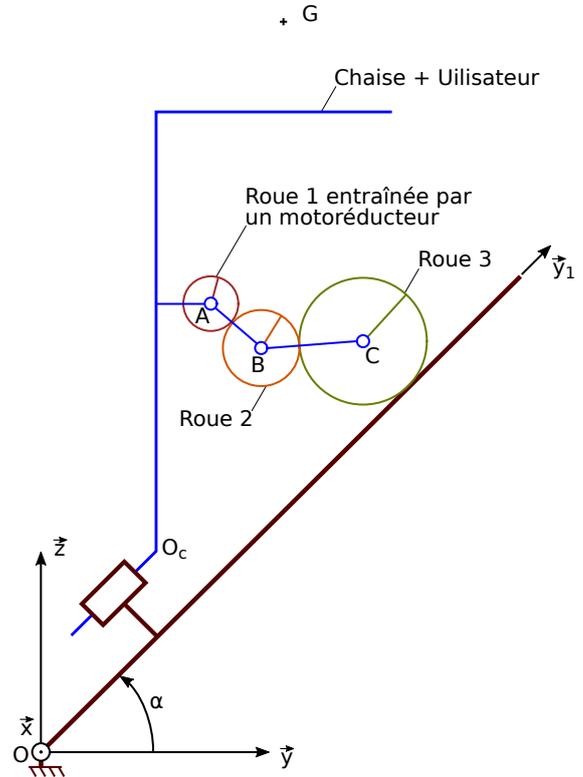


## Chaise escalier

On considère une chaise escalier qui équipe les logements de personnes ayant une mobilité réduite. La modélisation retenue est donnée ci-dessous.



- On note  $O$ , un point fixe dans le repère lié au sol et  $O_c$  un point fixe dans le repère lié à la chaise ;
- $\overrightarrow{OO_c} = y(t)\vec{y}_1 + h_0\vec{z}_1$  où l'on notera  $\dot{y} = v$  ;
- {Chaise, Utilisateur} = CU : de masse  $m_{CU}$  et de moment d'inertie  $I_{CU}$  autour de l'axe  $(G, \vec{x})$  ;
- Arbre moteur de masse  $m_{mot}$  et de moment d'inertie  $I_{mot}$ , vitesse de rotation de l'arbre moteur noté  $\omega_m$  ;
- Pièces mobiles du réducteur de masse  $m_{red}$  et de moment d'inertie  $I_r$  ramené sur l'arbre moteur, rapport de réduction noté  $r$  ;
- Roue 1, notée  $R_1$ , de masse  $m_1$ , de moment d'inertie  $I_1$  autour de  $(A, \vec{x})$  et de rayon  $R_1$  ;
- Roue 2, notée  $R_2$ , de masse  $m_2$ , de moment d'inertie  $I_2$  autour de  $(B, \vec{x})$  et de rayon  $R_2$  ;
- Roue 3, notée  $R_3$ , de masse  $m_3$ , de moment d'inertie  $I_3$  autour de  $(C, \vec{x})$  et de rayon  $R_3$  ;
- Cette roue 3 est un pignon qui roule sans glisser sur le bâti muni d'une crémaillère et noté 0.
- On notera  $M_\Sigma$ , la masse de l'ensemble des pièces en mouvement.
- Le moteur impose un couple moteur  $C_m$  ;
- L'ensemble des frottements sont modélisés par un frottement visqueux ramené sur l'arbre moteur dont le coefficient de frottement visqueux est  $f$  en  $N.m.s$ .

Q1 – Quelle est la relation entre  $v$  et  $\omega_m$  ?

- A.  $v = R_1 \cdot r \cdot \omega_m$
- B.  $v = R_1 \cdot \frac{R_2}{R_3} \cdot r \omega_m$
- C.  $v = R_1 \cdot \frac{R_3}{R_2} \cdot r \omega_m$
- D.  $v = R_1 \cdot \frac{R_3}{R_2} \cdot \frac{1}{r} \omega_m$

**Q2** – Je note  $J$  le moment d'inertie équivalent de l'ensemble des pièces en mouvement ramené sur l'axe moteur. J'obtiens :

