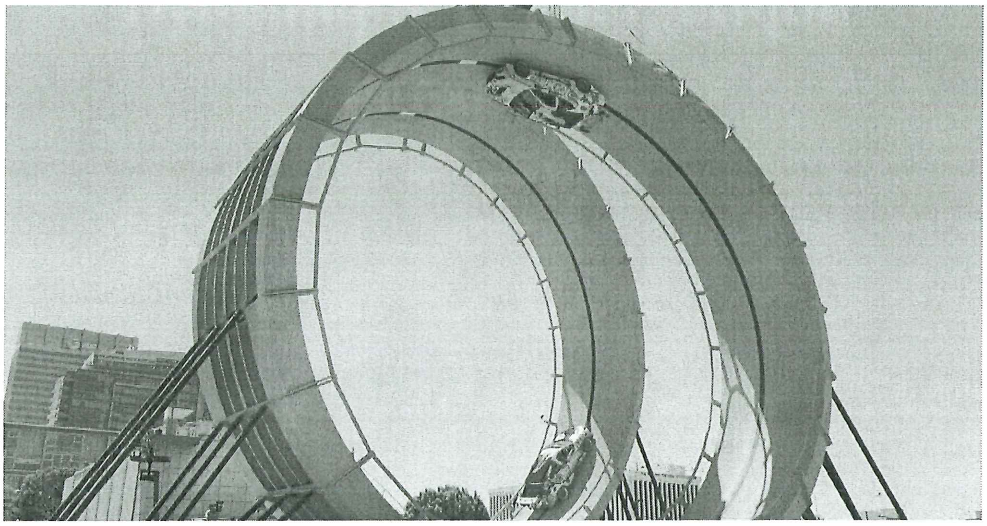
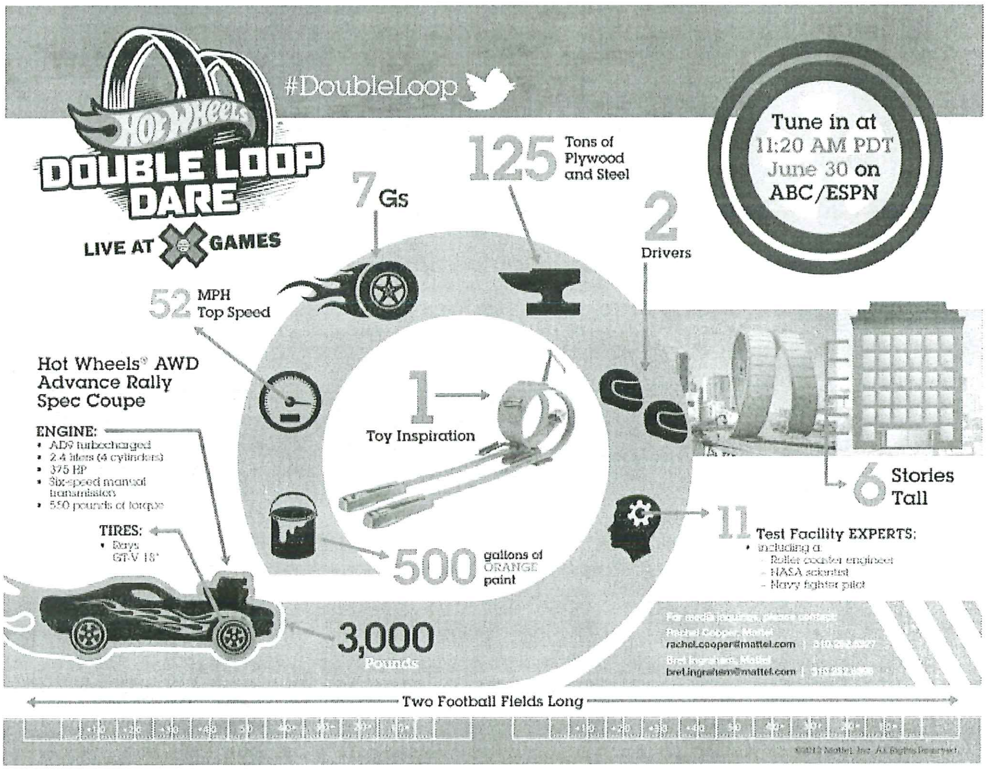
Centre d'intérêt 1

Dynamique et énergétique

Introduction

PSI - MP : Lycée Rabelais





Looping en voiture : X-Games 2012

Ce premier chapitre a deux objectifs principaux :

