

# Devoir en Temps Limité n°2 de Physique-Chimie

Le samedi 28 septembre 2024

Thème : Électronique    Durée : 4 heures

## Consignes

Ce devoir est constitué de **3 exercices** indépendants, et contient 9 pages **dont un document réponse à rendre avec la copie** (page 9).

Il est demandé de porter le plus grand soin à la rédaction, c'est-à-dire :

- dans la forme : résultats **encadrés**, copies aérées ;
- dans le fond : justification des réponses, clarté de l'expression, concision des réponses.

**Tout résultat non justifié ne sera pas évalué**

**La calculatrice est autorisée.**

Nous nous intéressons dans ce problème aux oscillateurs, systèmes électroniques au cœur de très nombreux objets qui nous entourent au quotidien : montre, voiture, radio, ordinateur, etc. . . Quelle que soit l'application, l'objectif d'un oscillateur est le même : générer un signal de période stable, de caractéristiques spectrales choisies, sans aucun signal d'entrée. Deux réalisations sont proposées dans ce problème : en première partie oscillateur à relaxation, et en seconde partie un oscillateur quasi-sinusoidal.

## 1 Étude d'un oscillateur à relaxation

On cherche à analyser le comportement de la structure de l'oscillateur à relaxation présentée en figure 1.

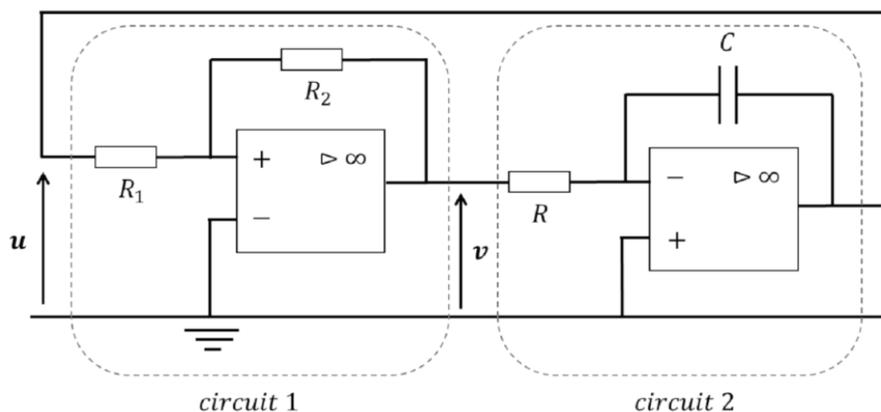


FIGURE 1 – Oscillateur à relaxation

On considère les amplificateurs linéaires intégrés idéaux (ALI idéaux) et on note  $+V_{\text{sat}}$  et  $-V_{\text{sat}}$  leurs tensions de saturation. À  $t = 0$  s, on suppose que la tension  $v$  vaut  $+V_{\text{sat}}$  et que la tension  $u$  est nulle. Tout d'abord, nous nous intéressons au circuit 1.

- Q1.** Préciser, en le justifiant, le mode de fonctionnement de l'ALI idéal. Quelles sont les valeurs que peut prendre la sortie  $v$  ?
- Q2.** Déterminer la tension de commutation  $u_{\text{seuil1}}$  pour laquelle la tension de sortie  $v$  bascule de  $+V_{\text{sat}}$  à  $-V_{\text{sat}}$ . Déterminer de même la tension de commutation  $u_{\text{seuil2}}$  pour laquelle la tension de sortie  $v$  bascule de  $-V_{\text{sat}}$  à  $+V_{\text{sat}}$ .
- Q3.** Tracer la tension  $v$  en fonction de la tension  $u$  en annotant soigneusement le tracé.
- Q4.** En analysant le fonctionnement du circuit 2, montrer que la relation entre  $u$  et  $v$  s'écrit :

$$\frac{du}{dt} = -\frac{v}{RC}$$

Comment s'appelle un tel montage ?

- Q5.** Si la tension  $v$  est constante et vaut  $+V_{\text{sat}}$ , quelle est l'allure du signal d'entrée  $u$  ?

On suppose que la commutation de  $v$  de  $-V_{\text{sat}}$  à  $+V_{\text{sat}}$  vient tout juste d'être effectuée. Les chronogrammes des tensions  $u$  et  $v$  sont donnés en figure 2.

