Arthromoteur

Q1 • $\Delta\theta = \theta_f - \theta_i = \int_{t=0}^{T+2.t_1} \omega_{gc}(t).dt$

$$\theta_f - \theta_i = \omega_0 . (T - t_1)$$ aire sous un trapèze

• $\ddot{\theta}_{gcm} = \frac{\omega_0}{t_1}$ donc $t_1 = \frac{\omega_0}{\ddot{\theta}_{gcm}}$

et donc $T = \frac{\theta_f - \theta_i}{\omega_0} + \frac{\omega_0}{\ddot{\theta}_{gcm}}$

Q2

Exigences à respecter :	Valeurs relevés :
id 1.2.1	
$0 \leq \varepsilon(t) \leq 2°$ en flexion	$\varepsilon_{moyen} \simeq 7,5°$ ✗
$0 \leq -\varepsilon(t) \leq 2°$ en extension	$\varepsilon_{moyen} \simeq -7,5°$ ✗
où $\varepsilon(t) = \theta_{gc}(t) - \theta_g(t)$	
id 1.2.3	
$\omega_{réel} = \omega_{consigne} \pm 5°/min$ en phase à vitesse constante	$\omega_{consigne} \simeq \frac{50°}{12,5\ s} \simeq 4°/s$
	$\omega_{réel} \simeq \frac{47,5°}{12,5\ s} \simeq 3,8°/s$

donc $\omega_{réel} - \omega_{consigne} \simeq 0,2°/s$
$\simeq 12\ °/min$ ✗

Aucune des exigences n'est respectée.

Q3 ① Pupitre de commande

② Capteur de vitesse angulaire du moteur

③ Capteur d'angle du genou

④ Moteur électrique

⑤ Réducteur

⑥ Vis - Écrou

⑦ Vitesse angulaire du moteur

⑧ Position angulaire du genou

Q4 Je lis : $\theta_g + \alpha_3 - \theta_3 + \theta_4 = 0$

donc $\theta_g = \theta_3 - \alpha_3 - \theta_4$

Q5 On a : $\overrightarrow{O_1A} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OO_1} = \vec{0}$

Et donc : $d.\overrightarrow{x_0} + h_0.\overrightarrow{y_0} + L_3.\overrightarrow{x_3'} + L_6.\overrightarrow{x_6} - L_0.\overrightarrow{x_0} + h.\overrightarrow{y_0} = \vec{0}$

Donc : $\left|\begin{array}{l} d + L_3.\cos\theta_3 + L_6.\cos\theta_6 - L_0 = 0 \\ h_0 + L_3.\sin\theta_3 + L_6.\sin\theta_6 + h = 0 \end{array}\right.$

Alors $L_6^2 = (L_0 - d - L_3 . \cos\theta_3)^2 + (h_0 + h + L_3 . \sin\theta_3)^2$

Donc $\sqrt{L_6^2 - (h_0 + h + L_3 . \sin\theta_3)^2} = L_0 - d - L_3 . \cos\theta_3$

Donc $d = L_0 - L_3 . \cos\theta_3 - \sqrt{L_6^2 - (h_0 + h + L_3 . \sin\theta_3)^2}$

Q6 Il faut que $\frac{\partial Q}{\partial a}(a, b) = 0$

et $\frac{\partial Q}{\partial b}(a, b) = 0$

Où
$$\left| \begin{array}{l} \frac{\partial Q}{\partial a}(a,b) = \sum_{k=1}^{n} -2 . d_k . (\theta_{gk} - a . d_k - b) \\ \\ \frac{\partial Q}{\partial b}(a,b) = \sum_{k=1}^{n} -2 . (\theta_{gk} - a . d_k - b) \end{array} \right.$$

Il faut donc :
$$\begin{cases} \sum_{k=1}^{n} d_k . \theta_{gk} - a . \sum_{k=1}^{n} d_k^2 - b . \sum_{k=1}^{n} d_k = 0 \\ \sum_{k=1}^{n} \theta_{gk} - a . \sum_{k=1}^{n} d_k - b . n = 0 \end{cases}$$

Q7 Résolvons le système.

