Choix d'un correcteur pour pilotage d'une machine d'usinage

MODÉLISATION

① J'isole le rotor soumis aux puissances suivantes :

- $P_{motrice} = C_m \cdot \omega$
- $P_{frottements\ visqueux} = - f \cdot \omega^2$
- $P_{pesanteur} = 0$ car G reste à la même altitude

Le rotor est en rotation autour d'un axe fixe donc :

$$Ec(rotor/0) = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega^2$$

On a donc : $C_m \cdot \cancel{\omega} - f \cdot \omega^{\cancel{2}} = J \cdot \cancel{\omega} \cdot \dot{\omega}$

donc $\boxed{C_m = J \cdot \dot{\omega} + f \cdot \omega}$

② Dans le domaine de Laplace :

$$C_m(p) = (J \cdot p + f) \cdot \Omega(p) \quad \text{donc} \quad \frac{\Omega(p)}{C_m(p)} = \frac{1}{f + J \cdot p}$$

On a donc :

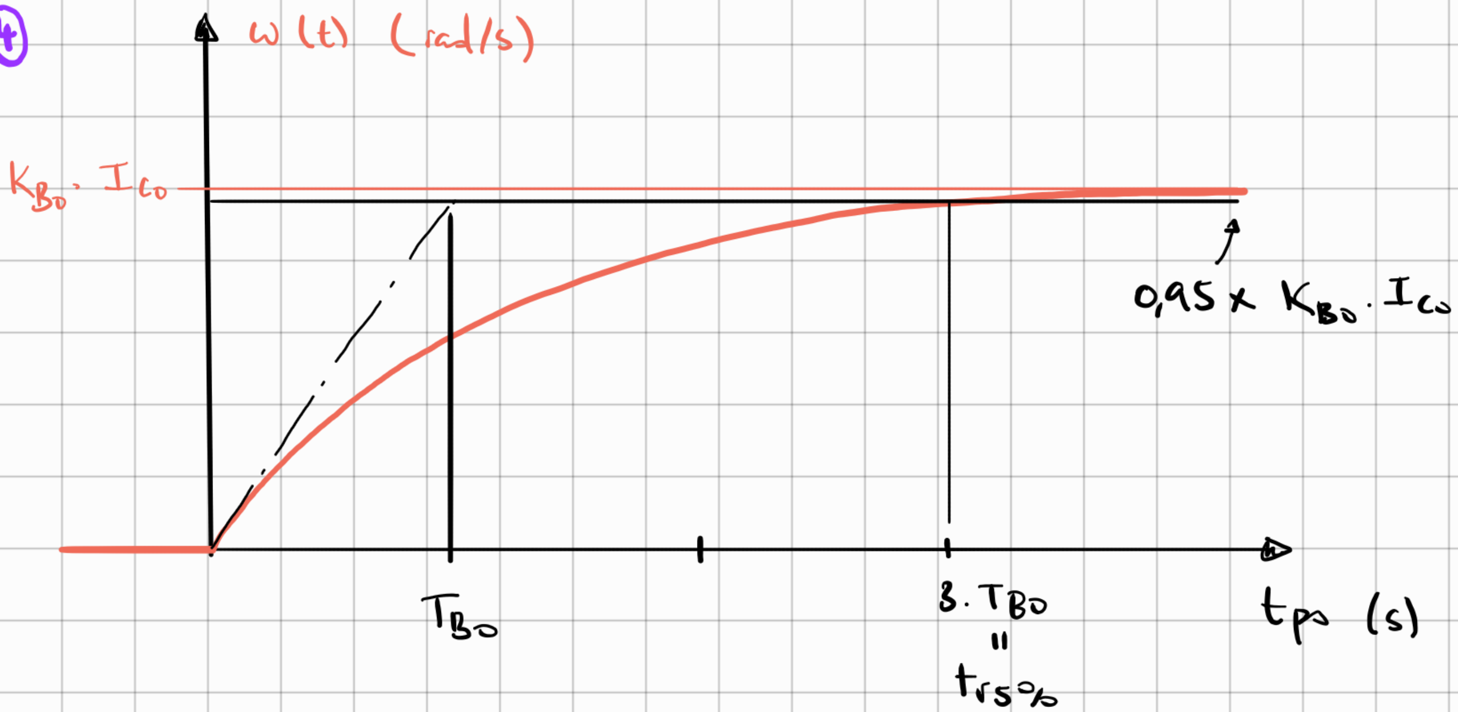
$$I_c(p) \text{ en A} \longrightarrow \boxed{1} \xrightarrow{I_m(p) \text{ en A}} \boxed{k_m} \xrightarrow{C_m(p) \text{ en N.m}} \boxed{\frac{1}{f + J \cdot p}} \longrightarrow \Omega(p) \text{ en rad/s}$$