- A.  $J = r^2 \cdot I_r + I_{mot} + r^2 \cdot I_1 + r^2 \cdot \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \cdot I_2 + r^2 \cdot \left(\frac{R_1}{R_3}\right)^2 \cdot I_3 + M_\Sigma \cdot R_1^2 \cdot r^2$
- B.  $J = r^2 \cdot I_r + I_{mot} + r^2 \cdot I_1 + r^2 \cdot \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \cdot I_2 + r^2 \cdot \left(\frac{R_2}{R_3}\right)^2 \cdot I_3 + M_\Sigma \cdot R_1^2 \cdot r^2$
- C.  $J = I_r + I_{mot} + r^2 \cdot I_1 + r^2 \cdot \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \cdot I_2 + r^2 \cdot \left(\frac{R_1}{R_3}\right)^2 \cdot I_3 + M_\Sigma \cdot R_1^2 \cdot r^2$
- D.  $J = I_r + I_{mot} + I_{CU} + r^2 \cdot I_1 + r^2 \cdot \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \cdot I_2 + r^2 \cdot \left(\frac{R_2}{R_3}\right)^2 \cdot I_3 + M_\Sigma \cdot R_1^2 \cdot r^2$

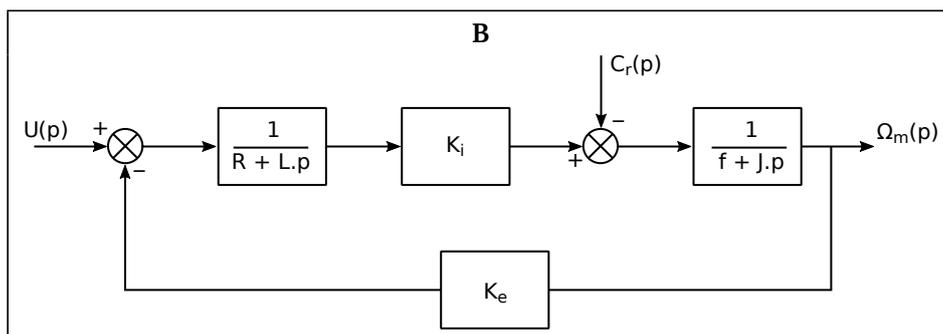
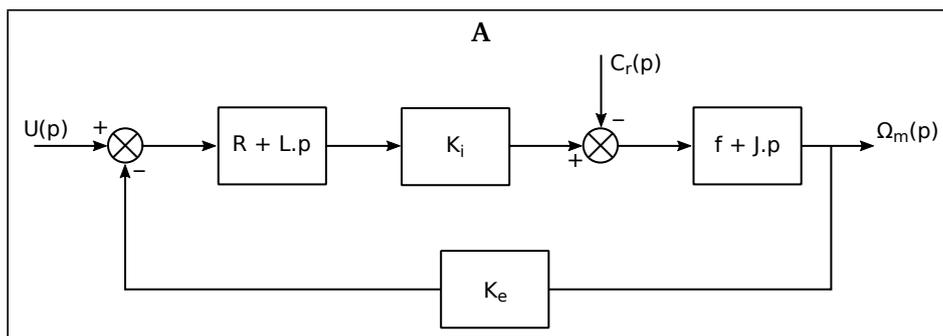
**Q3** – L'équation de mouvement est la suivante :

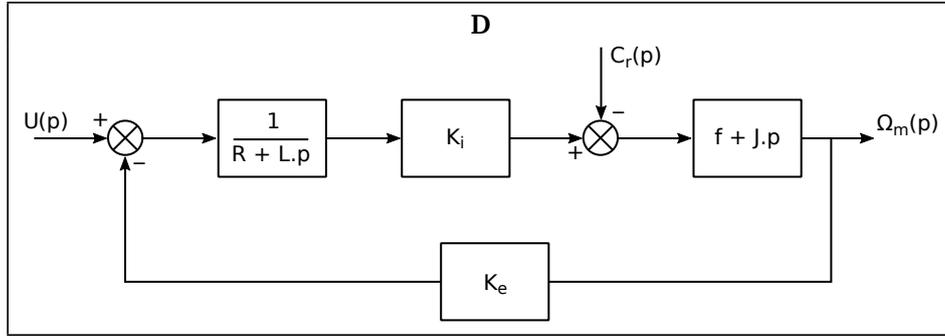
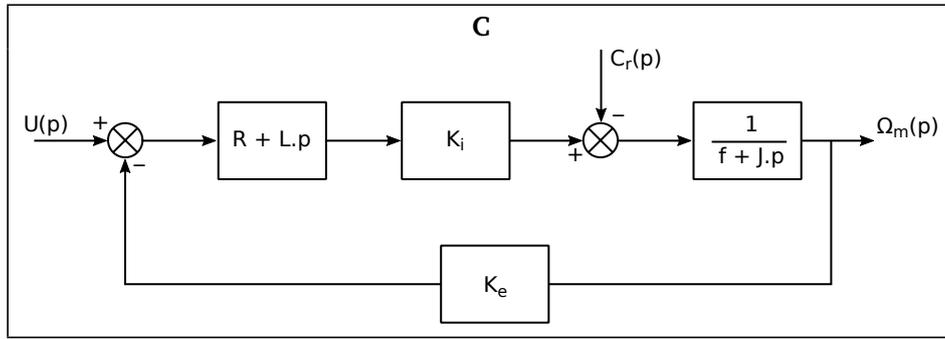
- A.  $C_m - M_\Sigma \cdot g \cdot R_1 \cdot r \cdot \cos \alpha = J \cdot \frac{d\omega_m}{dt} + f \cdot \omega_m$
- B.  $C_m - M_\Sigma \cdot g \cdot R_1 \cdot r \cdot \cos \alpha = J \cdot \frac{d\omega_m}{dt} + f \cdot \omega_m^2$
- C.  $C_m - M_\Sigma \cdot g \cdot R_1 \cdot r \cdot \sin \alpha = J \cdot \frac{d\omega_m}{dt} + f \cdot \omega_m^2$
- D.  $C_m - M_\Sigma \cdot g \cdot R_1 \cdot r \cdot \sin \alpha = J \cdot \frac{d\omega_m}{dt} + f \cdot \omega_m$