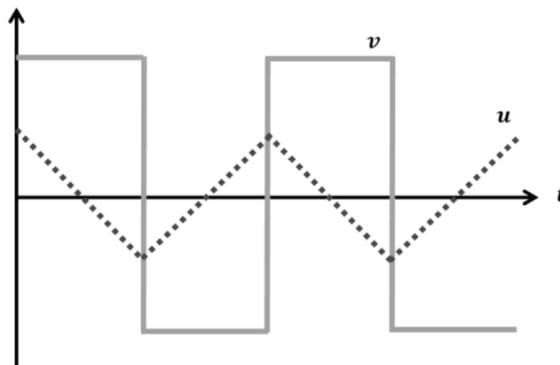


FIGURE 2 – Allures temporelles des signaux issus de l'oscillateur à relaxation

- Q6.** Compléter la figure en y faisant figurer les tensions suivantes :  $-V_{\text{sat}}$ ,  $+V_{\text{sat}}$ ,  $u_{\text{seuil1}}$  et  $u_{\text{seuil2}}$ .
- Q7.** Exprimer la fréquence  $f$  de la tension  $u$  en fonction de  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R$  et  $C$ .

On souhaite obtenir un signal triangulaire d'amplitude  $V_{\text{max}} = 2\text{V}$  et de fréquence  $f = 1\text{kHz}$ . On alimente les ALI en  $\pm 15\text{V}$ , ainsi  $V_{\text{sat}} = 15\text{V}$ . On impose d'utiliser les résistances  $R$  et  $R_2$  telles que  $R = R_2 = 1000\Omega$ .

- Q8.** Déterminer les valeurs de la résistance  $R_1$  et du condensateur  $C$  pour répondre au cahier des charges.
- Q9.** Quelle caractéristique de l'ALI peut limiter la fréquence de fonctionnement d'un tel montage ?

## 2 Conditionnement d'un capteur capacitif

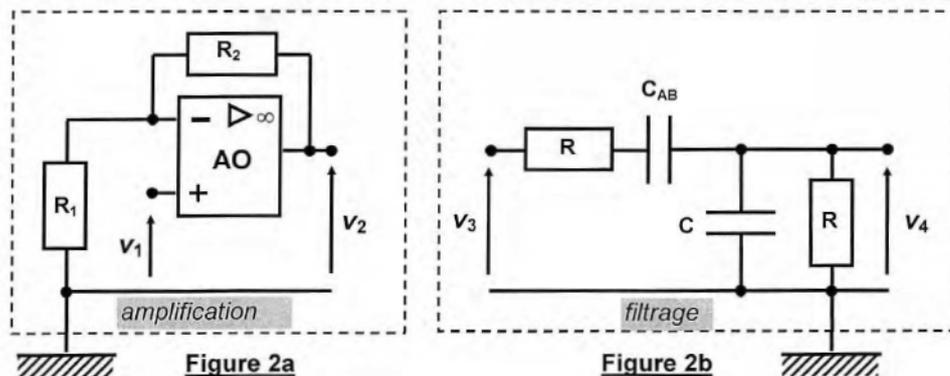
Un capteur capacitif est constitué de deux armatures métalliques cylindriques, de même axe, constituant un condensateur électrique. Lorsque ce condensateur s'approche d'un objet métallique, la capacité équivalente du système condensateur + plaque, notée  $C_{AB}$ , dépend de la distance  $z$  entre le capteur et l'objet. On peut alors montrer que, pour une variation de distance  $\Delta z$  très petite devant une valeur de référence  $z_0 = 2 \text{ mm}$  :

$$C_{AB} = C_0 \left( 1 + k \frac{\Delta z}{z_0} \right)$$

avec  $C_0 = 7 \text{ pF}$  et  $k = -0.2$ , deux constantes dépendant des caractéristiques géométriques du capteur.

### 2.1 Conditionnement du capteur

On associe à la tension électrique  $v(t) = V_0 \cos(\omega t + \phi)$  le signal analytique sous forme complexe  $\underline{v}(t) = \underline{V}_0 \exp(j\omega t)$  où  $\underline{V}_0 = V_0 \exp(j\phi)$  désigne l'amplitude complexe du signal et  $j$  le complexe tel que  $j^2 = -1$ . Les amplificateurs opérationnels (AO) sont supposés idéaux et en fonctionnement linéaire. Le capteur de capacité  $C_{AB}$  est inséré dans un circuit de mesure comportant deux blocs : un bloc amplificateur (Figure 2a) et un bloc de filtrage (Figure 2b).