③ J'obtiens :

$$Bo1(p) = \frac{\Omega(p)}{Ic(p)} = \frac{k_m}{f + J \cdot p} = \frac{\frac{k_m}{f}}{1 + \frac{J}{f} \cdot p}$$

$$K_{BO} = \frac{k_m}{f} \quad \text{et} \quad T_{BO} = \frac{J}{f}$$

④



⑥ Je remarque que la réponse à un échelon :

→ a une pente à l'origine (de l'échelon) non-nulle ;
→ ne présente pas de dépassement ;
→ tend vers une valeur finie.

Ces résultats sont bien ceux attendus pr une f° transfert d'ordre 1.

7

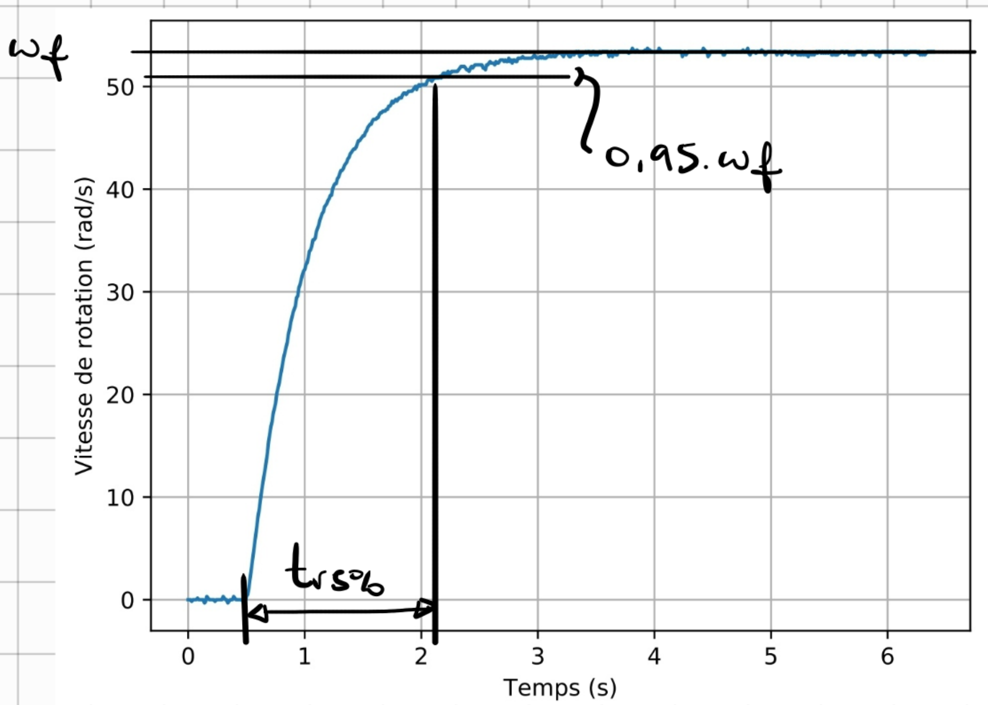
- Je relève : $\lim_{t \to +\infty} \omega(t) = \omega_f \simeq 53$ rad/s

et je sais que $\omega_f = K_{BO} \cdot I_{co}$

donc $K_{BO} = \dfrac{\omega_f}{I_{co}} \simeq 530$ (rad/s)/A

- Je relève : $t_{r5\%} \simeq 1{,}6$ s $= 3 \cdot T_{BO}$

donc $T_{BO} \simeq 0{,}53$ s



8 $K_{BO} = \dfrac{k_m}{f}$ donc $f = \dfrac{k_m}{K_{BO}} \simeq 8{,}26 \cdot 10^{-5}$ N.m/(rad/s)

Et $T_{BO} = \dfrac{J}{f}$ donc $J = T_{BO} \cdot f \simeq 4{,}38 \cdot 10^{-5}$ kg.m^2

(11) On retrouve :

- la même allure ;
- la bonne valeur finale ;
- le même tps caractéristique.

