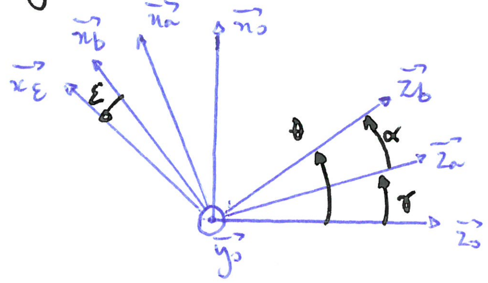
Dynamique du vol

(1) $q = \vec{\Omega}_{avion/R_0} \cdot \vec{y_b}$



L' avion est lié à la base b donc $q = \dot{\theta} = \dot{\alpha} + \dot{\gamma}$

C & D

(2) $\vec{\Gamma}_{G, av/R_0} = \frac{d}{dt}\left[\vec{V}_{G \in av/R_0}\right]_{R_0}$

$= \frac{d}{dt}\left[V \cdot \vec{x_a}\right]_{R_0}$

$= \dot{V} \cdot \vec{x_a} + V \cdot \left[\frac{d\vec{x_a}}{dt}\right]_{R_0}$

et $\left[\frac{d\vec{x_a}}{dt}\right]_{R_0} = \cancel{\left[\frac{d\vec{x_a}}{dt}\right]_a} + \vec{\Omega}_{a/R_0} \wedge \vec{x_a}$

$= \dot{\gamma} \cdot \vec{y_{0a}} \wedge \vec{x_a} = -\dot{\gamma} \cdot \vec{z_a}$

donc $\vec{\Gamma}_{G, av\, R_0} = \dot{V} \cdot \vec{x_a} - V \cdot \dot{\gamma} \cdot \vec{z_a}$

B

(3) L' avion possède une symétrie matérielle par rapport au plan $(O, \vec{z_b}, \vec{x_b})$ donc $\int_{M \in av} y \cdot z \cdot dm = \int_{M \in av} x \cdot y \cdot dm = 0$ ⟶ C

(4) Compte-tenu des dimensions, on peut écrire :

$$\int_{M \in av} z^2 \cdot dm \ll \int_{M \in av} x^2 \cdot dm$$

et $$\int_{M \in av} z^2 \cdot dm \ll \int_{M \in av} y^2 \cdot dm$$

On a donc $$\int_{M \in av} (x^2 + z^2) \cdot dm + \int_{M \in av} (y^2 + z^2) \cdot dm \simeq \int_{M \in av} (x^2 + y^2) \cdot dm$$

$$B + A \simeq C$$

C

(5) J' isole l' avion qui est soumis aux actions mécaniques extérieures suivantes :

- pes → av
- prop° → av
- aéro → av

Le th. de la résultante dynamique en projectᵒ sur $\vec{x_a}$ donne :

$$\underbrace{\vec{R}_{pes\to av}\cdot\vec{x_a}}_{\substack{=M.g.\vec{z_0}.\vec{x_a}\\ =-M.g.\sin\gamma}} + \underbrace{\vec{R}_{prop^\circ\to av}\cdot\vec{x_a}}_{\substack{=F.\vec{x_\varepsilon}.\vec{x_a}\\ =F.\cos(\alpha+\varepsilon)}} + \underbrace{\vec{R}_{aéro\to av}\cdot\vec{x_a}}_{=R_x} = \underbrace{\vec{R_d}_{avion/R_0}\cdot\vec{x_a}}_{=M.\dot{V}}$$

Donc $\underline{M.\dot{V}} = \underline{-M.g.\sin\gamma + F.\cos(\alpha+\varepsilon)} - \underline{\frac{1}{2}.\rho}.\underline{S.C_x.V^2}$

