

## Dérivation numérique

PSI - MP : Lycée Rabelais

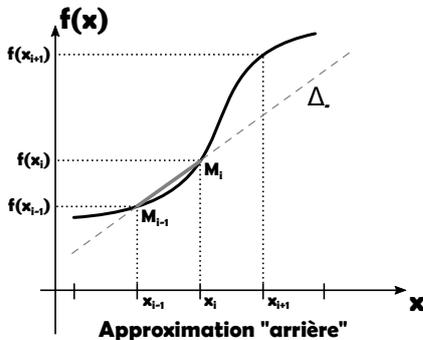
On cherche à dériver numériquement une fonction  $f$ . Cela revient à calculer, de manière approximée, la pente de la courbe représentative de la fonction.

Il existe plusieurs méthodes d'approximation dites "arrière" ou "avant". On discrétise l'axe des abscisses (variable  $x$ ) et on note  $dx$  un "petit" incrément sur l'axe des abscisses de telle sorte que  $x_{i+1} - dx = x_i = x_{i-1} + dx$ . On note également  $M$ , un point de la courbe étudiée ayant pour coordonnées  $(x, f(x))$ .

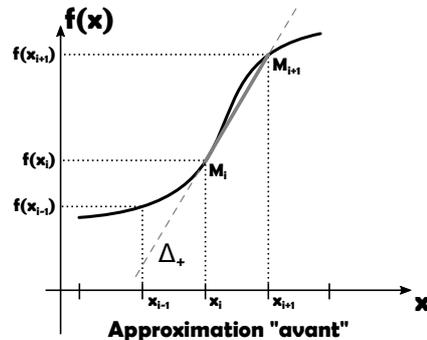
Dériver la fonction  $f$  numériquement revient à calculer, pour chaque  $x_i$ , la pente de la droite :

- $\Delta_-$  entre les points  $M_{i-1}$  et  $M_i$  (approximation "arrière") ;
- $\Delta_+$  entre les points  $M_{i+1}$  et  $M_i$  (approximation "avant").

On a donc :

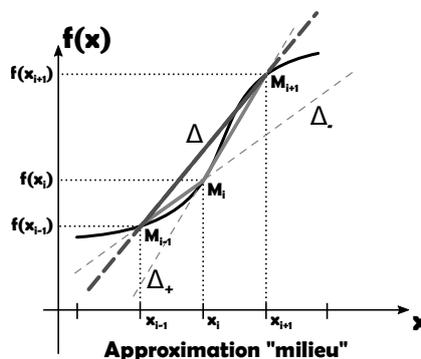


$$\frac{df}{dx}(x_i) \approx \frac{f(x_i) - f(x_{i-1})}{dx}$$



$$\frac{df}{dx}(x_i) \approx \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{dx}$$

Une autre méthode consiste à calculer une pente moyenne entre  $M_{i-1}$  et  $M_{i+1}$ . Dans ce cas, on aura :



$$\begin{aligned} \frac{df}{dx}(x_i) &\approx \frac{1}{2} \left[ \frac{f(x_i) - f(x_{i-1})}{dx} + \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{dx} \right] \\ &\approx \frac{f(x_{i+1}) - f(x_{i-1})}{2 \cdot dx} \end{aligned}$$

## Exercice d'application

On définit la fonction  $f$  telle que :  $f(x) = \cos(x)$ . On veut calculer et tracer la dérivée de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0, \frac{\pi}{2}]$ .

**Question 1.** Définir la fonction  $f(x)$ .

**Question 2.** Représenter cette fonction pour sur l'intervalle  $[0, \frac{\pi}{2}]$ . On pourra s'aider des instructions ci-dessous :

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3
4 a = 0
5 b = np.pi/2
6 n = 100 ## nombre de subdivisions
7
8 def f(x):
9     ....
10
11 lx = [i*dx for i in range(0, ..... )] ## lx est la liste des xi
12
13 lf = [..... for xi in lx]
14
15 plt.plot(..... , .....)

```

**Question 3.** Écrire les instructions permettant de calculer et tracer la dérivée de la fonction  $f$  par :

- la méthode dite "arrière" ;
- la méthode dite "avant" ;
- la méthode dite "milieu".