On a d'abord : $b = \frac{1}{n} . \sum_{k=1}^{n} \theta_{gk} - a . \frac{1}{n} . \sum_{k=1}^{n} d_k$

Et donc :

$$\sum_{k=1}^{n} d_k \cdot \theta_{gk} - a \cdot \sum_{k=1}^{n} d_k^2 - \frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^{n} \theta_{gk} \cdot \sum_{k=1}^{n} d_k + a \cdot \frac{1}{n} \cdot \left(\sum_{k=1}^{n} d_k \right)^2 = 0$$

D'où :

$$a = \frac{\frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^{n} \theta_{gk} \cdot \sum_{k=1}^{n} d_k - \sum_{k=1}^{n} d_k \cdot \theta_{gk}}{\frac{1}{n} \cdot \left(\sum_{k=1}^{n} d_k \right)^2 - \sum_{k=1}^{n} d_k^2}$$

Et :

$$b = \frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^{n} \theta_{gk} - \frac{\frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^{n} \theta_{gk} \cdot \sum_{k=1}^{n} d_k - \sum_{k=1}^{n} d_k \cdot \theta_{gk}}{\frac{1}{n} \cdot \left(\sum_{k=1}^{n} d_k \right)^2 - \sum_{k=1}^{n} d_k^2} \cdot a \cdot \frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^{n} d_k$$

Q8

```
def Som_Li(Li):
    S = 0
    for i in range(0, len(Li)):
        S += Li[i]
    return S


def Som_Li_2(Li)
    S = 0
    for i in range(0, len(Li)):
        S += Li[i]**2
    return S
```

```
def Sum_XY(X,Y) :
    S=0
    for i in range(0, len(Li)):
        S += X[i] * Y[i]
    return S
```

Q9

```
def reg_lin (L,T) :
    n = len (L)
    a = ((1/n) * Sum_Li(T) * Sum_Li(L) ...
... - Sum_XY(L,T)) / (Sum_Li_2 (L) - (Sum_Li(L))^2/n)

    b = (Sum_Li(T) - a * Sum_Li(L)) /n

    return (a,b)
```

Q10 listons :

$P_{\text{extérieures}}$	$P_{\text{intérieures}}$
1 $P_{\text{bâti} \to \text{solides}/0} = 0$ car liaisons parfaites	1 $P_{\text{frott}^t \text{ visqueux}} = -f_v \cdot \omega_m^2$
2 $P_{\text{pesanteur}} = C_{pes} \cdot \omega_m$	2 $P_{\text{frott}^t \text{ secs}} = C_{sec} \cdot \omega_m$
3 $P_{\text{motrice}} = C_m \cdot \omega_m$	

Toutes les autres puissances sont négligées (ou nulles).

Q11 En régime permanent et dans les conditions donnés :

$$\left| \begin{array}{l} \frac{d\omega_m}{dt} \simeq 0 \\ C_{pes} \simeq 0 \end{array} \right.$$

On a donc : $C_m = f_v \cdot \omega_m - C_{sec}$

Et donc : $k_t \cdot i_m = f_v \cdot \omega_m - C_{sec}$

Donc : $i_m = \underbrace{\boxed{\frac{f_v}{k_t}}}_{\simeq 10^{-4} \text{ A/(rad/s)}} \cdot \omega_m \boxed{- \frac{C_{sec}}{k_t}} \simeq 0,12 \text{ A}$

Et comme $k_t = 0,0256$ N.m/A, on a :

$$f_v \simeq 2,56 \cdot 10^{-6} \text{ N.m/(rad/s)}$$

$$C_{sec} \simeq -3,07 \cdot 10^{-3} \text{ N.m}$$

Q12 On a maintenant : $C_{sec} = 0$ et $C_{pes} = 0$

Donc : $J_{eqmot} \cdot \dot{\omega}_m = C_m - f_v \cdot \omega_m$

Donc : $(J_{eqmot} \cdot p + f_v) \cdot \Omega_m(p) = k_t \cdot I_m(p)$

D'où : $H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{I_m(p)} = \frac{k_t}{f_v + J_{eqmot} \cdot p}$