**Q1.** On suppose que chacun des blocs est alimenté par une tension sinusoïdale. Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte  $\underline{H}_1(j\omega) = \underline{V}_2(j\omega)/\underline{V}_1(j\omega)$ . Pourquoi ce montage est qualifié d'amplificateur ? On notera  $A = |\underline{H}_1(j\omega)|$

**Q2.** Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte  $\underline{H}_2(j\omega) = \underline{V}_4(j\omega)/\underline{V}_3(j\omega)$  du bloc "filtrage". Préciser la nature du filtre.

La borne de sortie de l'amplificateur est reliée à l'entrée du filtre et la borne de sortie du filtre est reliée à la borne non inverseuse de l'AO, de sorte que :  $v_1 = v_4$  et  $v_2 = v_3 = v_s$ .

**Q3.** Justifier que le courant de sortie du bloc "filtrage" peut être considéré nul dans la suite de l'étude.

**Q4.** Quelle est l'expression de la fonction de transfert  $\underline{H}(j\omega) = \underline{H}_1(j\omega) \times \underline{H}_2(j\omega)$  en régime sinusoïdal ? En déduire que l'équation différentielle à laquelle obéit la tension  $v_s(t)$  pour un régime quelconque s'écrit :

$$\tau^2 \frac{d^2 v_s}{dt^2} + \tau' \frac{dv_s}{dt} + v_s = 0$$

avec  $\tau$  et  $\tau'$  des constantes réelles.

**Q5.** Pour quelle valeur de  $R_2$ , fonction de  $R_1$ ,  $C$  et  $C_{AB}$ , des oscillations sinusoïdales stables peuvent-elles s'établir ? Quelle est alors la pulsation  $\omega_0$  de ces oscillations ?

Fixons  $C = C_0$  et  $R = R_f = 100 \text{ k}\Omega$  et supposons que  $\Delta z = 0$ .

**Q6.** Déterminer les valeurs de la résistance  $R_2$  et de la pulsation  $\omega_0$  de l'oscillateur.

**Q7.** Le spectre en fréquence de  $v_s(t)$  fait apparaître trois raies principales : une d'amplitude élevée à la fréquence  $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$ , les autres de faibles amplitudes à  $f_1 = 2f_0$  et  $f_2 = 3f_0$ . Justifier le qualificatif de "quasi-sinusoïdal" pour cet oscillateur.

Dès que la tête du capteur se déplace par rapport à la cible, la capacité  $C_{AB}$  varie. La résistance  $R_2$  garde la valeur obtenue dans la question précédente et  $C$  est fixée à  $C_0$

**Q8.** Réécrire, pour un faible déplacement de la cible ( $\Delta z/z_0 \ll 1$ ), l'équation différentielle vérifiée par  $v_s(t)$  en faisant apparaître les paramètres  $k$ ,  $C_0$ ,  $R$  et  $\Delta z/z_0$ . Comment évolue alors  $v_s(t)$  pour un faible déplacement  $\Delta z$  positif ou négatif de la cible ?

La condition d'oscillation n'est plus vérifiée à chaque instant par une résistance  $R_2$  fixe car cette condition s'écrit en fonction de la capacité  $C_{AB}$  variable; la résistance  $R_2$  est remplacée par un montage approprié assurant les oscillations. Ce montage ne sera pas étudié ici.

**Q9.** Pour une valeur adaptée de  $R_2$ , quelle est l'expression de la pulsation  $\omega_{osc}$  des oscillations obtenues en fonction de  $\omega_0$ ,  $k$  et  $\frac{\Delta z}{z_0}$  ?

### 2.2 Conditionnement du signal

La tension  $v_2(t) = V_0 \sin(\omega t)$  est injectée dans une série de trois montages élémentaires A, B et C ne comportant que des composants idéaux (figure 3).

