquement que $s_2 > s_{2s}$. Justifier physiquement.

Détermination de l'efficacité de la machine

On suppose que les variations d'énergie cinétique et potentielle sont négligeables lors du fonctionnement de la machine.

Q9. Montrer, à l'aide du premier principe de la thermodynamique en système ouvert, que l'on peut exprimer l'efficacité du réfrigérateur en fonction des enthalpies massiques de différents points du cycle $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$.

Q10. Déterminer, à l'aide de données évaluées sur le graphique, l'efficacité du cycle réfrigérateur décrit par le fluide.

Q11. Déterminer la puissance thermique \mathcal{P}_{th}^f extraite de la source froide et la puissance \mathcal{P} du compresseur.

Tableau 1 :

Point	1	2s	2	3	4
$P(\text{bar})$					
$T(^{\circ}\text{C})$					
État du fluide					
$h(\text{kJ.kg}^{-1})$					

TABLE 1

6 Cycle de Stirling

Un gaz, supposé parfait (avec C_V constant) décrit un cycle moteur composé de deux isothermes (source chaude de température T_1 et source froide de température T_2) et de deux isochores.

- Q1.** Tracer l'allure du cycle en coordonnées (P, v) .
- Q2.** Montrer que les quantités de chaleur échangées au cours des évolutions isochores sont opposées.
- Q3.** On admet que ces échanges de chaleur se font avec un régénérateur, interne à la machine, et que les seuls échanges thermiques avec l'extérieur ont lieu pendant les phases isothermes. Déterminer le rendement du cycle. Commenter le résultat.

7 Cycle de Brayton (*)

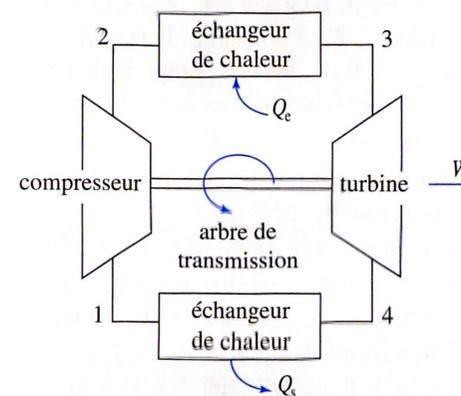
Dans tout le problème, le gaz subissant les différentes transformations est assimilé à de l'air considéré comme un gaz parfait. Le rapport γ des chaleurs massiques sera pris

constant et égal à 1,4.

Les transformations seront toutes considérées comme réversibles.

On se propose d'étudier un dispositif de turbine à gaz fonctionnant suivant un cycle de BRAYTON. Il s'agit d'un cycle moteur.

Le schéma de principe du système est représenté ci-dessous. Les grandeurs échangées sont algébrisées selon les conventions habituelles par rapport au système.



Les différentes transformations sont les suivantes :

- 1 → 2 : compression isentropique dans le compresseur ;
- 2 → 3 : apport de chaleur (Q_e) à pression constante ;
- 3 → 4 : détente isentropique dans la turbine ;
- 4 → 1 : dégagement de chaleur (Q_s) à pression constante.

- Q1.** Calculer l'entropie d'une mole de gaz parfait en variables T, P . On note S_0 l'entropie d'une mole de gaz parfait à la température T_0 sous la pression P_0 .
- Q2.** Représenter le cycle :
 - a- dans le diagramme de CLAPEYRON ;
 - b- dans le diagramme entropique, $T = f(S)$.
- Q3.** a- Définir le rendement η du cycle.
 - b- Calculer ce rendement en fonction de γ et du rapport des pressions $r = \frac{P_2}{P_1}$
 - c- Tracer l'allure de la courbe représentative de $\eta = f(r)$. Commenter son allure.
- Q4.** a- En quel point du cycle la température est-elle maximale ?
 - b- Les températures maximale et minimale atteintes au cours du cycle étant respectivement $T_{max} = 1\ 000\ \text{K}$ et $T_{min} = 300\ \text{K}$, déterminer la valeur de r rendant maximal le travail fourni par le système. Calculer alors η .

