Étude d'un simulateur de vol

1) On sait que $a = cte$

donc $v = a.t + v_0$ où $v_0 = 0$ (décollage)

$x = \frac{1}{2}.a.t^2 + x_0$ avec $x_0 = 0$.

À l'instant t_d du décollage $v = v_d = 120 \text{ km/h} \simeq 33{,}3 \text{ m/s}$

et $x_d = 283 \text{ m}$.

On a : $t_d = \frac{v_d}{a}$ donc $x_d = \frac{1}{2} . \cancel{a} . \frac{v_d^2}{a^{\cancel{2}}}$

donc $\boxed{a = \frac{1}{2} . \frac{v_d^2}{x_d}} \simeq 1{,}96 \text{ m/s}^2$

2) J'isole le pilote soumis aux actions mécaniques extérieures suivants :

- $s \to p$ (s : siège et p : pilote)
- $pes \to p$

J'applique le principe fondamental de la dynamique sous forme torsorielle :

$$\{s \to p\} + \{pes \to p\} = \{D_{p/0}\}$$

Où $\{pes \to p\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{pes \to p} = -m.g.\vec{y_0} \\ \vec{M}_{G, pes \to p} = \vec{0} \end{array} \right.$ (en G)

et
- $\vec{Rd}_{p/0} = m . \vec{\Gamma}_{G \in p/0}$
$= m . \frac{d}{dt}\left[\vec{V}_{G \in p/0}\right]_0$ où $\vec{V}_{G \in p/0} = v.\vec{x_0}$
$= m . \dot{v} . \vec{x_0}$
$= m . a . \vec{x_0}$

- $\vec{\delta}_{G, p/0} = \frac{d}{dt}\left[\vec{\sigma}_{G, p/0}\right]_0 + m . \underbrace{\vec{V}_{G/0} \wedge \vec{V}_{G \in p/0}}_{= \vec{0} \text{ (m̂ vitesse)}} = \vec{0}$

et $\vec{\sigma}_{G, p/0} = \underbrace{I(G,p) . \vec{\Omega}_{p/0}}_{= \vec{0} \text{ car translation}} + m . \cancel{\vec{GG}} \wedge \vec{V}_{G \in p/0} = \vec{0}$

donc $\{D_{p/0}\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{Rd}_{p/0} = m . a . \vec{x_0} \\ \vec{\delta}_{G, p/0} = \vec{0} \end{array} \right.$ (en G)

On a donc :

$$\boxed{\{s \to p\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{s \to p} = m.a.\vec{x_0} + m.g.\vec{y_0} \\ \vec{M}_{G, s \to p} = \vec{0} \end{array} \right. \text{(en G)}}$$

③ On a ici aussi :

$$\{s \to p\} + \{ps \to p\} = \{D_{p/o}\}$$
(inchangé)

• $\overrightarrow{Rd}_{p/o} = m.\frac{d}{dt}\left[\vec{V}_{G\in p/o}\right]$ où $\vec{V}_{G\in p/o} = \vec{V}_{O\in p/o} + \overrightarrow{GO} \wedge \vec{\Omega}_{p/o}$

$$= -(\ell.\vec{x_a} + h.\vec{y_a}) \wedge (\dot{\theta}.\vec{z_a})$$

$$= \ell.\dot{\theta}.\vec{y_a} - h.\dot{\theta}.\vec{x_a}$$

Et $\left.\frac{d\vec{x_a}}{dt}\right|_o = \cancel{\left.\frac{d\vec{x_a}}{dt}\right|_a} + \vec{\Omega}_{p/o} \wedge \vec{x_a} = \dot{\theta}.\vec{z_a} \wedge \vec{x_a} = \dot{\theta}.\vec{y_a}$

$\left.\frac{d\vec{y_a}}{dt}\right|_o = \left.\frac{d\vec{y_a}}{dt}\right|_a + \vec{\Omega}_{p/o} \wedge \vec{y_a} = \dot{\theta}.\vec{z_a} \wedge \vec{y_a} = -\dot{\theta}.\vec{x_a}$

On a donc : $\overrightarrow{Rd}_{p/o} = m.\ell.\ddot{\theta}.\vec{y_a} - m.h.\ddot{\theta}.\vec{x_a}$

$$-m.\ell.\dot{\theta}^2.\vec{x_a} - m.h.\dot{\theta}^2.\vec{y_a}$$

$$\overrightarrow{Rd}_{p/o} = -m.(h.\ddot{\theta} + \ell.\dot{\theta}^2).\vec{x_a} + m.(\ell.\ddot{\theta} - h.\dot{\theta}^2).\vec{y_a}$$

• $\vec{\delta}_{G,p/o} = \frac{d}{dt}\left[\vec{\sigma}_{G,p/o}\right]_o + \underbrace{m.\vec{V}_{G/o} \wedge \vec{V}_{G\in p/o}}_{=\vec{0}}$

Et $\vec{\sigma}_{G,p/o} = I_G(p).\vec{\Omega}_{p/o} + m.\cancel{\overrightarrow{GG}} \wedge \vec{V}_{G\in p/o}$

$$= \begin{bmatrix} x & x & 0 \\ x & x & 0 \\ 0 & 0 & I_G \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}_a = I_G.\dot{\theta}.\vec{z_a}$$