RÉGULATION DE VITESSE

(12)
$$FTBF(p) = \frac{k \cdot \frac{K_{Bo}}{1+T_{Bo} \cdot p}}{1 + k \cdot \frac{K_{Bo}}{1+T_{Bo} \cdot p}}$$

$$= \frac{k \cdot K_{Bo}}{1 + k \cdot K_{Bo} + T_{Bo} \cdot p}$$

$$= \frac{\overbrace{\frac{k \cdot K_{Bo}}{1+k \cdot K_{Bo}}}^{K_{BF}}}{1 + \underbrace{\frac{T_{Bo}}{1+k \cdot K_{Bo}}}_{T_{BF}} \cdot p}$$

(13) $t_{r5\%} = 3 \cdot T_{BF}$ donc si k augmente, $t_{r5\%}$ diminue donc le système devient plus rapide.

Pour avoir $t_{r5\%} = 0,9$ s, il faut :

$$3 \cdot \frac{T_{Bo}}{1+k \cdot K_{Bo}} = \overbrace{0,9\ s}^{t_{lim}}$$ donc $$3 \cdot T_{Bo} = t_{lim} + t_{lim} \cdot k \cdot K_{Bo}$$

donc $$k = \frac{3 \cdot T_{Bo} - t_{lim}}{t_{lim} \cdot K_{Bo}}$$

$$\simeq 1,45 \cdot 10^{-3}\ A/(rad/s)$$

(14) La FTBO est de classe 0 donc l'erreur, pour une entrée en échelon ω_0, sera :

$$\varepsilon_S = \frac{\omega_0}{1 + k.K_{BO}}$$

Et donc $\varepsilon_{relative} = \frac{1}{1 + k.K_{BO}} \simeq 57\%$

Si k augmente alors $\varepsilon_{relative}$ diminue.

(15) Il n'y aura pas de dépassement car FTBF est une f° de transfert d'ordre 1.

(16) Non, car la précision n'est pas satisfaisante.

(18) Je relève $\varepsilon_{relative} \simeq \frac{100 - 44}{100} \simeq 56\%$;

et $t_{r5\%} \simeq 0,9\,s$, ce qui sont les valeurs attendues.

(19) On a maintenant $C_0(p) = \frac{K_i}{p}$ donc une FTBO de classe 1 et donc l'erreur vis-à-vis d'une entrée en échelon sera nulle.

(20) Il faut calculer la FTBF :

$$FTBF(p) = \frac{\frac{K_i}{p} \cdot \frac{K_{BO}}{1+T_{BO}\cdot p}}{1+\frac{K_i}{p}\cdot\frac{K_{BO}}{1+T_{BO}\cdot p}}$$

$$= \frac{K_i \cdot K_{BO}}{K_i\cdot K_{BO} + p + T_{BO}\cdot p^2}$$

$$= \frac{1}{1+\frac{1}{K_i\cdot K_{BO}}\cdot p + \frac{T_{BO}}{K_i\cdot K_{BO}}\cdot p^2}$$

J' identifie : $\omega_0 = \sqrt{\frac{K_i\cdot K_{BO}}{T_{BO}}}$

et $\xi = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{T_{BO}\cdot K_i\cdot K_{BO}}}$

Il faut que $\xi > 1$ et donc $\frac{1}{4\cdot T_{BO}\cdot K_i\cdot K_{BO}} > 1$

donc $K_i < \frac{1}{4\cdot T_{BO}\cdot K_{BO}}$

$[C_o(p)] = \frac{A}{rad/s} = \frac{[K_i]}{[p]} = \frac{[K_i]}{rad/s}$

$K_i < 326\ A$

21 On a dans ce cas : $\xi = 1$ et $\omega_0 \simeq 0{,}94\ rad/s$

Je relève $tr_{réduit} = tr_{5\%}\cdot\omega_0 \simeq 5$ donc $tr_{5\%} \simeq 5{,}3\ s > 0{,}9s$.

Un tel correcteur ne peut pas satisfaire les exigences de stabilité et de rapidité simultanément.

22 $C_o(p) = k.\left(1 + \frac{1}{T_i \cdot p}\right) = k . \frac{1 + T_i \cdot p}{T_i \cdot p}$. Le correcteur est de classe 1 ce qui permet bien de respecter les exi--gences de précision (FTBO de classe 1).