Q13 $H_v(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{\Omega_{cm}(p)}$

$$= \frac{K_p \cdot \dfrac{k_t}{f_v + J_{eqmot} \cdot p}}{1 + K_p \cdot \dfrac{k_t}{f_v + J_{eqmot} \cdot p}}$$

$$= \frac{K_p \cdot k_t}{K_p \cdot k_t + f_v + J_{eqmot} \cdot p}$$

$$H_v(p) = \frac{\dfrac{K_p \cdot k_t}{K_p \cdot k_t + f_v}}{1 + \dfrac{J_{eqmot}}{K_p \cdot k_t + f_v} \cdot p}$$

Q14 Je relève $t_{r5\%} \simeq 115$ ms donc

$$\frac{J_{eqmot}}{K_p \cdot k_t + f_v} \times 3 \simeq 115 \text{ ms}$$

D'où $J_{eqmot} \simeq 9{,}3 \cdot 10^{-6}$ kg.m²

Q15 $Ec(\Sigma/0) = \frac{1}{2} \cdot J_{eqmot} \cdot \omega_m^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \dot{\lambda}^2$

où $\dot{\lambda} = K_v \cdot \omega_v = K_v \cdot K_r \cdot \omega_m$

Donc $E_c(\Sigma/0) = \frac{1}{2} \cdot \big(\underbrace{J_{eqmot} + m_2 \cdot K_v^2 \cdot K_r^2}_{= J_{eq}}\big) \cdot \omega_m^2$

Or $m_2 . K_J^2 . K_r^2 < 1,2 . 10^{-9}$ kg.m² $\ll J_{eqmot}$

Et donc $J_{eq} \simeq J_{eqmot}$

Q16

Conditions matérielles	N° 2

Attelle en mouvement	NON	Jambe et cuisse posées sur l'attelle	NON
Boucle de vitesse connectée	OUI	Boucle de position connectée	NON

Protocole de mesure	N° 1

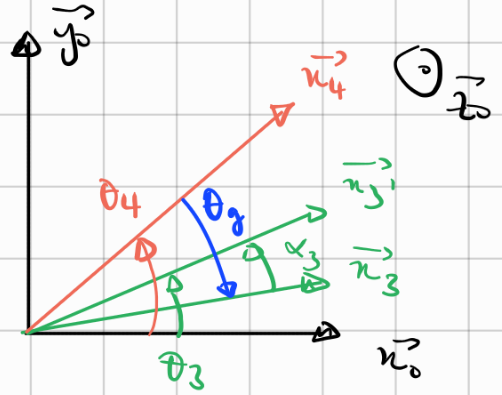
On conserve le 1^er^ protocole mais avec les conditions matérielles n° 2. On devrait trouver les mêmes valeurs de C_{sec} et f_v.

Q17 $\vec{J}_{G_j,3/0} = \vec{J}_{G_j,3/4} + \vec{J}_{G_j,4/0}$

Où $\vec{J}_{G_j,3/4} = \cancel{\vec{J}_{C,3/4}} + \vec{G_jC} \wedge \overrightarrow{\Omega_{3/4}}$ $\quad \overrightarrow{\Omega_{3/4}} = (-\dot\theta_4 + \dot\theta_3).\vec{z_0}$ $\quad (\alpha_3 = cte)$

$$= L_j.\vec{x_3} \wedge ((\dot\theta_3 - \dot\theta_4).\vec{z_0})$$

$$= L_j.(\dot\theta_4 - \dot\theta_3).\vec{y_3}$$



Et $\vec{J}_{G_j,4/0} = \cancel{\vec{J}_{C_h,4/0}} + \vec{G_jC_h} \wedge \overrightarrow{\Omega_{4/0}}$

$$= (L_j.\vec{x_3} + L_{cu}.\vec{x_4}) \wedge (\dot\theta_4.\vec{z_0})$$

$$= -L_j \cdot \dot{\theta}_4 \cdot \vec{y_3} - L_{cu} \cdot \dot{\theta}_4 \cdot \vec{y_4}$$