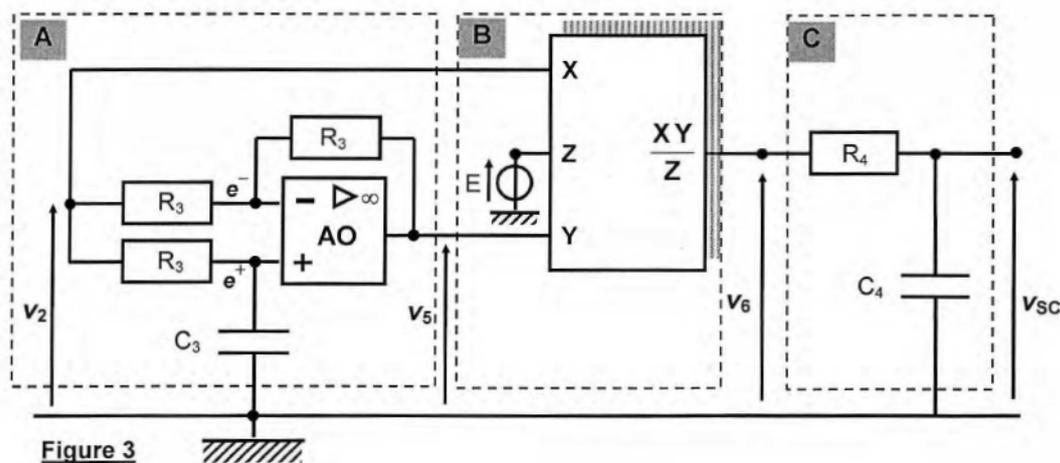


Figure 3

**Q10.** Écrire les tensions  $e^+$  et  $e^-$  mesurées par rapport à la masse de potentiel nul, respectivement aux entrées non inverseuse et inverseuse de l'AO en fonction des composants de l'étage A et des tensions  $v_2$  et  $v_5$ . En déduire la transmittance  $T_A(j\omega) = \frac{V_5(j\omega)}{V_2(j\omega)}$ . Comparer les amplitudes  $V_5$  et  $V_2$  puis exprimer le déphasage  $\varphi$  de  $V_5$  par rapport à  $V_2$ . Préciser la fonction de cet étage.

Le bloc B multiplie les signaux  $X$  et  $Y$ , et divise le résultat par le signal  $Z$ .  $E$  représente une tension continue délivrée par un générateur, connecté à la borne  $Z$  du multiplieur.

**Q11.** Exprimer la tension instantanée  $v_6(t)$  en sortie de ce bloc, en fonction de l'amplitude  $V_0$ , du déphasage  $\varphi$ , de la tension  $E$ , de la pulsation  $\omega$  et de  $t$ .

On rappelle la relation :  $2 \sin(a) \sin(b) = \cos(a - b) - \cos(a + b)$

**Q12.** Déterminer la fonction de transfert  $T_c(j\omega) = \frac{V_{sc}(j\omega)}{V_6(j\omega)}$ . En déduire le rôle de l'étage C ainsi que sa pulsation caractéristique  $\omega_c$ . Montrer que, par un choix judicieux de  $\omega_c$ , la tension de sortie  $v_{sc}$  est continue et "image" de  $\cos(\varphi)$ .

**Q13.** Choisir la valeur particulière du produit  $R_3C_3$  pour que la tension de sortie  $v_{SC}$  du montage soit continue et proportionnelle à la variation  $\Delta z$  de la distance entre la tête de mesure et la cible (au premier ordre non nul en  $\Delta z/z_0$ ). Donner son expression, notée  $V_{Sc}$  (car indépendante du temps), en fonction de  $E, k, V_0$  et du rapport  $\Delta z/z_0$ .