23 On prend $T_i = T_{Bo}$ donc :

$$FTBo(p) = k . \frac{\cancel{1 + T_{Bo} \cdot p}}{T_{Bo} \cdot p} \cdot \frac{K_{Bo}}{\cancel{1 + T_{Bo} \cdot p}} = \frac{k . K_{Bo}}{T_{Bo} \cdot p}$$

$$FTBF(p) = \frac{\frac{k . K_{Bo}}{T_{Bo} \cdot p}}{1 + \frac{k . K_{Bo}}{T_{Bo} \cdot p}} = \frac{k . K_{Bo}}{k . K_{Bo} + T_{Bo} \cdot p}$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{T_{Bo}}{k . K_{Bo}} \cdot p}$$

24 On veut $3 \cdot \frac{T_{Bo}}{k . K_{Bo}} = t_{lim} = 0,9$ s et donc :

$$k = \frac{3 . T_{Bo}}{t_{lim} . K_{Bo}} \simeq 3,33 . 10^{-3} \text{ A/(rad/s)}$$

25 Oui, on a bien : $\varepsilon = 0$

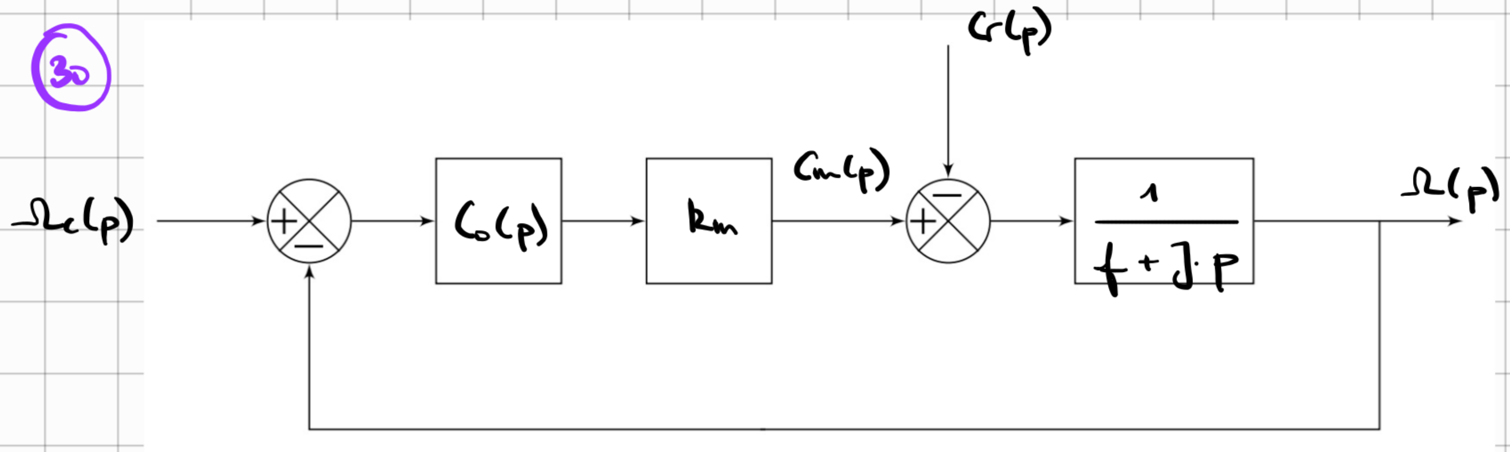
et $t_{r5\%} \simeq 0,9$ s ... et on retrouve le même chose avec le modèle multi-physique.

29 Il faut rajouter la puissance :

$$P_{frott\ secs} = -C_{ro}\cdot\omega$$

Et donc $C_m - C_{ro} = J\cdot\dot{\omega} + f\cdot\omega$

30



31 Il y a une intégration en amont de la perturbation donc le système sera insensible à une perturbat° en échelon.

32 • Le critère de rapidité est bien vérifié.

• Si $C_{ro} \simeq 5.10^{-3}$ N.m, le tps de réponse devient plus grand.

ASSERVISSEMENT EN POSITION ANGULAIRE

33 Il faut un système insensible à une perturbation en échelon et donc une intégration en amont de cette perturbation. Cela impose un correcteur de classe 1.

34) Ici : $FTBO(p) = \frac{K_i}{p} \cdot K_m \cdot \frac{1}{f + J \cdot p} \cdot \frac{1}{p}$

On a donc :

$$\arg(FTBO(j\cdot\omega)) = -180° - \arctan\left(\frac{J}{f}\cdot\omega\right) < -180°$$

La marge de phase sera donc négative et le système sera instable.