Et donc : $$\vec{V}_{G_j,3/0} = -L_j \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \vec{y_3} - L_{cu} \cdot \dot{\theta}_4 \cdot \vec{y_4}$$

Q18 $$P_{pes \to 3/0} = \{pes \to 3\} \otimes \{\mathcal{V}_{3/0}\}$$

$$= \vec{R}_{pes \to 3} \cdot \vec{V}_{G_j,3/0}$$

$$= + M_j \cdot g \cdot \vec{y_0} \cdot \left(+ L_j \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \vec{y_3} + L_{cu} \cdot \dot{\theta}_4 \cdot \vec{y_4} \right)$$

$$P_{pes \to 3/0} = \left(L_j \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \cos(\theta_3 - \alpha_3) + L_{cu} \cdot \dot{\theta}_4 \cdot \cos\theta_4 \right) \cdot M_j \cdot g$$

Q19 On a : $$\dot{\theta}_g = a \cdot \dot{\lambda} = a \cdot K_v \cdot \omega_v$$
$$= a \cdot K_v \cdot K_r \cdot \omega_m$$

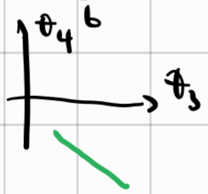
Donc : $$P_{pes} = \underbrace{\left[K_{p3} \cdot \cos(\theta_3 - \alpha_3) + K_{p4} \cdot \cos\theta_4 \right] \cdot a \cdot K_v \cdot K_r}_{C_{pes}} \cdot \omega_m$$

Q20 Si $\theta_3 \in [23,8° ; 40,66°]$ et $\alpha_3 = 19,15°$

Alors $\theta_3 - \alpha_3 \in [4,65° ; 21,51°]$
(donc $\cos(\theta_3 - \alpha_3) > 0$)

Et $\theta_4 \in [-30,35° ; -63,49°]$
(donc $\cos\theta_4 > 0$)

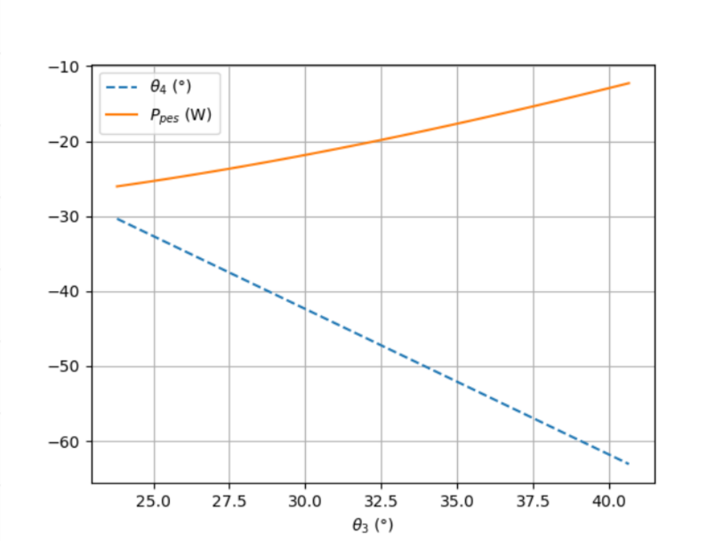
D'après l'énoncé : $\dot{\theta}_4 = \underbrace{\frac{K_4}{K_3}}_{<0} \cdot \dot{\theta}_3$ et donc $\theta_4 = \frac{K_4}{K_3} \cdot \theta_3 + cte$



où $-30,35 = -1,94 \cdot (23,8) + b$ donc $b \simeq -76,55°$

Il faut donc trouver θ_3 (et θ_4) pour que :
$3,42 \cdot \underbrace{\cos(\theta_3 - \alpha_3)}_{>0} - 34,12 \cdot \underbrace{\cos(-1,94 \cdot \theta_3 - 76,55°)}_{>0}$ soit maxi

