Centre d'intérêt 6

Résolution d'un système linéaire

PSI - MP : Lycée Rabelais

On s'intéresse ici à la résolution d'un système linéaire de la forme $A \cdot x = b$ où A est une matrice carrée d'ordre n, b un vecteur colonne de taille n et x le vecteur inconnu. Si A est une matrice inversible (ce qui sera considéré être le cas), alors la solution de ce problème est : $x = A^{-1} \cdot b$.

Dans `Python`, le module `numpy` (par exemple), permet de résoudre un tel problème. Pour déterminer le vecteur inconnu $X = [x, y, z, v]$ à partir de ce système :

$$\begin{cases} x + 2y + 3z + 4v = 10 \\ 4x + 5y + 6z + 7v = 11 \\ 7x + 8y + 9z + 10v = 12 \\ 10x + 11y + 12z + 13v = 13 \end{cases}$$

Il suffira d'écrire :

```python
import numpy
A = numpy.array([[1,2,3,4],[4,5,6,7],[7,8,9,10],[10,11,12,13]])
b = numpy.array([10,11,12,13])
x = numpy.linalg.solve(A,b)
print(x)
```

Exercice d'application

On considère le système suivant :

$$\begin{cases} x + y + 2z = 5 \\ x = y + z + 1 \\ x = 3 - z \end{cases}$$

On pose : $X = [x, y, z]$.

Question 1. Déterminer A et b tels que $A \cdot X = b$.

Question 2. Déterminer la solution X de ce système matriciel.