Régulation de vitesse sur un robot

Q1. La FTBO est d'ordre 1. On aura donc nécessairement :

- $M\varphi > 90°$
- $M_G = +\infty$

Le système sera donc stable et respectera $M\varphi > 45°$.

Q2. • La FTBO est de classe 0 donc le système ne sera pas précis vis-à-vis d'une entrée en échelon.

• Il n'y a pas d'intégration en amont de la perturbation donc le système sera sensible à une perturbation en échelon.

On peut calculer :

$$\varepsilon_S = \lim_{t \to +\infty} v_c(t) - v(t)$$

$$= \varepsilon_{poursuite} + \varepsilon_{régulation}$$

Avec $\varepsilon_{poursuite} = \dfrac{V_0}{1 + K_{BO}}$ → Amplitude de l'échelon d'entrée ; → Gain statique de la FTBO : $K_{BO} = K_p . A . K$

Et $\varepsilon_S = \lim_{p \to 0^+} p.(V_c(p) - V(p))$

$$= \underbrace{\lim_{p \to 0^+} p.(1 - FTBF(p)).V_c(p)}_{} - \lim_{p \to 0^+} p.H_{part}(p).C_r(p)$$

$$= \varepsilon_{poursuite}$$

Avec $H_{part}(p) = -\dfrac{\dfrac{K}{1+T.p}}{1 + K_p.A.\dfrac{K}{1+T.p}} = -\dfrac{K}{1 + K_p.A.K + T.p}$

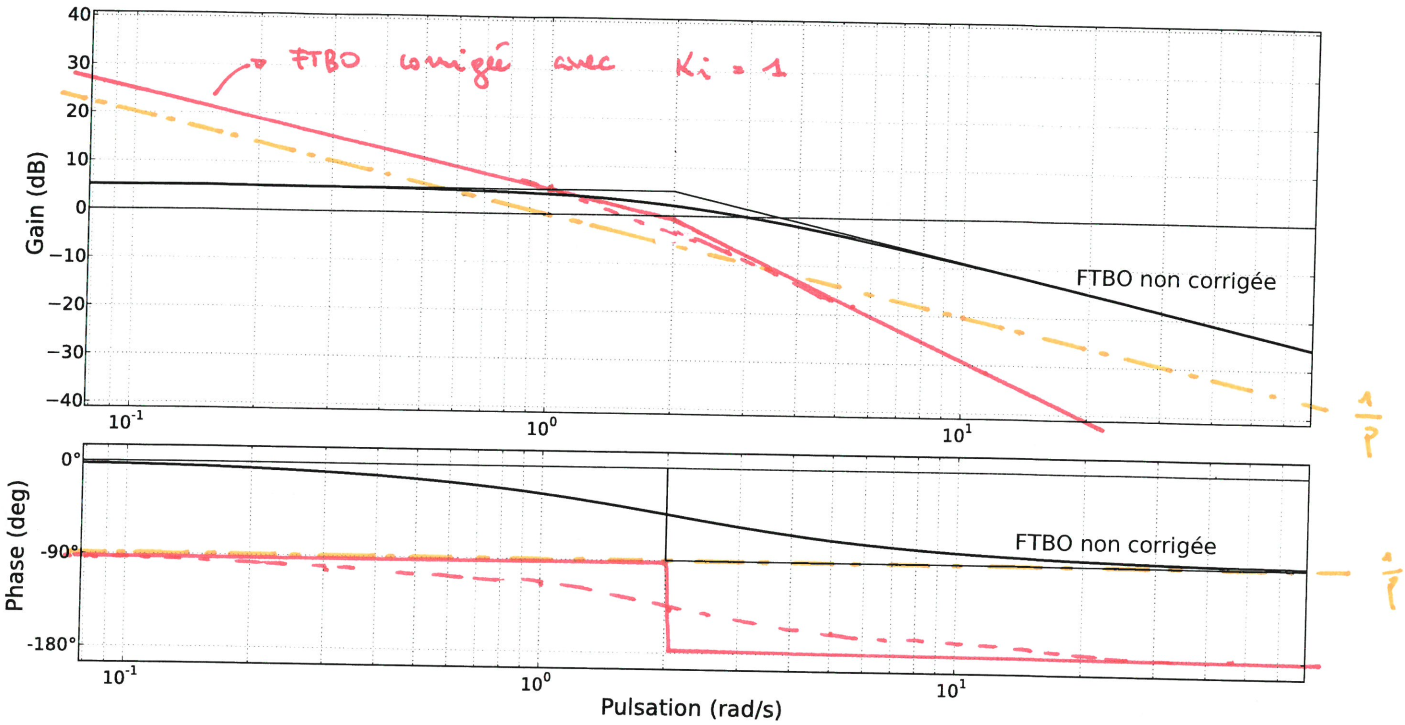
On a donc $\boxed{\varepsilon_S = \dfrac{V_0}{1+K_p.A.K} + \dfrac{K.C_{r0}}{1+K_p.A.K}}$

Q3. Le cahier des charges ne pourra pas être entièrement respecté par l'exigence sur l'erreur statique n'est pas validée.