Le moteur utilisé est un moteur à courant continu, on rappelle donc les équations utiles :

- $C_m - C_r = J \cdot \frac{d\omega_m}{dt} + f \cdot \omega_m$
- $C_m = K_i \cdot i$  où  $i$  est l'intensité dans l'induit et  $K_i$  la constante de couple
- $e = K_e \cdot \omega_m$  où  $e$  est la tension contre-électromotrice et  $K_e$  la constante de vitesse
- $U = R \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} + e$  où  $U$  est la tension d'alimentation du moteur,  $R$  et  $L$  sont respectivement la résistance et l'inductance de l'induit

**Q4** – On dresse le schéma-blocs suivant :





Q5 – Les fonctions de transfert du moteur sont :

$$A. \left. \frac{\Omega_m(p)}{U(p)} \right|_{C_r(p)=0} = \frac{\frac{1}{K_e}}{1 + \frac{R.J}{K_i.K_e + R.f} \cdot p + \frac{L.J}{K_i.K_e + R.f} \cdot p^2}$$

$$B. \left. \frac{\Omega_m(p)}{U(p)} \right|_{C_r(p)=0} = \frac{\frac{1}{K_e}}{1 + \frac{R.J + L.f}{K_i.K_e + R.f} \cdot p + \frac{L.J}{K_i.K_e + R.f} \cdot p^2}$$

$$C. \left. \frac{\Omega_m(p)}{U(p)} \right|_{C_r(p)=0} = \frac{\frac{K_i}{K_i.K_e + R.f}}{1 + \frac{R.J}{K_i.K_e + R.f} \cdot p + \frac{L.J}{K_i.K_e + R.f} \cdot p^2}$$

$$D. \left. \frac{\Omega_m(p)}{U(p)} \right|_{C_r(p)=0} = \frac{\frac{K_i}{K_i.K_e + R.f}}{1 + \frac{R.J + L.f}{K_i.K_e + R.f} \cdot p + \frac{L.J}{K_i.K_e + R.f} \cdot p^2}$$

Q6 – Et :

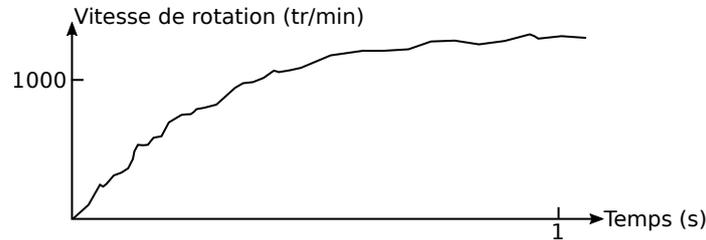
$$A. \left. \frac{\Omega_m(p)}{C_r(p)} \right|_{U(p)=0} = -\frac{R.J + L.f}{K_i.K_e + R.f} \cdot \frac{1 + \frac{L}{R} \cdot p}{1 + \frac{R.J + L.f}{K_i.K_e + R.f} \cdot p + \frac{L.J}{K_i.K_e + R.f} \cdot p^2}$$

$$B. \left. \frac{\Omega_m(p)}{C_r(p)} \right|_{U(p)=0} = -\frac{R.J + L.f}{K_i.K_e + R.f} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R.J + L.f}{K_i.K_e + R.f} \cdot p + \frac{L.J}{K_i.K_e + R.f} \cdot p^2}$$