A

(6) En projectᵒ sur $\vec{z_a}$, on a :

$$\underbrace{\vec{R}_{pes\to av}\cdot\vec{z_a}}_{\substack{=M.g.\vec{z_0}.\vec{z_a}\\ =M.g.\cos\gamma}} + \underbrace{\vec{R}_{prop^\circ\to av}\cdot\vec{z_a}}_{\substack{=F.\vec{x_\varepsilon}.\vec{z_a}\\ =F.\cos(-\varepsilon-\alpha-\frac{\pi}{2})\\ =-F.\sin(\alpha+\varepsilon)}} + \underbrace{\vec{R}_{aéro\to av}\cdot\vec{z_a}}_{=R_z} = \underbrace{\vec{R_d}_{avion/R_0}\cdot\vec{z_a}}_{=-M.V.\dot{\gamma}}$$

Donc $\underline{-M.V.\dot{\gamma}} = \underline{M.g.\cos\gamma - F.\sin(\alpha+\varepsilon) - \frac{1}{2}}.\rho.\underline{S.C_z.V^2}$

(7) Le th. des moments dynamiques en G et en projectᵒ sur $\vec{y_b}$ donne :

$$\underbrace{\vec{M}^G_{pes\to av}\cdot\vec{y_b}}_{=0} + \vec{M}^G_{prop^\circ\to av}\cdot\vec{y_b} + \underbrace{\vec{M}^G_{aéro\to av}\cdot\vec{y_b}}_{=M_y} = \vec{\delta}_{G,av/R_0}\cdot\vec{y_b}$$

- $\vec{M}^G_{prop^\circ\to av}\cdot\vec{y_b} = \vec{M}^O_{prop^\circ\to av}\cdot\vec{y_b} + [\vec{GO}\wedge(F.\vec{x_\varepsilon})].\vec{y_b}$

$= -[(a.\vec{x_b}-b.\vec{z_b})\wedge(F.\vec{x_\varepsilon})].\vec{y_b}$

$=[-a.\sin\varepsilon + b.\cos\varepsilon].F$

$(\vec{x_b}\wedge\vec{x_\varepsilon}).\vec{y_b} = \sin\varepsilon$

$(\vec{z_b}\wedge\vec{x_\varepsilon}).\vec{y_b} = \sin(\frac{\pi}{2}+\varepsilon)$

$= \cos\varepsilon$

- $\vec{\delta}_{G,av/R_0}\cdot\vec{y_b} = \frac{d}{dt}\left[\vec{\sigma}_{G,av/R_0}\right]_0\cdot\vec{y_b} + \underbrace{[M.\vec{V}_{G/R_0}\wedge\vec{V}_{G\in av/R_0}].\vec{y_b}}_{=\vec{0} \text{ car } \hat{m} \text{ vitesses}}$

et $\vec{\sigma}_{G,av/R_0}\cdot\vec{y_b} = (I_G(av).\vec{\Omega}_{av/R_0}).\vec{y_b} + (M.\cancel{\vec{GG}}\wedge\vec{V}_{G\in av/R_0}).\vec{y_b}$

$= B.\dot{q}$

On a donc : $\underline{B.\dot{q}} = \underline{F.(b.\cos\varepsilon - a.\sin\varepsilon) + \frac{1}{2}.\rho.S.\ell.C_m.V^2}$

B

(8) $\vec{F} = F.\vec{x_a}$ revient à dire que $\alpha+\varepsilon = 0$. Les éqᵒ deviennent donc :

Eq P → $M.\dot{V} = F - \frac{1}{2}.\rho.S.C_x.V^2$

Eq S → $-M.V.\dot{\gamma} = M.g - \frac{1}{2}.\rho.S.C_z.V^2$ } A

Eq M → $B.\dot{q} = \frac{1}{2}.\rho.S.\ell.C_m.V^2$ et $\dot{q} = \dot{\alpha}+\dot{\gamma}$ } C & D

9 Entre $t = 0$ s et $t = 50$ s, γ passe de 0 à $-33°$: l'avion "chute" et reprend de la vitesse entre $t = 30$ s et $t = 50$ s. Il se redresse légèrement ensuite entre 50 s et 100 s. → D