Q4. On a maintenant :

$$FTBO(p) = \frac{K_i}{p} \cdot A \cdot \frac{K}{1 + T \cdot p}$$

Q5.



Q6. a. Pour avoir $M_\varphi > 45°$, il faut $|FTBO(j \cdot \omega_{-135°})| < 1$.
On sait que $\omega_{-135°} = \frac{1}{T} = 2$ rad/s et :

$$|FTBO(j \cdot \omega)| = \frac{K_i}{\omega} \cdot A \cdot \frac{K}{\sqrt{1 + T^2 \cdot \omega^2}}$$

Il faut donc :

$$K_i < \frac{\omega \cdot \sqrt{1 + T^2 \cdot \omega^2}}{A \cdot K}$$ avec $\omega = \omega_{-135°}$

donc $K_i < 1,57$ V/m

Q6. b. Le cahier des charges impose $\omega_{0dB} > 1$ rad/s. Avec ω_{0dB} qui vérifie : $|FTBO(j \cdot \omega_{0dB})| = 1$

Dans le cas limite où $\omega_{0dB} = 1$, cela correspond à :

$K_i \approx 0,62$ V/m

Pour respecter les critères de stabilité ET de rapidité, il faut donc que : $0,62 < K_i < 1,57$ (en V/m).

Q7. a. La FTBO est de classe 1 donc l'asservissement sera précis vis-à-vis d'une entrée en échelon donc : $\varepsilon_s' = 0$.

Q7.b. Il y a une intégration en amont de la perturbation donc le système sera insensible à une perturbation en échelon donc $\varepsilon_s'' = 0$

Q7.c. L'erreur statique totale : $\varepsilon_s = \varepsilon_s' + \varepsilon_s'' = 0$. Le critère de précision, pour une entrée en échelon, est bien respecté.

Q8. La FTBO étant de classe 1, on aura :

$$\varepsilon_v = \frac{1}{K_i \cdot A \cdot K}$$

échelon unitaire

Pour avoir $\varepsilon_v = 0$, il faudrait $K_i = +\infty$ ce qui n'est pas une valeur réaliste.

Q9. Sans la fonction $C_a(p)$, on a :

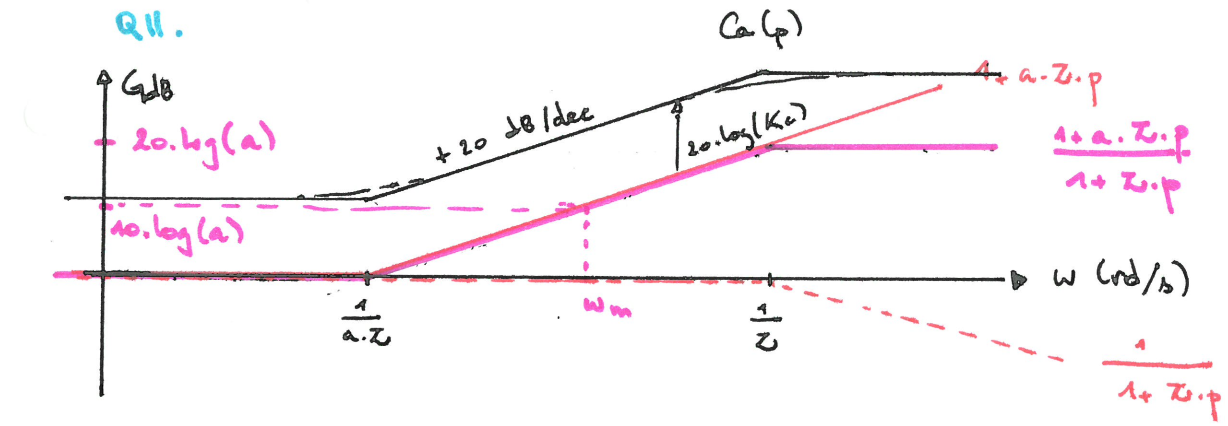
$$FTBO(p) = \frac{1}{p^2} \cdot A \cdot \frac{K}{1 + T \cdot p}$$

