

BRAS AiA

1- le robot doit permettre :

- de placer la caméra dans le tore (il faut 3 translations),
- d'orienter la caméra (il faut 3 rotations).

Comme la caméra possède, en interne, une vision panoramique.

Il faut seulement :

- 3 translations,
- 2 rotations.

2- Pour placer le point D_c dans une position quelconque, il faut que 3_n possède au moins 3 translations par rapport au sol.

Chaque module possède 2 degrés de mobilité (α_i et θ_i). Au total, il y a donc 10 degrés de liberté. Si on impose : $\alpha_5 = \alpha_3 = 0$; on se limite à 8 degrés de mobilité.

Avec autant de mobilités, la commande du bras sera complexe.

3- On peut écrire directement $\vec{\Omega}(3_n/4_n) = \vec{0}$ (mouvement de translation imposé par le mécanisme à 4 barres).

On a donc :

$$\begin{aligned}\vec{\Omega}(3_n/3_{n+1}) &= \vec{\Omega}(3_n/4_n) + \vec{\Omega}(4_n/3_{n+1}) \\ &= \vec{0} + \dot{\theta}_n \cdot \vec{Z}_0 \\ &= \dot{\theta}_n \cdot \vec{Z}_0\end{aligned}$$

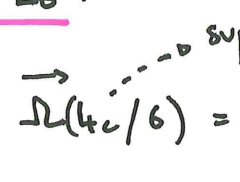
Compte-tenu du résultat précédent, on a donc montré que pour chaque couple de modules $(\Pi_n ; \Pi_{n+1})$, la liaison pivot entre 3_{n+1} et 4_n est d'axe $(D_n, \vec{Z}_0)$.

On a également :

$$\vec{\Omega}(4_c/3_1) = \dot{\theta}_c \cdot \vec{Z}_c \quad (\text{et } \vec{\Omega}(3_1/4_1) = \vec{0})$$

Donc $\vec{Z}_c = \vec{Z}_0$.

On a donc $\vec{\Omega}(4_c/6) = \vec{\Omega}(4_c/3_1) + \vec{\Omega}(3_1/4_1) + \vec{\Omega}(4_1/3_2) + \dots$



$$\begin{aligned}&= \underbrace{\dot{\theta}_c \cdot \vec{Z}_{0c}}_{\text{support caméra}} + \underbrace{\vec{0}}_{=0} + \underbrace{\dot{\theta}_1 \cdot \vec{Z}_0}_{= \dot{\theta}_1 \cdot \vec{Z}_0} + \dots \\ &= \left[\dot{\theta}_c + \sum_{i=1}^5 \dot{\theta}_i \right] \cdot \vec{Z}_0\end{aligned}$$

On a également $\vec{D}_{caméra/4c} = \dot{\alpha}_c \cdot \vec{X}_c^D$

Donc : - L'attitude de la caméra est modifiée par le mouvement des modules porteurs.

- Les mouvements associés aux angles :

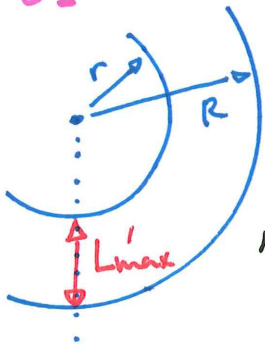
θ_c ; θ_i ($i \in \llbracket 1, 5 \rrbracket$) et α_c

4- Au minimum, il faut 3 degrés de mobilité pour placer le point D_c dans le tore.

Avec 2 modules, on a 4 degrés de mobilité (ce qui est suffisant). Un seul module apporte seulement 2 degrés de mobilité.

Cette solution n'est pas acceptable car la longueur des deux modules sera insuffisante.

5-



On a directement :

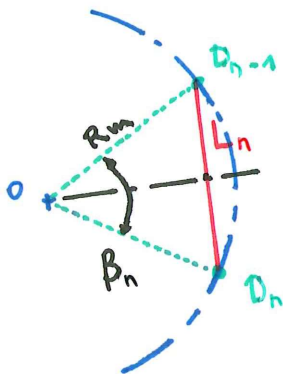
$$\begin{aligned} L'_{\max} &= R - r \\ &\simeq 2 \text{ m} \end{aligned}$$

Sachant que l'on souhaite une distance de sécurité $d = 10 \text{ cm}$. Il faut donc :

$$\underline{L_{\max} = 1,9 \text{ m}}$$

Pour tous les modules, $L_i < L_{\max}$ donc il n'y a pas de risque de collision.

