

PONT BASCULANT

① La condition de roulement sans glissement s'écrit:

$$\vec{J}_{I\text{eplo}} = \vec{0}$$

$$\begin{aligned} \text{Avec } \vec{J}_{I\text{eplo}} &= \vec{J}_{C\text{eplo}} + \vec{I}\vec{c} \wedge \vec{l}_{\text{plo}} \\ &= \ddot{y}_I \cdot \vec{y} + (R \cdot \vec{z}) \wedge (\dot{\theta}_p \cdot \vec{x}) \\ &= \ddot{y}_I \cdot \vec{y} + R \cdot \dot{\theta}_p \cdot \vec{y} \end{aligned}$$

$$\text{Donc } \ddot{y}_I = -R \cdot \dot{\theta}_p \quad \text{donc } \ddot{y}_I = -R \cdot \dot{\theta}_p + \underset{0}{\text{vte}} \quad \text{car } \ddot{y}_I = 0$$

si $\dot{\theta}_p = 0$

$$\underline{\ddot{y}_E = -R \cdot \dot{\theta}_p}$$

$$② \text{ On a } \vec{OI} + \vec{IA} + \vec{AO} = \vec{0} \Leftrightarrow \ddot{y}_I \cdot \vec{y} + L_2 \cdot \vec{z} + R \cdot \vec{z}_p - R \cdot \vec{z}_p + L_1 \cdot \vec{z}_p = 0$$

~~$\ddot{y}_A \cdot \vec{y}_V = 0$~~

En projetant sur \vec{y} et \vec{z} , on obtient:

$$\begin{array}{l} \parallel \ddot{y}_I + R \cdot \sin \theta_p + L_1 \cdot \cos \theta_p - \ddot{y}_A \cdot \cos \theta_V = 0 \\ \parallel L_2 + R - R \cdot \cos \theta_p + L_1 \cdot \sin \theta_p + \ddot{y}_A \cdot \sin \theta_V = 0 \end{array}$$

③ On a donc: $-R \cdot \dot{\theta}_p$

$$\begin{aligned} \ddot{y}_A^2 &= (\ddot{y}_I + R \cdot \sin \theta_p + L_1 \cdot \cos \theta_p)^2 \\ &\quad + (L_2 + R - R \cdot \cos \theta_p + L_1 \cdot \sin \theta_p)^2 \end{aligned}$$

D'où

$$\ddot{y}_A = \sqrt{(-R \cdot \dot{\theta}_p + R \cdot \sin \theta_p + L_1 \cdot \cos \theta_p)^2 + (L_2 + R - R \cdot \cos \theta_p + L_1 \cdot \sin \theta_p)^2}$$

④ Il faut que $\dot{\theta}_p \in [0^\circ; 60^\circ]$

$$[0 \text{ rad}; 1,4 \text{ rad}]$$

D'après la figure, il faut donc que la course du vérin soit de

$$11,4 - 6,3 \approx \underline{5,1 \text{ m}}$$

⑤ J'isole l'ensemble vérin $\{v_1, v_2\}$ qui est soumis aux actions mécaniques suivantes :

- O $\rightarrow v_1$

- t $\rightarrow v_2$

Où $\{O \rightarrow v_1\} = \begin{cases} \vec{R}_{O \rightarrow v_1} = X_1 \vec{n} + Y_1 \vec{y} + Z_1 \vec{z} \\ M_{O, O \rightarrow v_1} = M_1 \vec{y} + N_1 \vec{z} = \vec{0} \end{cases}$

Et $\{t \rightarrow v_2\} = \begin{cases} \vec{R}_{t \rightarrow v_2} = X_2 \vec{n} + Y_2 \vec{y} + Z_2 \vec{z} \\ M_{t, t \rightarrow v_2} = M_2 \vec{y} + N_2 \vec{z} = \vec{0} \end{cases}$

un problème plan

L'ensemble $\{v_1, v_2\}$ n'est soumis qu'à deux glisseurs donc les résultantes de ces glisseurs seront dirigées par \vec{OA} donc par $\vec{y_v}$.

$\vec{R}_{v_2 \rightarrow t}$ est dirigée par le vecteur $\vec{y_v}$.
 $\vec{R}_{t \rightarrow v_2}$

⑥ J'isole la tige du vérin v_2 qui est soumise aux actions mécaniques extérieures suivantes : • $v_1 \xrightarrow{\text{hile}} v_2$

$\vec{R}_{v_1 \rightarrow v_2} \cdot \vec{y_v} = 0$ (• $v_1 \xrightarrow{\text{P-g}} v_2 \times$ (P-g = pivot glissant))
• t $\rightarrow v_2$

J'écris le th. des résultantes en projection sur $\vec{y_v}$.

• J'isole le pont $\{t + cp\}$ qui est soumis aux actions mécaniques extérieures suivantes : • pds $\rightarrow t$
• pds $\rightarrow cp$
• O $\rightarrow t \times \rightarrow M_{I, O \rightarrow t} \cdot \vec{z} = 0$
• $v_2 \rightarrow t$

J'écris le th. des moments en I en projection sur \vec{n} .