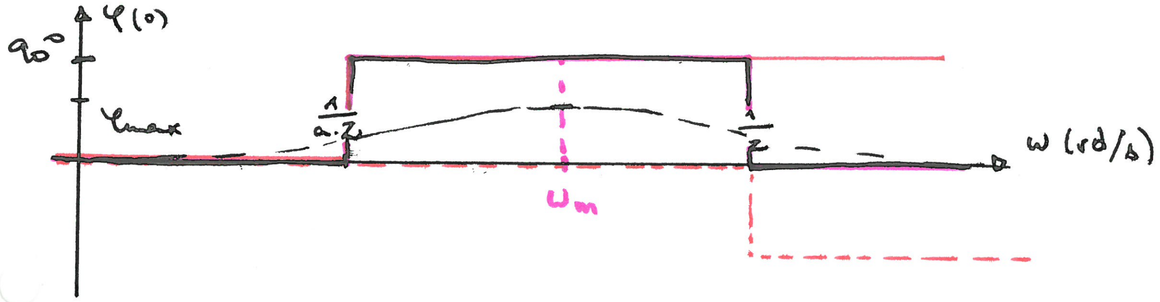
Dans ce cas, $\arg(FTBO(j \cdot \omega)) < -180°$ on aura donc $M\varphi < 0°$ et donc le système sera instable.

Q10. On a $\arg(FTBO_{Ca1}(j \cdot \omega_1)) \simeq -205°$ où $\omega_1 = 1$ rd/s

On veut $-135° = -205° + \varphi_{max}$ et donc $\varphi_{max} \simeq 70°$

Q11.





Q12. On a $\sin \varphi_{max} = \dfrac{a-1}{a+1}$ donc $a - 1 = a \cdot \sin \varphi_{max} + \sin \varphi_{max}$

On obtient donc:

$$\boxed{a = \frac{1+\sin \varphi_{max}}{1-\sin \varphi_{max}}}.$$

Pour avoir $\varphi_{max} = 70°$, il faut donc : $\underline{a \simeq 32}$.

Q13. A. ω_{max} est "la moyenne logarithmique" de $\frac{1}{a.\tau}$ et de $\frac{1}{\tau}$.

On a donc :

$$\log(\omega_{max}) = \frac{1}{2}.\left[\log\left(\frac{1}{a.\tau}\right) + \log\left(\frac{1}{\tau}\right)\right]$$

$$= \frac{1}{2}.\log\left(\frac{1}{a.\tau^2}\right)$$

$$= \log\left[\frac{1}{\tau.\sqrt{a}}\right]$$

D'où $\underline{\omega_{max} = \frac{1}{\tau.\sqrt{a}}}$ donc $\tau = \frac{1}{\omega_{max}.\sqrt{a}}$

B. $\underline{\tau \simeq 0,18 \text{ s}}$

Q14. Fixons la valeur de K_c pour que $\omega_{0dB} = 1$ rad/s. Il faut donc que :

$$G_{dB,FTBO\,corrigée}(\omega_{0dB}) = 0 \text{ dB}$$

Donc:

$$G_{dB,FTBO\,sans\,Co}(\omega_{0dB}) + G_{dB,Co}(\omega_{0dB}) = 0 \text{ dB}$$

$$\underbrace{G_{dB,FTBO\,sans\,Co}(\omega_{0dB})}_{\simeq 4 \text{ dB}} + \underbrace{10.\log(a)}_{\simeq 15 \text{ dB}} + 20.\log(K_c) = 0 \text{ dB}$$

donc $\underline{K_c \simeq 10^{-\frac{19}{20}} \simeq 0,11 \text{ V}/(\text{m.s})}$

Q15. A. La FTBO est de classe 2 donc:

→ l'asservissement sera précis vis-à-vis d'une entrée en échelon,

→ " " " " " " " rampe.

Il y a 2 intégrations en amont de la perturbation donc l'asservissement sera insensible à une perturbation en échelon.

Les critères de précision sont bien respectés.

B. Dressons un tableau récapitulatif:

Critère	Niveau attendu	Niveau prévu	Respect ?
Erreur statique	$\varepsilon_s = 0$	$\varepsilon_s = 0$	oui
" traînage	$\varepsilon_t = 0$	$\varepsilon_t = 0$	oui
Marge de phase	$M\varphi > 45°$	$M\varphi = 45°$	oui
Pulsat° de coupure	$\omega_{0dB} > 1\,rd/s$	$\omega_{0dB} = 1\,rd/s$	oui