$$C. \left. \frac{\Omega_m(p)}{C_r(p)} \right|_{U(p)=0} = -\frac{R.f + L.J}{K_i.K_e + R.f} \cdot \frac{1 + \frac{L}{R} \cdot p}{1 + \frac{R.J + L.f}{K_i.K_e + R.f} \cdot p + \frac{L.J}{K_i.K_e + R.f} \cdot p^2}$$

$$D. \left. \frac{\Omega_m(p)}{C_r(p)} \right|_{U(p)=0} = -\frac{R}{K_i \cdot K_e + R \cdot f} \cdot \frac{1 + \frac{L}{R} \cdot p}{1 + \frac{R \cdot J + L \cdot f}{K_i \cdot K_e + R \cdot f} \cdot p + \frac{L \cdot J}{K_i \cdot K_e + R \cdot f} \cdot p^2}$$

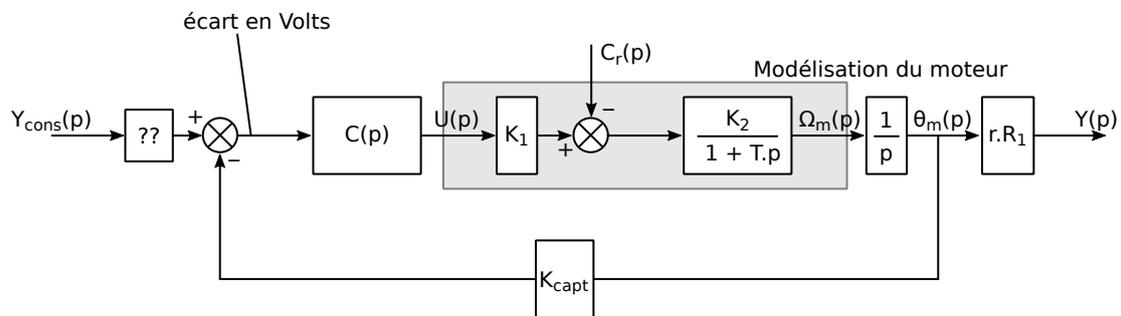
Q7 – N'ayant pas toutes les valeurs numériques, on propose d'identifier  $\frac{\Omega_m(p)}{U(p)} = \frac{K}{1 + T \cdot p}$  en imposant une tension entrée en échelon de 24 V et en mesurant la vitesse de rotation  $\omega_m$ .



J'obtiens :

- A.  $K \approx 5,7$  (rad/s)/V et  $T \approx 0,25$ s
- B.  $K \approx 57$  (rad/s)/V et  $T \approx 0,25$ s
- C.  $K \approx 130$  (rad/s)/V et  $T \approx 0,25$ s
- D.  $K \approx 1300$  (rad/s)/V et  $T \approx 0,25$ s
- E. Aucune réponse ne convient.

Le moteur est inséré dans une boucle d'asservissement. Après simplification du schéma-blocs, on peut se ramener à la structure suivante :



Q8 – Pour que le système asservi fonctionne par quoi faut-il remplacer ?? :

- A.  $K_{capt}$
- B.  $\frac{1}{K_{capt}}$
- C.  $K_{capt} \cdot r \cdot R_1$
- D.  $\frac{K_{capt}}{r \cdot R_1}$