⑦ Le th. des résultantes donne: $\underbrace{\vec{R}_{v_1 \rightarrow v_2} \cdot \vec{y_v}}_{= F} + \underbrace{\vec{R}_{v_1 \rightarrow v_2} \cdot \vec{y_v}}_{= 0} + \underbrace{\vec{R}_{t \rightarrow v_2} \cdot \vec{y_v}}_{= T_{tv2}} =$

$$\text{Donc : } \gamma_{tv_2} = -F$$

Et le th. des moments en I donne :

$$\overrightarrow{M}_{I, \text{pds} \rightarrow t} \cdot \vec{n} + \overrightarrow{M}_{I, \text{pds} \rightarrow cp} \cdot \vec{n} + \underbrace{\overrightarrow{M}_{I, 0 \rightarrow t} \cdot \vec{n}}_{=0} + \overrightarrow{M}_{I, v_2 \rightarrow t} \cdot \vec{n} = 0$$

$$\begin{aligned} \bullet \overrightarrow{M}_{I, \text{pds} \rightarrow t} \cdot \vec{n} &= \overrightarrow{M}_{G_E, \text{pds} \rightarrow t} \cdot \vec{n} + [\overrightarrow{IG_t} \wedge (-m_t \cdot g \cdot \vec{z})] \cdot \vec{n} \\ &= [(R \cdot \vec{z} - R \cdot \vec{z}_p + L_t \cdot \vec{y}_p) \wedge (-m_t \cdot g \cdot \vec{z})] \cdot \vec{n} \\ &= -R \cdot m_t \cdot g \cdot \sin \theta_p - L_t \cdot m_t \cdot g \cdot \cos \theta_p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \overrightarrow{M}_{I, \text{pds} \rightarrow cp} \cdot \vec{n} &= \overrightarrow{M}_{G_{cp}, \text{pds} \rightarrow cp} \cdot \vec{n} + [\overrightarrow{IG_{cp}} \wedge (-m_{cp} \cdot g \cdot \vec{z})] \cdot \vec{n} \\ &= [(R \cdot \vec{z} - R \cdot \vec{z}_p) \wedge (-m_{cp} \cdot g \cdot \vec{z})] \cdot \vec{n} \\ &= R \cdot m_{cp} \cdot g \cdot \cos \theta_p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \overrightarrow{M}_{I, v_2 \rightarrow t} \cdot \vec{n} &= \overrightarrow{M}_{A, v_2 \rightarrow t} \cdot \vec{n} + [\overrightarrow{IA} \wedge (\gamma_{v_2 t} \cdot \vec{y}_v)] \cdot \vec{n} \\ &= [(R \cdot \vec{z} - R \cdot \vec{z}_p + L_1 \cdot \vec{y}_p) \wedge (\gamma_{v_2 t} \cdot \vec{y}_v)] \cdot \vec{n} \\ &= [R \cdot \cos \theta_v - R \cdot \cos(\theta_v - \theta_p) + L_1 \cdot \sin(\theta_v - \theta_p)] \cdot \gamma_{v_2 t} \\ &\quad \parallel \\ &\quad - \gamma_{tv_2} \\ &\quad \parallel \\ &\quad \neq \end{aligned}$$

On obtient donc :

$$F = \frac{g}{R \cdot \cos \theta_v - R \cdot \cos(\theta_v - \theta_p) + L_1 \cdot \sin(\theta_v - \theta_p)} \cdot \left(\frac{R \cdot m_t \cdot \sin \theta_p + L_t \cdot m_t \cdot \cos \theta_p}{-R \cdot m_{cp} \cdot \cos \theta_p} \right)$$

$$\textcircled{8} \quad \vec{CG} = \frac{1}{m_{cp} + m_t} \cdot (m_{cp} \cdot \vec{G}_{yp} + m_t \cdot \vec{G}_t)$$

$$= \frac{1}{m_{cp} + m_t} \cdot (-m_{cp} \cdot R \cdot \vec{y}_p - m_t \cdot R \cdot \vec{z}_p + m_t \cdot L_t \cdot \vec{y}_p)$$

$$\boxed{\vec{CG} = \frac{1}{m_{cp} + m_t} \cdot [(m_t \cdot L_t - m_{cp} \cdot R) \cdot \vec{y}_p - m_t \cdot R \cdot \vec{z}_p]}$$

\textcircled{9} Si G est situé à l'aplomb de I, cela signifie que $\vec{CG} \cdot \vec{y} = 0$
On aura donc:

$$\underline{(m_t \cdot L_t - m_{cp} \cdot R) \cdot \cos \theta_p + m_t \cdot R \cdot \sin \theta_p = 0}$$

On ne peut trouver m_{cp} que pour une configuration donnée comme $\theta_p = 0$ par exemple.

\textcircled{10} Si $\theta_p = 0$ alors: $\underline{m_{cp} = \frac{L_t}{R} \cdot m_t \approx 1600 \text{ tonnes}}$