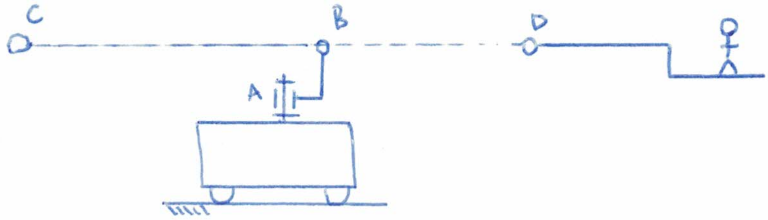
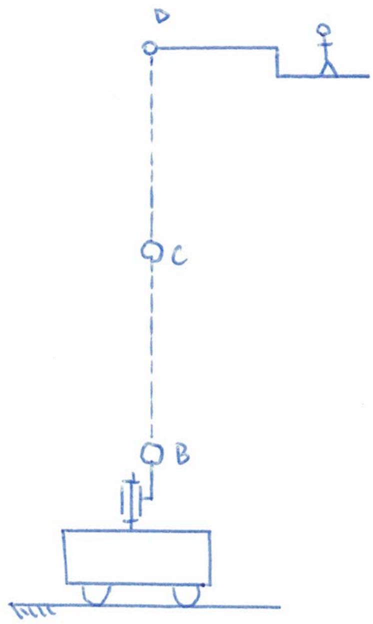
Etude d'un engin de chantier

1. Cas où $\theta_3 = 0$:



Cas où $\theta_3 = -\frac{\pi}{2}$



2. Il y a non-basculement si

$$\overrightarrow{R}_{0 \to r1} \cdot \overrightarrow{z_1} > 0$$

$\left(\text{et } \overrightarrow{R}_{0 \to r2} \cdot \overrightarrow{z_1} > 0\right) \to$ toujours vrai si $\theta_3 \in [-90°, 0°]$ et $\ddot{x} > 0$.

3. On cherche Z_1, on isole l'ensemble Σ (tous les pièces sans le sol) qui est soumis aux actions mécaniques extérieures suivantes :

- $0 \to r1$
- $0 \to r2$
- $pds \to 1$
- $pds \to cp) \to$ contre-poids
- $pds \to h) \to \{9, 11, 12\}$

J'écris le Th. des moments dynamiques en I_2 et en projection sur $\vec{y_1}$:

$$\underbrace{\vec{M}^{I_2}_{0\to r1}\cdot\vec{y_1}}_{=-e.Z_1} + \underbrace{\vec{M}^{I_2}_{0\to r2}\cdot\vec{y_1}}_{=0} + \vec{M}^{I_2}_{pds\to 1}\cdot\vec{y_1} + \vec{M}^{I_2}_{pds\to cp}\cdot\vec{y_1} + \vec{M}^{I_2}_{pds\to h}\cdot\vec{y_1}$$

$$=$$

$$\vec{\delta}_{I_2,\Sigma/0}\cdot\vec{y_1}$$

- $\vec{M}^{I_2}_{pds\to 1}\cdot\vec{y_1} = \underbrace{\vec{M}^{G_1}_{pds\to 1}}_{=\vec{0}}\cdot\vec{y_1} + (\vec{I_2G_1}\wedge(-M_1.g.\vec{z_1}))\cdot\vec{y_1}$

$$= ((\dots\cdot\vec{z_1} + \frac{e}{2}\cdot\vec{x_0} + h\cdot\vec{z_1})\wedge(-M_1.g\cdot\vec{z_1}))\cdot\vec{y_1}$$

$$= \frac{e}{2}\cdot M_1.g$$

- $\vec{M}^{I_2}_{pds\to cp}\cdot\vec{y_1} = \underbrace{\vec{M}^{G_c}_{pds\to cp}}_{=\vec{0}}\cdot\vec{y_1} + (\vec{I_2G_c}\wedge(-M_c.g.\vec{z_1}))\cdot\vec{y_1}$

$$= ((\dots\cdot\vec{z_1} + \frac{e}{2}.\vec{x_0} + h.\vec{z_1} + x_{Gc}.\vec{x_0})\wedge(-M_c.g.\vec{z_1}))\cdot\vec{y_1}$$

$$= (x_{Gc} + \frac{e}{2})\cdot M_c\cdot g$$

- $\vec{M}^{I_2}_{pds\to h}\cdot\vec{y_1} = \underbrace{\vec{M}^{G_{h}}_{pds\to h}}_{=\vec{0}}\cdot\vec{y_1} + (\vec{I_2D}\wedge(-M_h.g.\vec{z_1}))\cdot\vec{y_1}$

$$= ((\frac{e}{2}\cdot\vec{x_0} + \dots\cdot\vec{z_1} - l_a.\vec{x_0} + h_a.\vec{z_0}$$
$$+ d_{43}.\vec{x_3} + d_{76}\cdot\vec{x_6} - L_h.\vec{x_0})\wedge(-M_h.g.\vec{z_1}))\cdot\vec{y_1}$$

$$= [\frac{e}{2} - l_a - L_h + d_{43}\cdot\cos\theta_3$$
$$+ d_{76}\cdot\cos(\underbrace{\theta_3+\theta_6}_{=\pi-\theta_3})]\cdot M_h.g$$