Un tracé à la calculatrice donne :



Il faut donc :

$\theta_3 \simeq 23,8°$

et $\theta_4 \simeq -30,35°$

Q21 Je relève :

- $\varepsilon_\omega = \omega_{consigne} - \omega_{finale} \simeq 35$ rad/s $\neq 0$: donc l'exigence n'est pas respectée.
- $t_{r5\%} \simeq 0,12$ s $\leq 0,3$ s : l'exigence de rapidité est respectée.

→ le correcteur n'est donc pas adapté.

Je remarque que la différence des courbes simulées et mesurées est infime donc le modèle peut être qualifié de valide.

Q22 $$H_v(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_{cm}(p)} = \frac{\frac{K_p \cdot p + K_i}{p} \cdot \frac{K_m}{1 + \tau_m \cdot p}}{1 + \frac{K_p \cdot p + K_i}{p} \cdot \frac{K_m}{1 + \tau_m \cdot p}}$$

$$= \frac{K_m \cdot K_p \cdot p + K_m \cdot K_i}{K_m \cdot K_i + (K_m \cdot K_p + 1) \cdot p + \tau_m \cdot p^2}$$

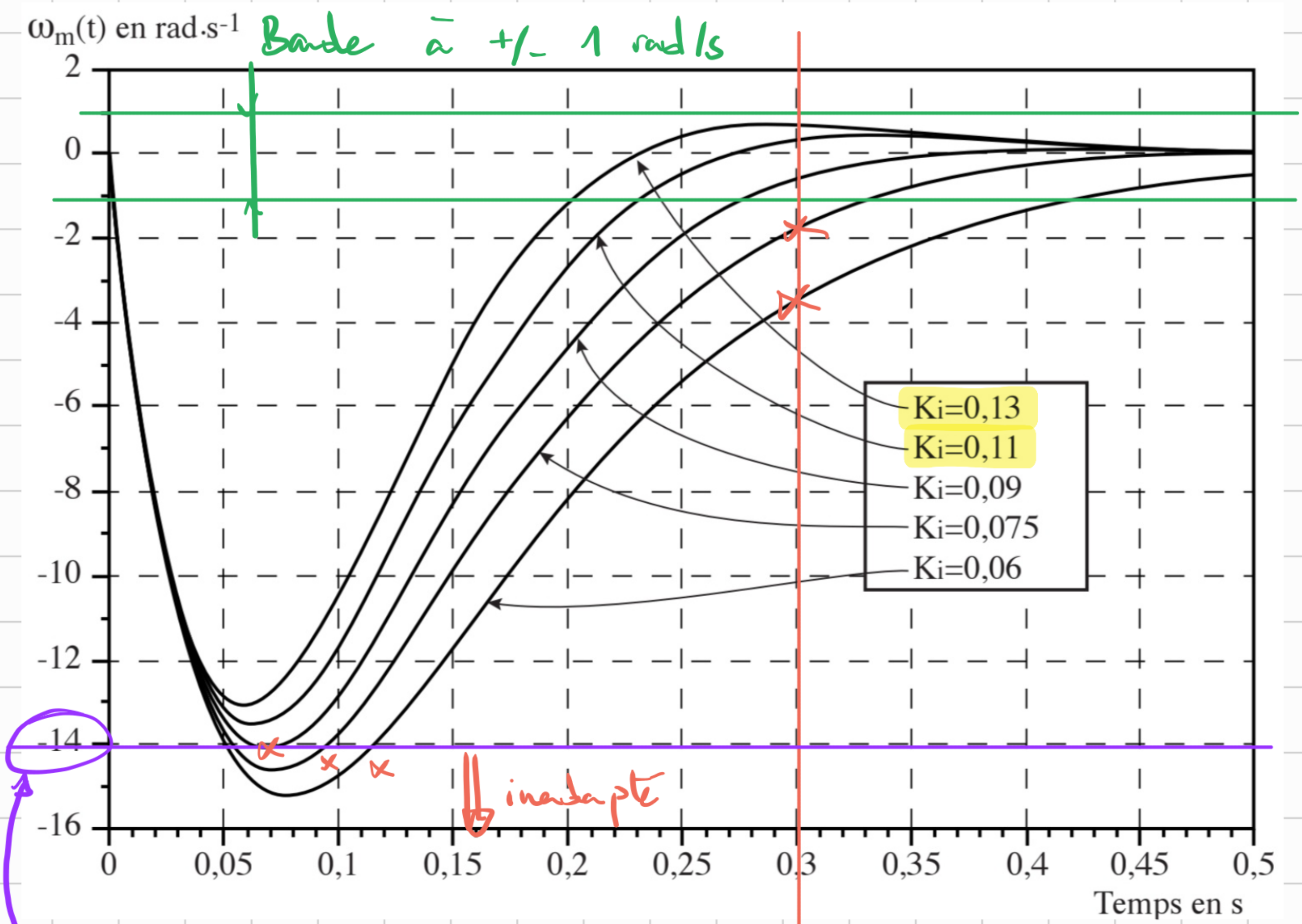
$$H_v(p) = \frac{1 + \frac{K_p}{K_i} \cdot p}{1 + \frac{K_m \cdot K_p + 1}{K_m \cdot K_i} \cdot p + \frac{\tau_m}{K_m \cdot K_i} \cdot p^2}$$