35) On a : $FTBO(p) = K_1 \cdot \frac{\cancel{1 + T_{BO}\cdot p}}{T_{BO}\cdot p} \cdot \frac{1 + a\cdot T\cdot p}{1 + T\cdot p} \cdot \frac{K_{BO}}{\cancel{1 + T_{BO}\cdot p}} \cdot \frac{1}{p}$

$$= K_1 \cdot \frac{K_{BO}}{T_{BO}\cdot p^2} \cdot \frac{1 + a\cdot T\cdot p}{1 + T\cdot p}$$

On remarque que $\arg(FTBO(j\cdot\omega)) = -180° + \varphi_{correcteur}$.

Il faut donc $\varphi_m = 70°$ et comme :

$$\sin\varphi_m = \frac{a-1}{a+1} \Leftrightarrow \sin\varphi_m + a\cdot\sin\varphi_m = a - 1$$

$$\Leftrightarrow a\cdot(1 - \sin\varphi_m) = 1 + \sin\varphi_m$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{1 + \sin\varphi_m}{1 - \sin\varphi_m} \simeq 32,16$$

36) On veut $\omega_m = \omega_{0dB} = 10 \text{ rad/s} = \frac{1}{T\cdot\sqrt{a}}$

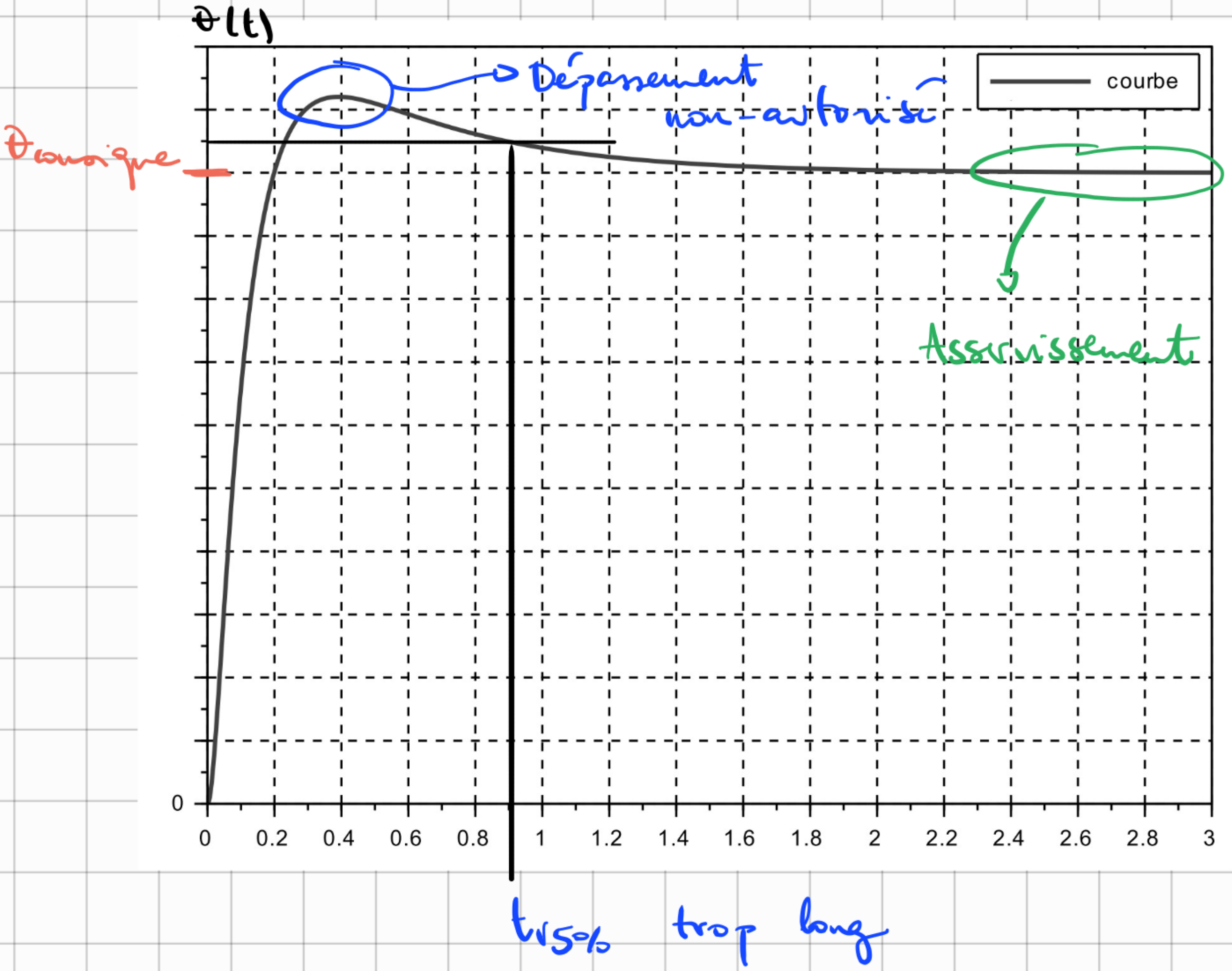
Et donc $\boxed{T = \frac{1}{\omega_{0dB}\cdot\sqrt{a}} \simeq 0{,}0176 \text{ s}}$