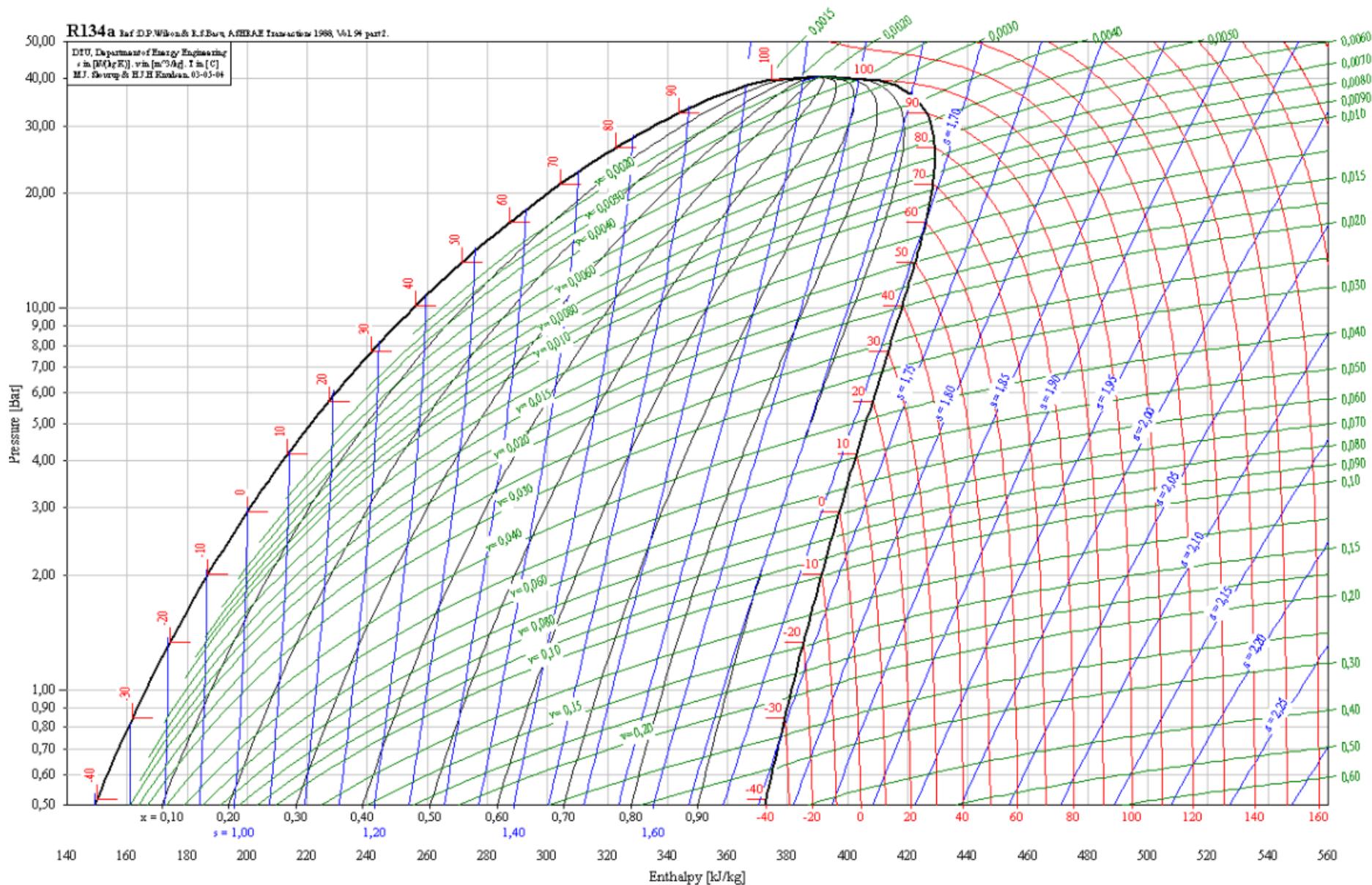


FIGURE 2 – Diagramme des frigoristes du fluide R134a

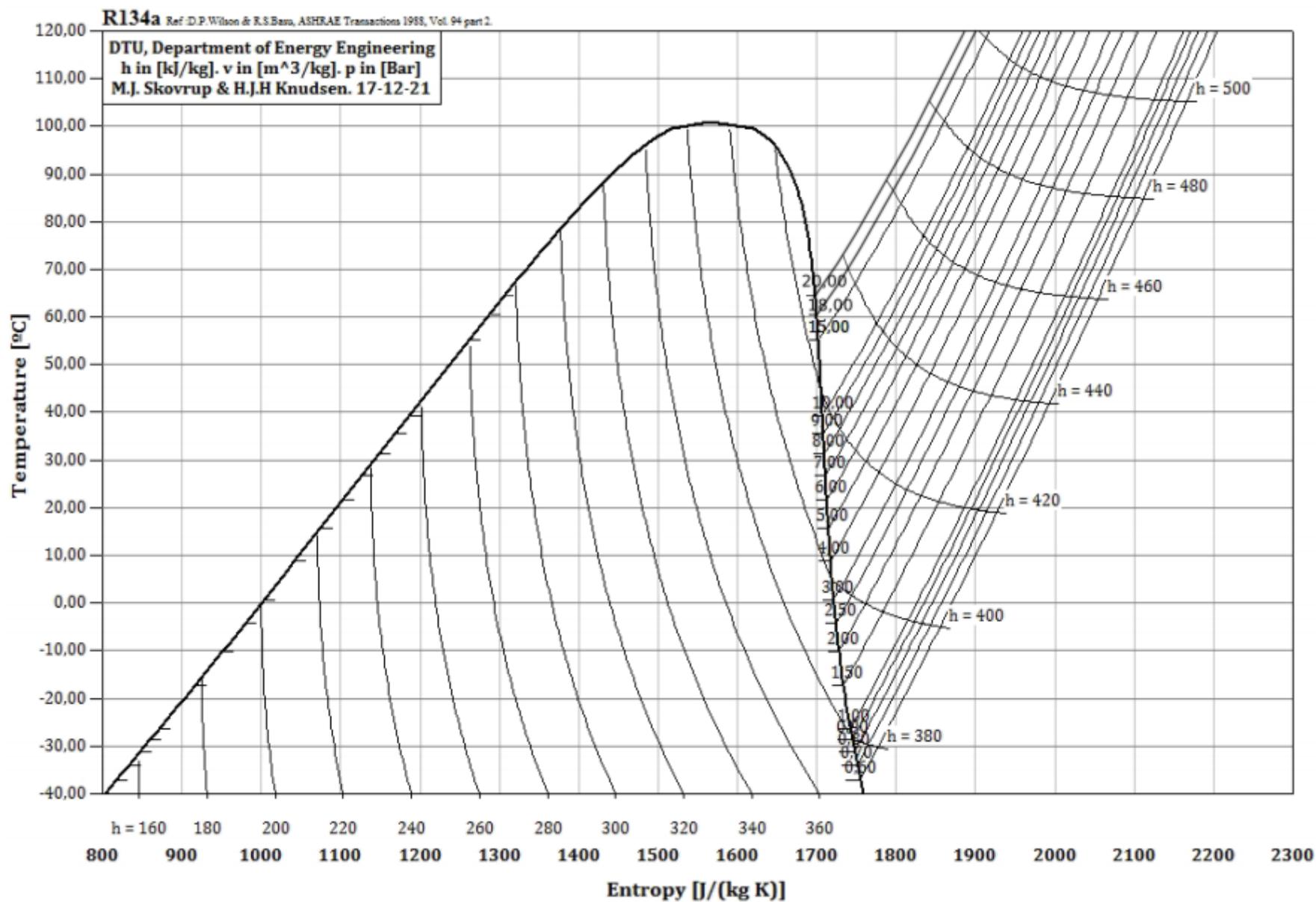


FIGURE 3 – Diagramme entropique (T, s) du fluide R134a

Aides pour les exercices

Exercice 1

- Q1. Commencer par un schéma annoté du calorimètre. cf. TP calorimétrie + première année pour le protocole.
 Q2. Enthalpie : $\Delta H = 0$
 Q3. eau liquide : 1,25 kg ; glace : 250 g ; $T = 273$ K
 Q4. eau liquide : 4,5 kg ; glace : 0 g ; $T = 9^\circ\text{C}$