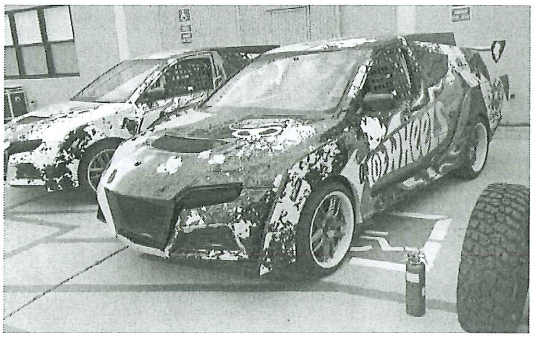
- Déterminer le mouvement d'un solide lorsqu'il n'est pas à l'équilibre ;
- Déterminer les actions mécaniques exercées sur un solide lorsque celui-ci n'est pas à l'équilibre.

Nous nous intéresserons notamment à l'étude de la voiture utilisée pour réaliser le looping présenté sur la première figure. À la fin du chapitre, nous pourrons déterminer :

- La vitesse atteinte à la fin de la phase d'accélération (en entrée du looping) ;
- La vitesse nécessaire pour que la voiture fasse le tour du looping.

Quelques informations peuvent être récupérer sur le net concernant l'évènement :

Puissance de la voiture	375 chevaux
Couple maxi	249 N.m
Poids	1360 kg
Hauteur du looping	20 m
Distance d'accélération	≈ 100 m



Pour répondre à ces problèmes, il faudra introduire **le principe fondamental de la dynamique**.

Formulation de "physique" : mécanique du point

Le principe de la dynamique s'énonce, en mécanique du point, de la manière suivante :

Pour un point matériel M dans un référentiel galiléen R, la somme des forces s'exerçant sur ce point matériel est égale au produit de la masse par l'accélération :

$$\sum \overrightarrow{F_{ext \to M}} = m \cdot \overrightarrow{a_{M/R}}$$

- $\sum \overrightarrow{F_{ext \to M}}$: la somme des forces extérieures s'appliquant sur le point matériel M
- m : la masse du point matériel
- $\overrightarrow{a_{M/R}}$: le vecteur accélération du point matériel M par rapport au repère galiléen R

Cette formulation, bien que juste, n'est pas suffisante en sciences de l'ingénieur. Cela est notamment lié au fait que les rotations ne sont pas prises en compte dans cet énoncé. Il sera donc nécessaire de faire intervenir la notion de torseurs.

Formulation de SI : mécanique du solide

On cherchera donc dans ce cours à comprendre les différents termes du principe de la dynamique dans sa formulation générale. La formulation du principe fondamental de la dynamique en SI sera donc la suivante :

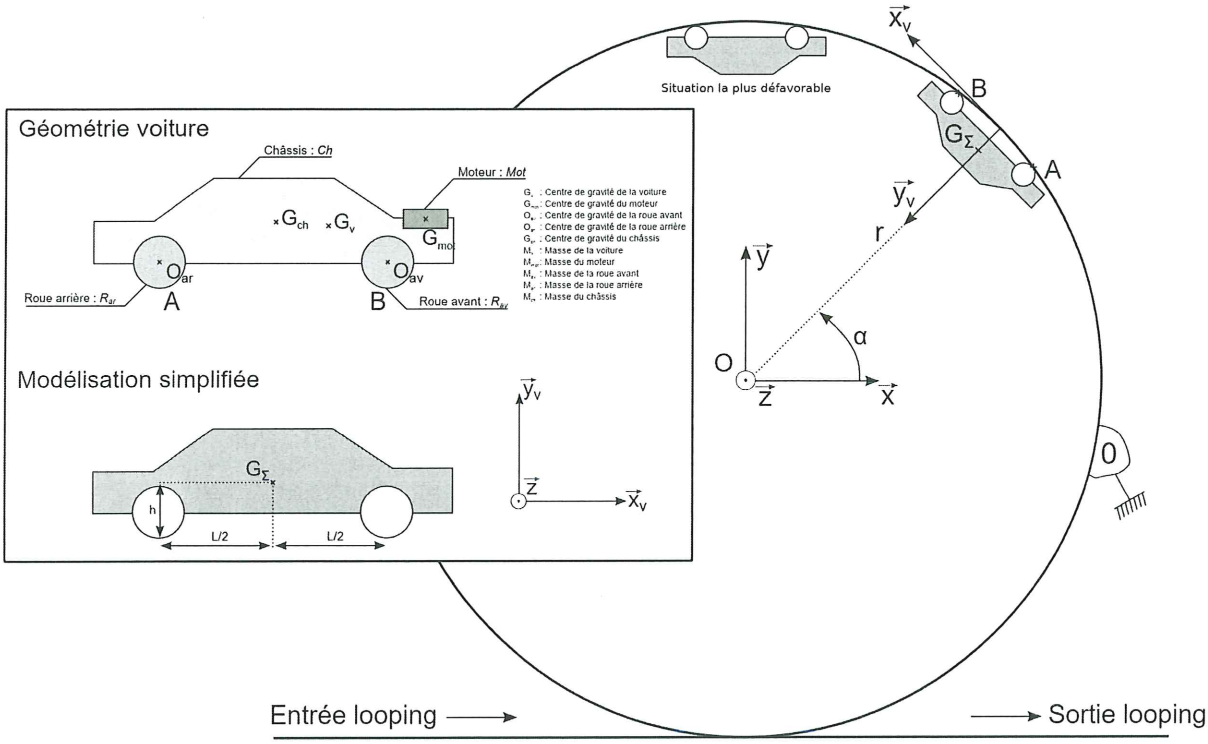
Pour un solide indéformable S dans un référentiel galiléen R, la somme des torseurs d'actions mécaniques s'exerçant sur ce solide est égale au torseur dynamique :