6-



On a donc :

$$\sin\left(\frac{\beta_n}{2}\right) = \frac{L_n/2}{R_m}$$

Donc $\underline{\beta_n = 2 \cdot \arcsin\left[\frac{L_n}{2 \cdot R_m}\right]}$

Applications numériques :

$$\beta_1 = \beta_2 \simeq 31,92^\circ$$

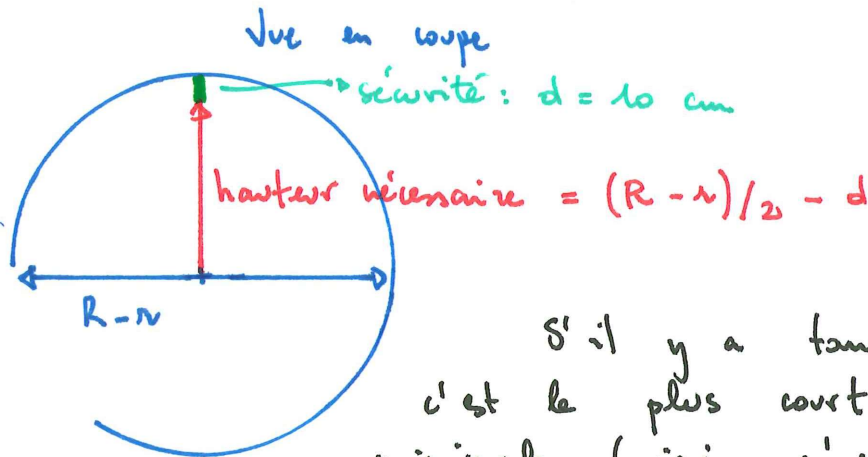
$$\beta_3 \simeq 41,53^\circ$$

$$\beta_4 \simeq 44,33^\circ (\simeq \beta_5)$$

Donc $\beta_d \simeq 194^\circ$

On a bien $\beta_d > 180^\circ$ donc l'exigence du cahier des charges est respectée.

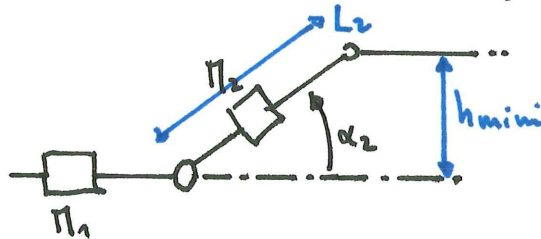
7-



Pour inspecter le tore en hauteur, il faut donc une élévation de :

$0,9 \text{ m}$

S'il y a tangage d'un seul module, c'est le plus court qui entraînera l'élévation minimale (ici c'est le module L_1 ou L_2).



On a : $h_{\text{mini}} = L_2 \cdot \sin(\alpha_2)$

et $\alpha_2 \in [-45^\circ; 45^\circ]$

donc $h_{\text{mini}} \approx 0,86 \text{ m}$

On a $h_{\text{mini}} < 0,9 \text{ m}$ donc le cahier des charges n'est pas respecté au sens strict.

Sachant que $h_{\text{mini}} \approx 0,9 \text{ m}$, on peut supposer que la qualité des photos sera suffisante avec une distance de 14 cm de la paroi.

8- La longueur du module le plus long est imposée par la capacité à insérer le module.

La longueur du module le plus court est imposée par la capacité à accéder au plafond du tore.

9- J'isole $\{\Pi_1, \text{module d'inspection}\} = \Sigma_1$ soumis aux actions mécaniques extérieures suivantes :

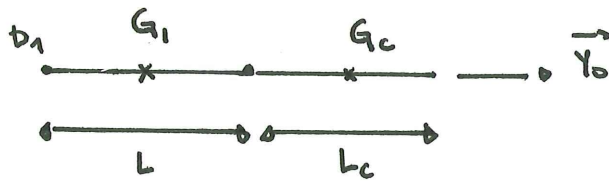
- $\Pi_2 \rightarrow \Pi_1$
 - poide $\rightarrow \Pi_1$
 - poide $\rightarrow$ module d'inspection
- Π_c

On a donc : $\{T(\Pi_2 \rightarrow \Pi_1)\} + \{\text{poide} \rightarrow \Pi_1\} + \{\text{poide} \rightarrow \Pi_c\} = \{0\}$