$\vec{z_a} = \vec{z_o}$

car symétrie matérielle du pilote / au plan $(O, \vec{x_a}, \vec{y_a})$

donc $\vec{\delta}_{G,p/o} = I_G.\ddot{\theta}.\vec{z_o}$

On a donc :

$$\{s \to p\} = \begin{cases} \vec{R}_{s\to p} = -m.(h.\ddot{\theta} + \ell.\dot{\theta}^2).\vec{x_a} + m.(\ell.\ddot{\theta} - h.\dot{\theta}^2).\vec{y_a} + m.g.\vec{y_o} \\ \vec{M}_{G,s\to p} = I_G.\ddot{\theta}.\vec{z} \end{cases}_G$$

④ Pour avoir les mêmes sensations, il faut :

$$m.a = -m.(h.\ddot{\theta} + \ell.\dot{\theta}^2) + m.g.\underbrace{\vec{y_o}.\vec{x_a}}_{=\sin\theta}$$

donc
$a = -(h.\ddot{\theta} + \ell.\dot{\theta}^2) + g.\sin\theta$

et
$g = \ell.\ddot{\theta} - h.\dot{\theta}^2 + g.\cos\theta$

$0 = \ddot{\theta}$

En phase stabilisée : $\theta = \theta_a = cste$. Il faut donc :

$$\left|\begin{array}{l} a \simeq g.\theta_a \\ g \simeq g \\ 0 \simeq 0 \end{array}\right. \qquad \text{donc} \quad \theta_a \simeq \frac{a}{g} \simeq 0{,}2 \text{ rad } (11°)$$

5 Dans la phase de levage, on a :

$$a = -h.\ddot{\theta} - l.\dot{\theta}^2 + g.\sin\theta$$

et on voudrait $a = g.\sin\theta$. $[h.\ddot{\theta} + l.\dot{\theta}^2]$ est donc l'erreur.

On peut définir :

$$\frac{+h.\ddot{\theta} + l.\dot{\theta}^2}{a} = er \text{ : erreur relative}$$

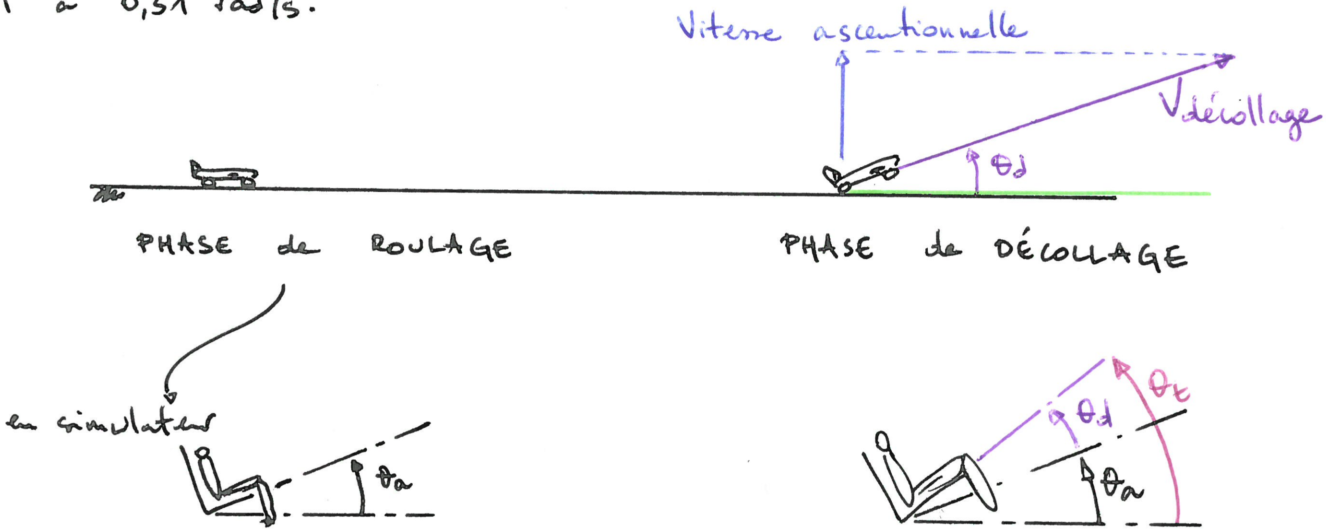
On veut $er < 5\%$, il faut donc (si $\ddot{\theta} \simeq 0$) que $\frac{l.\dot{\theta}^2}{a} < \underbrace{5\%}_{ermax}$

$$\text{donc} \quad \boxed{\dot{\theta} < \sqrt{\frac{a}{l}.ermax}}$$

AN : $\dot{\theta} < 0{,}31$ rad/s

Le cockpit peut s'incliner à 0,45 rad/s. À cette vitesse, le critère défini ne sera pas respecté : il faudra donc limiter la vitesse d'inclinaison du fauteuil à 0,31 rad/s.

6



On peut écrire : $\boxed{\theta_d = \arcsin\left[\frac{V_{ascentionnelle}}{V_{décollage}}\right]}$

Pour simuler les deux phases, il faudra : $\theta_t = \theta_d + \theta_a \simeq 19°$.

On a (tout juste) $\theta_t < 19°$, ce qui permet de valider le cahier des charges.