$$\sum \{ext \to S\} = \{\mathscr{D}_{S/R}\}$$

- $\sum \{ext \to S\}$: la somme des torseurs d'actions mécaniques extérieures s'appliquant sur le solide S
- $\{\mathscr{D}_{S/R}\}$: le torseur dynamique du solide S par rapport au repère galiléen R

On remarque ici que c'est exactement la même formulation que le principe fondamental de la statique **MAIS** "le second terme" est ici non-nul ! Plus explicitement, on pourra écrire :

Résolution du problème : la voiture peut-elle faire le tour du looping ?



Hypothèses :

- La voiture complète, notée Σ, est composée de son châssis, de ses roues et de son moteur. Elle est, dans le pire des cas, en haut du looping. La structure fixe du looping est notée 0.
- La voiture complète a une masse $M = 1360$ kg. On suppose que le centre de gravité de l'ensemble est G_Σ.
- $\overrightarrow{AB} = L\overrightarrow{x_v}$; $\overrightarrow{AG_\Sigma} = \frac{L}{2}\overrightarrow{x_v} + h\overrightarrow{y_v}$; $\overrightarrow{G_\Sigma B} = \frac{L}{2}\overrightarrow{x_v} - h\overrightarrow{y_v}$
- On suppose que la voiture se déplace à vitesse constante V dans le looping.
- On considère des contacts ponctuels unilatéraux au niveau des contacts roue/sol. Compte-tenu du rayon important du looping, on considère que ces liaisons ponctuelles sont de normale $\overrightarrow{y_v}$. On aura donc :

$$\{0 \xrightarrow{A} \Sigma\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{R}_{0 \xrightarrow{A} \Sigma} = Y^A_{0\Sigma}.\overrightarrow{y_v} \\ \overrightarrow{M}_{A,0 \xrightarrow{A} \Sigma} = \overrightarrow{0} \end{array} \right._A \qquad \{0 \xrightarrow{B} \Sigma\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{R}_{0 \xrightarrow{B} \Sigma} = Y^B_{0\Sigma}.\overrightarrow{y_v} \\ \overrightarrow{M}_{B,0 \xrightarrow{B} \Sigma} = \overrightarrow{0} \end{array} \right._B$$

Question 1 : Donner les conditions à respecter pour respecter les contraintes d'unilatéralité.

Il faut que $Y^A_{0\Sigma} > 0$ et $Y^B_{0\Sigma} > 0$ pour que la voiture reste en contact avec le sol.

Question 2 : Donner la/les stratégies d'isolement afin de déterminer la vitesse V afin de respecter les contraintes d'unilatéralité.

- Pour trouver $Y^A_{0\Sigma}$, j'isole Σ soumis aux actions mécaniques extérieures suivantes :
  - $0 \xrightarrow{A} \Sigma$ ✓
  - $0 \xrightarrow{B} \Sigma$ ✗
  - $pb \rightarrow \Sigma$

J'écris le th. des moments dynamiques en B et en project sur $\vec{z}$:

$$\vec{M}_{B,0\,A\to\Sigma}\cdot\vec{z} + \vec{M}_{B,0\,B\to\Sigma}\cdot\vec{z} + \vec{M}_{B,\,pds\to\Sigma}\cdot\vec{z} = \vec{\delta}_{B,\,\Sigma/0}\cdot\vec{z}$$

Ensemble isolé

Référentiel galiléen

- Méthode analogue pour trouver $\gamma^{B}_{0\Sigma}$.