$(\vec{x_3}\wedge\vec{z_1})\cdot\vec{y_1} = \sin(-\theta_3-\frac{\pi}{2})$
$= -\cos\theta_3$

$(\vec{x_6}\wedge\vec{z_1})\cdot\vec{y_1} = \sin(-\theta_3-\theta_6-\pi/2)$
$= -\cos(\theta_3+\theta_6)$

$$= [\frac{e}{2} - l_a - L_h + (d_{43} - d_{76})\cdot\cos\theta_3]\cdot M_h.g$$

- $\vec{\delta}_{I_2,\Sigma/0}\cdot\vec{y_1} = \vec{\delta}_{I_2,1/0}\cdot\vec{y_1} + \vec{\delta}_{I_2,cp/0}\cdot\vec{y_1} + \vec{\delta}_{I_2,h/0}\cdot\vec{y_1} + (\dots)$

autres termes nuls car masse et inertie des autres pièces négligées.

- $\vec{\delta}_{I_2,1/0} \cdot \vec{y_1} = \vec{\delta}_{G_1,1/0} \cdot \vec{y_1} + (\overrightarrow{I_2G_1} \wedge \vec{R}_{d1/0}) \cdot \vec{y_1}$

Avec $\vec{\delta}_{G_1,1/0} \cdot \vec{y_1} = 0$ car solide en translation et écriture du moment au centre d'inertie

$\vec{R}_{d1/0} = M_1 . \ddot{x} . \vec{x_0}$

donc $\vec{\delta}_{I_2,1/0} \cdot \vec{y_1} = ((h.\vec{z_0} + \dots \vec{x_0}) \wedge (M_1 . \ddot{x} . \vec{x_0})) \cdot \vec{y_1}$

$= + M_1 . h . \ddot{x}$

- De la m̂ manière : $\vec{\delta}_{I_2,cp/0} \cdot \vec{y_1} = M_c . h . \ddot{x}$

- Et $\vec{\delta}_{I_2,h/0} \cdot \vec{y_1} = ((\frac{e}{2} . \vec{x_0} + z_A . \vec{z_0} - l_a . \vec{x_0} + h_a . \vec{z_0}$

$+ d_{43} . \vec{x_3} + d_{76} . \vec{x_6} - L_h . \vec{x_0}) \wedge (M_h . \ddot{x} . \vec{x_0})) \cdot \vec{y_1}$

$= (z_A + h_a - d_{43} . \sin\theta_3 - d_{76} . \sin(\underbrace{\theta_3 + \theta_6}_{-\pi-\theta_3})) . M_h . \ddot{x}$

$= (z_a + h_a - (d_{43} + d_{76}) . \sin\theta_3) . M_h . \ddot{x}$

Si $z_1 = 0$ (cas limite où il y a basculement), on obtient :

$\ddot{x}_{lim} . [M_1 . h + M_c . h + (z_a + h_a - (d_{43} + d_{76}) . \sin\theta_3) . M_h]$

$=$

$[\frac{e}{2} . M_1 + (x_{Gc} + \frac{e}{2}) . M_c + (\frac{e}{2} - l_a - L_h + (d_{43} - d_{76}) . \cos\theta_3) . M_h] . g$

D'où :

$$\ddot{x}_{lim} = \frac{\frac{e}{2} . M_1 + (x_{Gc} + \frac{e}{2}) . M_c + (\frac{e}{2} - l_a - L_h + (d_{43} - d_{76}) . \cos\theta_3) . M_h}{M_1 . h + M_c . h + (z_a + h_a - (d_{43} + d_{76}) . \sin\theta_3) . M_h} . g$$

4 Si $\theta_3 = -\frac{\pi}{2}$, on a :

$$\ddot{x}_{lim} = \frac{\frac{e}{2} . M_1 + (x_{Gc} + \frac{e}{2}) . M_c + (\frac{e}{2} - l_a - L_h) . M_h}{M_1 . h + M_c . h + (z_a + h_a + (d_{43} + d_{76})) . M_h} . g$$

L'application numérique donne : $\ddot{x}_{lim} \simeq 2,4 \ m/s^2$

Le cahier des charges impose de pouvoir atteindre une accélération cte :

$$\gamma = \frac{15 \cdot \frac{1000}{3500}}{3} \simeq 1,4 \ m/s^2$$

On a $\ddot{x}_{lim} > \gamma$ donc il n'y aura pas de basculement.