On fournit la relation : 
$$\cos(a) = \frac{1 - \tan^2(a/2)}{1 + \tan^2(a/2)}$$

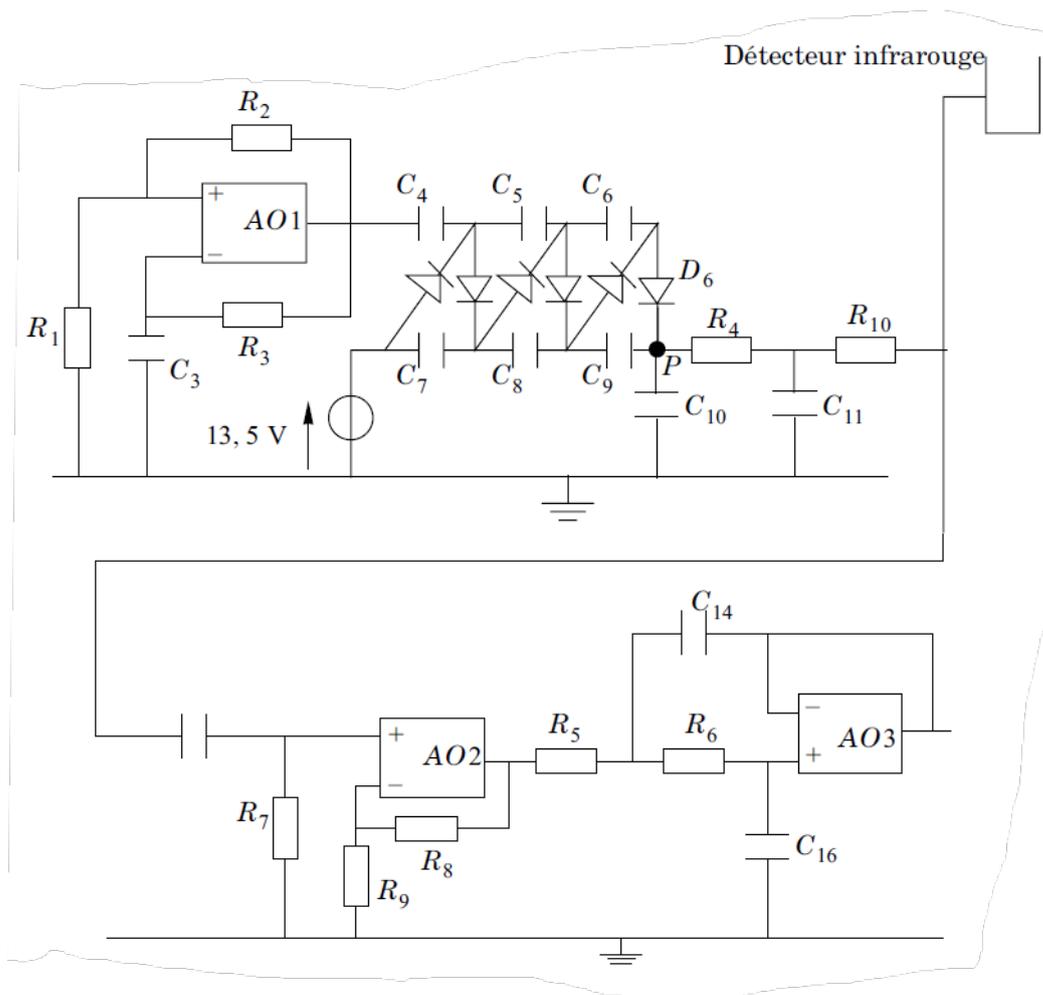
**Q14.** Proposer une définition de la sensibilité  $S$  de ce capteur ; l'exprimer en fonction de  $k, V_0, E$  et  $z_0$ , puis la calculer sachant que  $V_0 = 5.0\text{V}$  et  $E = 0.50\text{V}$ .

**Q15.** Citer les avantages et les inconvénients inhérents à l'utilisation de ce capteur capacitif.

### 3 Dispositif électronique d'un analyseur de monoxyde de carbone

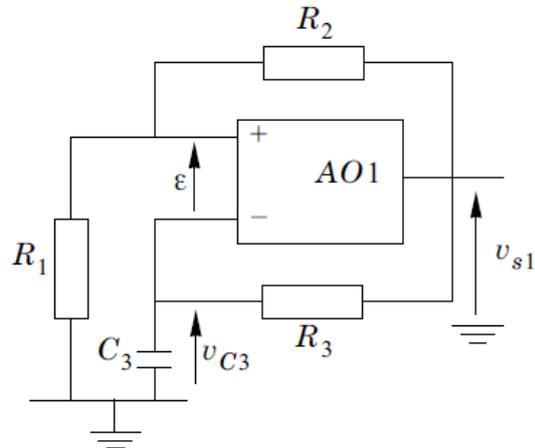
La pollution de l'air est un souci croissant qui devient crucial dans des sites sensibles (tunnels, centres industriels, grandes agglomérations...) où les concentrations en  $\text{SO}_2, \text{NO}_2$  et  $\text{CO}$  par exemple doivent faire l'objet de mesures constantes et précises. Ce sujet développe l'étude de la partie électronique d'un analyseur de monoxyde de carbone par absorption infrarouge.

Celui utilisé dans l'analyseur de monoxyde de carbone est représenté ci-dessous. Tous les amplificateurs opérationnels intervenant dans ce montage sont supposés idéaux. Nous allons étudier certaines fonctions assurées par différentes parties du dispositif.