37 On veut enfin : $|FTBO(j\cdot\omega_{0dB})| = 1$ et donc :

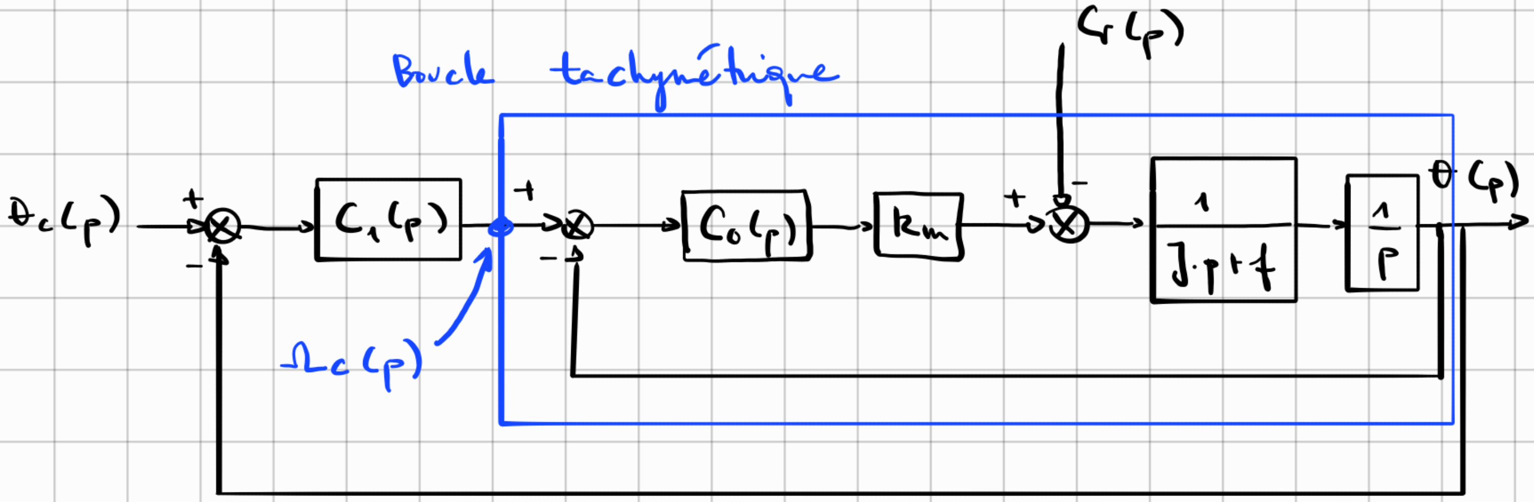
$$K_1\cdot\frac{K_{BO}}{T_{BO}\cdot\omega_{0dB}^2}\cdot\sqrt{a} = 1 \quad \text{donc} \quad K_1 = \frac{T_{BO}\cdot\omega_{0dB}^2}{K_{BO}\cdot\sqrt{a}}$$

$\boxed{K_1 \simeq 0{,}0176 \text{ A/rad}}$

39 Voici la réponse obtenue :



40 Question libre : ici, on peut proposer la structure suivante :


Boucle tachymétique
$C_r(p)$
$\theta_c(p)$
$C_1(p)$
$\Omega_c(p)$
$C_0(p)$
k_m
$\frac{1}{J.p+f}$
$\frac{1}{p}$
$\theta(p)$