5 J'isole les roues arrières soumises aux actions mécaniques extérieures suivantes :

- $1 \rightarrow r2$
- $0 \rightarrow r2$
- $pds \rightarrow r2$ (négligé)

J'écris le th. des moments dynamiques en C_2 et en projection sur $\vec{y_1}$:

$$\underbrace{\vec{M}^{C_2}_{1\rightarrow r2} \cdot \vec{y_1}}_{=0} + \vec{M}^{C_2}_{0\rightarrow r2} \cdot \vec{y_1} = \underbrace{\vec{\delta}_{C_2, r2/0} \cdot \vec{y_1}}_{=0}$$ car masse & inertie négligés.

et
$$\vec{M}^{C_2}_{0\rightarrow r2} \cdot \vec{y_1} = \vec{M}^{I_2}_{0\rightarrow r2} \cdot \vec{y_1} + (\vec{C_2 I_2} \wedge \vec{R}_{0\rightarrow r2}) \cdot \vec{y_1}$$
$$= (-R \cdot \vec{z_0} \wedge (X_2 \cdot \vec{x_0} + Z_2 \cdot \vec{z_0})) \cdot \vec{y_1}$$
$$= -R \cdot X_2$$

D'où $X_2 = 0$

6 Il faut chercher X_1 si $\left|\frac{X_1}{Z_1}\right| < f$ alors il n'y aura pas de basculement.

J'isole Σ et j'écris le th. des résultantes en projection sur $\vec{x_0}$:

$$\underbrace{\vec{R}_{0\rightarrow r1} \cdot \vec{x_0}}_{= X_1} + \underbrace{\vec{R}_{0\rightarrow r2} \cdot \vec{x_0}}_{=0} + \underbrace{\vec{R}_{pds\rightarrow \Sigma} \cdot \vec{x_0}}_{=0} = \underbrace{\vec{R}_{d\,\Sigma/0} \cdot \vec{x_0}}_{= (M_h + M_c + M_1) \cdot \gamma}$$

donc $X_1 = (M_h + M_c + M_1) \cdot \gamma$

Et $Z_1 = \frac{1}{e} \cdot \left[\frac{e}{2} \cdot M_1 \cdot g + \left(x_{Gc} + \frac{e}{2}\right) \cdot M_c \cdot g + \left(\frac{e}{2} - l_a - L_h\right) \cdot M_h \cdot g \right.$
$\left. - M_1 \cdot h \cdot \gamma - M_c \cdot h \cdot \gamma - (z_a + h_a + \lambda_{43} + \lambda_{76}) \cdot M_h \cdot \gamma \right]$

Je calcule : $Z_1 \simeq 36 \cdot 10^3$ N donc $\boxed{\frac{X_1}{Z_1} \simeq 0,74}$

$X_1 \simeq 26 \cdot 10^3$ N

On a bien $\frac{X_1}{Z_1} < f$, il n'y aura donc pas de glissement.

7 On a : $\vec{AG_{12}} = \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DG_{12}}$

$= -l_a \cdot \vec{x_0} + h_a \cdot \vec{z_0} + \lambda_{43} \cdot \vec{x_3} + \lambda_{76} \cdot \vec{x_6} - L_h \cdot \vec{x_0}$

$x_n \cdot \vec{x_0} + z_n \cdot \vec{z_0} = -(l_a + L_h) \cdot \vec{x_0} + h_a \cdot \vec{z_0} + \lambda_{43} \cdot (\cos\theta_3 \cdot \vec{x_0} - \sin\theta_3 \cdot \vec{z_0})$

$+ \lambda_{76} \cdot (\cos(\underbrace{\theta_3 + \theta_6}_{-\pi - \theta_3}) \cdot \vec{x_0} - \sin(\underbrace{\theta_3 + \theta_6}_{-\pi - \theta_3}) \cdot \vec{z_0})$

D'où
$$\begin{cases} x_n = (\lambda_{43} - \lambda_{76}) \cdot \cos\theta_3 - l_a - L_h \\ z_n = h_a - (\lambda_{43} + \lambda_{76}) \cdot \sin\theta_3 \end{cases}$$

8 Si $\lambda_{43} = \lambda_{76} = \lambda$: $x_n = -l_a - L_h$

$z_n = h_a - 2 \cdot \lambda \cdot \sin\theta_3$

Il y a une infinité de configurations possibles.