### 3.1 Comparateur astable

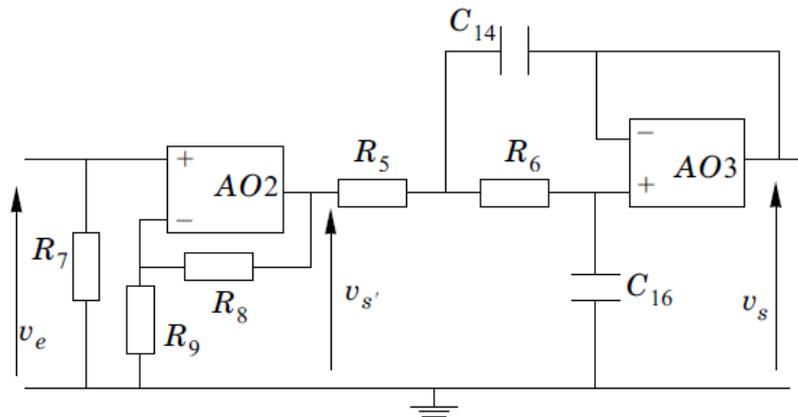
On s'intéresse au premier bloc reproduit ci-contre. L'amplificateur opérationnel fonctionne en régime saturé. On donne :  $R_1 = 19.6 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 40.2 \text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 100 \text{ k}\Omega$ ,  $C_3 = 470 \text{ pF}$ ,  $V_{sat} = 13.5 \text{ V}$ . On note  $\varepsilon = v^+ - v^-$  la tension différentielle à l'entrée de AO1. On suppose qu'à  $t = 0$ , le condensateur  $C_3$  est déchargé et  $\varepsilon > 0$ . On pose  $\alpha = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$  et  $\tau = R_3 C_3$ .



- Q1.** a) Obtenir et résoudre l'équation différentielle portant sur  $V_{C3}$ . En déduire une expression de l'instant  $t_1$  pour lequel la tension  $v_{s1}$  commute.  
 b) Reprendre l'étude précédente une fois la commutation effectuée. En déduire l'instant  $t_2$  pour lequel la tension  $v_{s1}$  commute de nouveau.  
 c) Tracer l'allure des variations de  $v_{s1}(t)$  en fonction de  $v_{C3}(t)$ . Indiquer sur le graphe le sens de parcours du point  $(v_{C3}, v_{s1})$  lors de l'écoulement du temps. Montrer que ces deux signaux sont périodiques. On note  $T$  leur période.
- Q2.** a) Établir l'expression de la période  $T$  en fonction de  $\alpha$  et de  $\tau$ .  
 b) Faire l'application numérique, calculer la fréquence correspondante.

### 3.2 Amplification et filtration

Nous étudions ici le bloc représenté ci-contre (voir schéma 6) qui a pour fonctions d'amplifier le signal d'une part et de filtrer les signaux parasites à haute fréquence d'autre part. Les amplificateurs opérationnels fonctionnent en régime linéaire. On donne :  $R_5 = R_6 = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $R_7 = 25 \text{ M}\Omega$ ,  $R_8 = 100 \text{ k}\Omega$ ,  $R_9 = 5.0 \text{ k}\Omega$ ,  $C_{14} = 4.7 \text{ nF}$  et  $C_{16} = 2.2 \text{ nF}$ .



- Q3.** a) Déterminer l'expression du rapport  $\frac{v'_s}{v_e}$ .  
 b) Quelle est la fonction assurée par ce premier étage ?
- Q4.** a) Montrer que le rapport  $\frac{v_s}{v'_s}$  peut s'écrire :

$$\frac{v_s}{v'_s} = \frac{1}{1 + 2jm \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$

Exprimer  $m$  et  $\omega_0$  en fonction des données du problème.

- b) Calculer  $m$ ,  $\omega_0$  et  $f_0$  la fréquence correspondante.
- c) Quelle est la fonction assurée par ce deuxième étage ?
- Q5.** a) Sur le document annexe (papier log-log), tracer le diagramme de Bode du bloc entier, c'est-à-dire le diagramme de Bode associé à la fonction de transfert  $\underline{H} = \frac{v_s}{v_e}$  (la représentation de la phase n'est pas demandée).
- b) Le bloc étudié est-il de nature à remplir sa fonction ?
- c) On donne la décomposition en série de Fourier du signal d'entrée :

$$v_e(t) = \frac{80}{\pi} \left( \sin(100\pi t) + \frac{1}{3} \sin(300\pi t) + \frac{1}{5} \sin(500\pi t) + \dots + \frac{1}{n} \sin(100n\pi t) + \dots \right)$$

Combien d'harmoniques sont transmis par le bloc ?