J'identifie : $\omega_0 = \sqrt{\frac{K_m \cdot K_i}{\tau_m}}$

Puis $\xi = \frac{1}{2} \cdot \frac{K_m \cdot K_p + 1}{\sqrt{\tau_m \cdot K_m \cdot K_i}}$

Augmenter K_i diminue ξ.

Q23



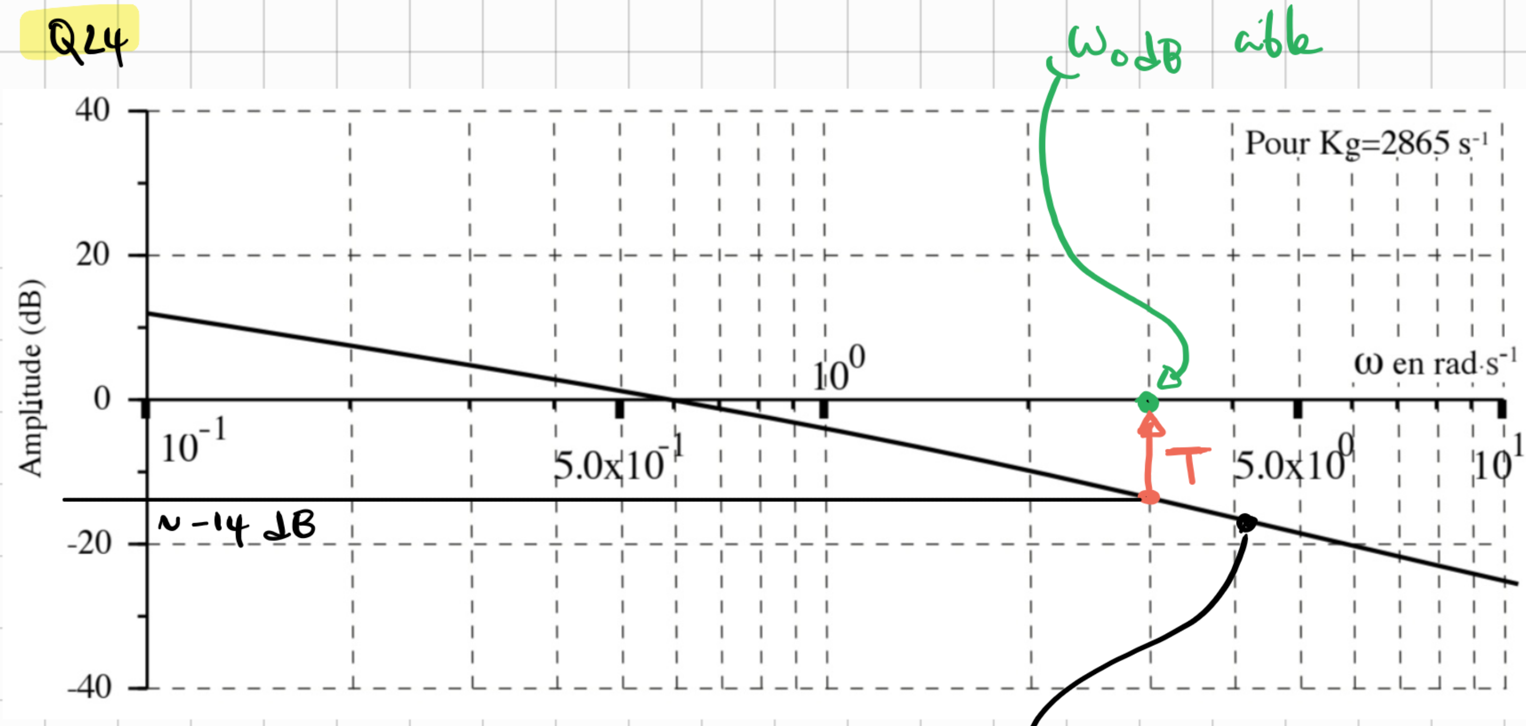
Chute de vitesse maximale

$\Rightarrow T_r \geqslant 0,3$ s

$K_i = 0,13$ ou $K_i = 0,11$ pourraient fonctionner mais pour conserver le "plus d'amortissement", on prendra :

$K_i = 0,11$

Q24



Tracé de $K_g^a \cdot H_{bo}$
où $K_g^a = 2865 \ s^{-1}$

On veut K_g tq $G_{dB}(\omega_{0dB}) = 0 \ dB$

donc tq $20.\log(K_g . |H_{bo}(j.\omega)|) = 0 \ dB$

" " $\underbrace{20.\log(K_g^a . |H_{bo}(j.\omega)|)}_{\text{Tracé}} + T = 0 \ dB$

où $T \simeq 14 \ dB$

Donc $20.\log(K_g . |H_{bo}(j.\omega)|) - 20.\log(\hat{K_g} . |H_{bo}(j.\omega)|) = T$

Donc $20.\log\left(\dfrac{K_g}{K_g^a}\right) = T$

Et donc $K_g = K_g^a . 10^{\frac{T}{20}} \simeq 14860 \ s^{-1}$

Q25 Je reprends les exigences vues dans la q° 2 :

Exigence à respecter :	Valeurs relevées :
id 1.2.1	
$0 \leq \varepsilon(t) \leq 2°$ en flexion	$\varepsilon_{moyen} \simeq 1,5°$ ✓
$0 \leq -\varepsilon(t) \leq 2°$ en extension	ε_{moyen} : non-évalué.
où $\varepsilon(t) = \theta_{gc}(t) - \theta_g(t)$	
id 1.2.3	
$\omega_{réel} = \omega_{consigne} \pm 5°/min$ en phase à vitesse constante	$\omega_{réel} - \omega_{consigne} \simeq 0\,°/min$ (pas de différence de pente constatée) ✓

Les exigences sont bien respectées.

Q26 Ici, on a un modèle linéarisé.

Les paramètres issus de la linéarisation sont :

- a (fonction Python écrite)
- K_3, K_4 (résultats donnés)

Q27
- La perturbation, liée à la pesanteur, sera modifiée.
- Il faudrait recalculer le terme :

$$C_{pes} = [K_{p3} \cdot \cos(\theta_3 - \alpha_3) + K_{p4} \cdot \cos\theta_4] \cdot a \cdot K_V \cdot K_r$$