Exercice 2

- Q1. $H \simeq 1.5$ km en l'absence de frottements fluides (chute libre) et en négligeant l'influence de l'impact du sucre dans le café...
 Q2. $v_0 \simeq 170$ m s⁻¹ sous des hypothèse similaires.
 Q3. $T_i \simeq 50.75^\circ\text{C}$
 Q4. Transfert d'énergie par voie thermique plus "efficace" que par voie mécanique.

Exercice 3

- Q1. a - $P = n_0 R \frac{T_0 + T_1}{2V_0}$; $V_A = 2V_0 \frac{T_1}{T_0 + T_1}$; $V_B = 2V_0 \frac{T_0}{T_0 + T_1}$
 b- $\Delta U = n_0 C_{v,m} (T_1 - T_0)$
 c- $Q_1 = W = nRT_0 \ln\left(\frac{1}{2}\left(1 + \frac{T_1}{T_0}\right)\right)$
 d- $Q_2 = \frac{n_0 R}{\gamma - 1} (T_1 - T_0) + n_0 RT_0 \ln\left(\frac{1}{2}\left(1 + \frac{T_1}{T_0}\right)\right)$
 Q2. a - Pour $n_0 = 1$ mole : $P'_f = R \left(\frac{T_0 + T_1}{2V_0}\right) \left(\frac{2T_1}{T_0 + T_1}\right)^\gamma$
 b- $T_A = \frac{T_0 + T_1}{2} \left(\frac{2T_1}{T_0 + T_1}\right)^\gamma$ et $T_B = T_A$
 c- $\Delta U_{A,B} = \frac{R}{\gamma - 1} (2T_A - (T_0 + T_1))$
 d- $Q_3 = \frac{R}{\gamma - 1} (2T_A - (T_0 + T_1))$

Exercice 4

- Q5. $m_{max} = \frac{P_S V M_{eau}}{RT}$
 Q6. Vapeur.

Q7. $V_{lim} = \frac{mRT}{P_S M_{eau}}$

Q8. $x = \frac{P_S V M_{eau}}{mRT}$

Exercice 5

Tableau récapitulatif des valeurs attendues (à la précision du tracé près) :

Point	1	2s	2	3	4
Pression (bar)	2,9	10	10	10	2,9
Température (°C)	10	55	65	30	0
Etat	Vap. sèche	Vap. sèche	Vap. sèche	Liq.	Mélange liq.-vap.
h (kJ kg ⁻¹)	405	438	450	240	240

Q5. $h_2 - h_1 = 44$ kJ kg⁻¹

Q9. $e = \frac{h_1 - h_A}{h_2 - h_1} \simeq 3.7$

Q10. $\mathcal{P}_{f,th} = 1.65$ kW et $\mathcal{P} = 0.45$ kW

Exercice 6

- Q2. Que dire du transfert d'énergie par les forces pressantes lorsqu'une transformation est isochore ? Appliquer le 1er principe dans ce cas.
 Q3. $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$

Exercice 7

- Q1. cf. cours (révisions second principe).
 Q3. a - $\eta = -\frac{W}{Q_e}$
 b- $\eta = 1 - r^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$
 c- Discuter de l'influence de r sur le rendement η .
 Q4. a- Température maximale en (3)
 b- Il faut calculer $\frac{dW}{dr} = 0$. On obtient $r = \left(\frac{T_{min}}{T_{max}}\right)^{\frac{\gamma}{2(1-\gamma)}} \simeq 8.2$ et $\eta = 0.45$