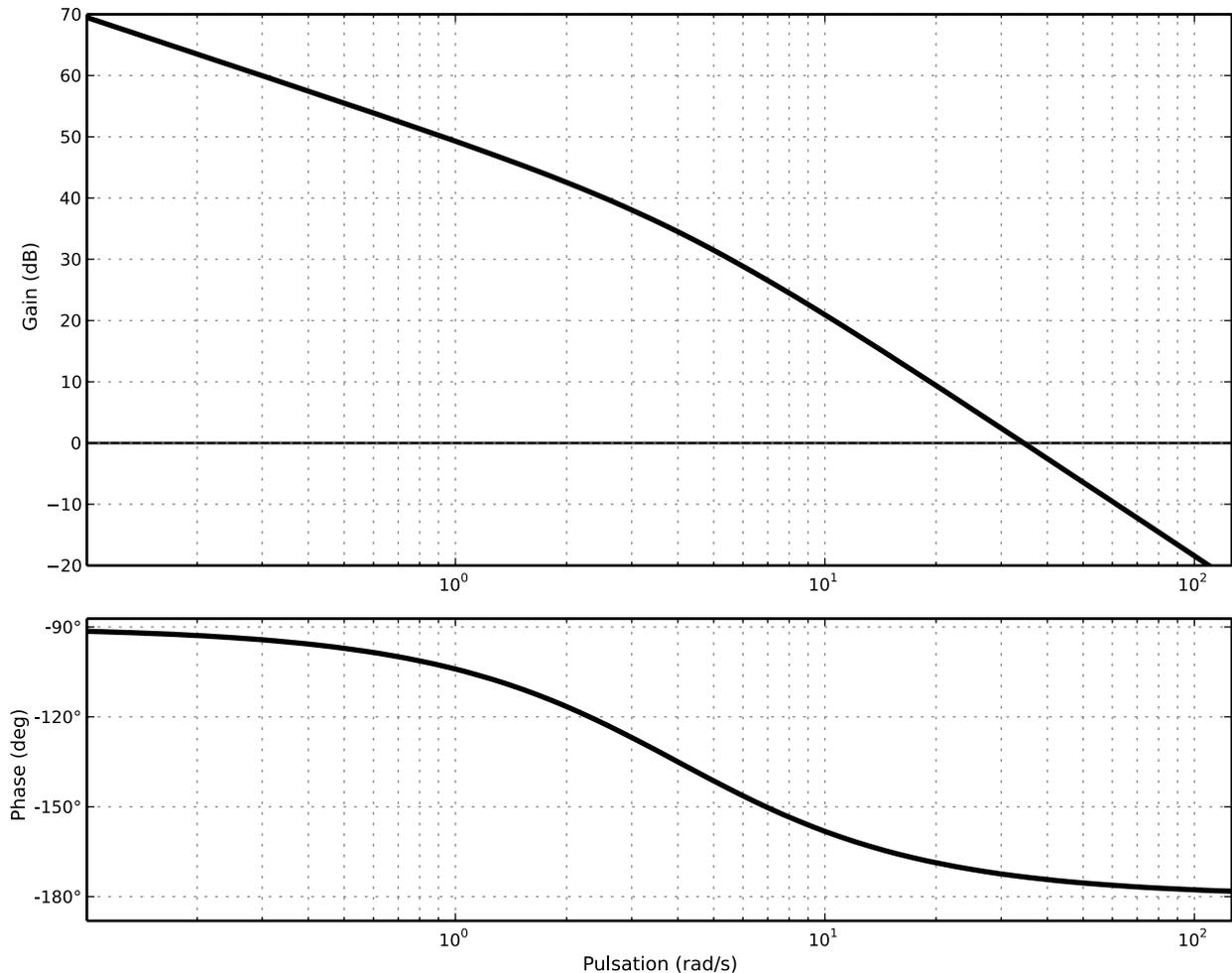
Q9 – On considère que  $C(p) = K_p$ . Ce système asservi sera-t-il précis vis-à-vis d'une entrée  $Y_c$  en échelon ? Sera-t-il sensible à une perturbation en échelon ?

- A. Il sera précis vis-à-vis de l'entrée et sensible à la perturbation.
- B. Il sera imprécis vis-à-vis de l'entrée et sensible à la perturbation..
- C. Il sera précis vis-à-vis de l'entrée et insensible à la perturbation.

D. Il sera imprécis vis-à-vis de l'entrée et insensible à la perturbation.

**Q10** – On donne le diagramme de Bode de la FTBO obtenu pour  $K_p = 1$ . Quelles inégalités sur  $K_p$  permettent de respecter :

- marge de phase  $> 45^\circ$  ;
- et marge de gain  $> 10\text{dB}$  ?



- A.  $K_p > 0,2 \text{ V/m}$   
 B.  $K_p < 0,2 \text{ V/m}$   
 C.  $K_p > 0,2$   
 D.  $K_p < 0,2$   
 D. Aucune réponse ne convient.

**Q11** – Pour  $K_p = 0.02$  ;  $K_1 = 4 \text{ N.m/V}$  ;  $T = 0,25 \text{ s}$  ;  $K_2 = 25 \text{ (rad/s)/(N.m)}$  ;  $K_{cap} = 3 \text{ V/rad}$  ;  $r = 1/50$  et  $R_1 = 2 \text{ cm}$ . Quel sera le temps de réponse à 5% ? On pourra s'aider de l'abaque fourni.

- A.  $t_{r5\%} \approx 15 \text{ s}$   
 B.  $t_{r5\%} \approx 1,5 \text{ s}$   
 C.  $t_{r5\%} \approx 0,25 \text{ s}$   
 D.  $t_{r5\%} \approx 0,75 \text{ s}$