On a donc : $\{T(\pi_2 \rightarrow \pi_1)\} = - \{p_{ids} \rightarrow \pi_1\} - \{p_{ids} \rightarrow \pi_c\}$

$$\bullet \{p_{ids} \rightarrow \pi_1\} = \begin{cases} \vec{R}_{p_{ids} \rightarrow \pi_1} = -m_m \cdot g \cdot \vec{z}_0 \\ G_1 \mid \vec{\Pi}_{G_1, p_{ids} \rightarrow \pi_1} = \vec{0} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \vec{\Pi}_{D_1, p_{ids} \rightarrow \pi_1} &= \vec{\Pi}_{G_1, p_{ids} \rightarrow \pi_1} + \vec{D_1 G_1} \wedge (-m_m \cdot g \cdot \vec{z}_0) \\ &= \frac{L}{2} \cdot \vec{y}_0 \wedge (-m_m \cdot g \cdot \vec{z}_0) = -\frac{L}{2} \cdot m_m \cdot g \cdot \vec{x}_0 \end{aligned}$$



$$\bullet \{p_{ids} \rightarrow \pi_c\} = \begin{cases} \vec{R}_{p_{ids} \rightarrow \pi_c} = -m \cdot g \cdot \vec{z}_0 \\ G_c \mid \vec{\Pi}_{G_c, p_{ids} \rightarrow \pi_c} = \vec{0} \end{cases}$$

$$\vec{\Pi}_{D_1, p_{ids} \rightarrow \pi_c} = -\left(L + \frac{L_c}{2}\right) \cdot m \cdot g \cdot \vec{x}_0$$

Donc :

$$\begin{cases} \{T(\pi_2 \rightarrow \pi_1)\} = \vec{R}_{\pi_2 \rightarrow \pi_1} = (m + m_m) \cdot g \cdot \vec{z}_0 \\ D_1 \mid \vec{\Pi}_{D_1, \pi_2 \rightarrow \pi_1} = \frac{L}{2} \cdot m_m \cdot g \cdot \vec{x}_0 + \left(L + \frac{L_c}{2}\right) \cdot m \cdot g \cdot \vec{x}_0 \end{cases}$$

10- J'isole $\{\pi_n, \pi_{n-1} \dots, \pi_c\}$ soumis aux actions mécaniques extérieures suivantes :

- $\pi_{n+1} \rightarrow \pi_n$
- $p_{ds} \rightarrow \pi_n$
- $p_{ds} \rightarrow \pi_{n-1}$
- $\vdots$
- $p_{ds} \rightarrow \pi_c$

On a donc :

$$\{T(\pi_{n+1} \rightarrow \pi_n)\} = - \{p_{ds} \rightarrow \pi_n\} - \{p_{ds} \rightarrow \pi_{n-1}\} \dots - \{p_{ds} \rightarrow \pi_c\}$$

On aura donc:

$$\vec{R}_{\pi_{n+1} \rightarrow \pi_n} = (n \cdot m_m + m) \cdot g \cdot \vec{X}_0$$

(Pour $n=1$: $\vec{R}_{\pi_2 \rightarrow \pi_1} = (1 \cdot m_m + m) \cdot g \cdot \vec{X}_0 \Rightarrow \underline{OK}$)

$$\vec{\Pi}_{D_n, \pi_{n+1} \rightarrow \pi_n} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{L}{2} + (i-1) \cdot L \right) \cdot m_m \cdot g \cdot \vec{X}_0 + \left(n \cdot L + \frac{L_c}{2} \right) \cdot m \cdot g \cdot \vec{X}_0$$

(Pour $n=1$: $\vec{\Pi}_{D_1, \pi_2 \rightarrow \pi_1} = \left(\frac{L}{2} + \cancel{0 \cdot L} \right) \cdot m_m \cdot g \cdot \vec{X}_0 + \left(L + \frac{L_c}{2} \right) \cdot m \cdot g \cdot \vec{X}_0 \Rightarrow \underline{OK}$)

On a donc:

$$\|\vec{R}_{\pi_{n+1} \rightarrow \pi_n}\| = (n \cdot m_m + m) \cdot g$$

$$\|\vec{\Pi}_{D_n, \pi_{n+1} \rightarrow \pi_n}\| = \underbrace{\sum_{i=1}^n \left(\frac{L}{2} + (i-1) \cdot L \right) \cdot m_m \cdot g}_{= n \cdot \frac{L}{2} + \frac{n \cdot (n-1)}{2} \cdot L = \frac{n^2}{2} \cdot L} + \left(n \cdot L + \frac{L_c}{2} \right) \cdot m \cdot g$$

11- La charge sera la plus importante pour $n=5$ (articulate entre le chariot et π_5).

L'application numérique donne:

$$\|\vec{R}_{6 \rightarrow \pi_5}\| \simeq 1570 \text{ N}$$

$$\|\vec{\Pi}_{D_{6,6} \rightarrow \pi_5}\| \simeq 6950 \text{ N.m}$$

On a : $\|\vec{R}_{6 \rightarrow \pi_5}\| < 1800 \text{ N}$ et $\|\vec{\Pi}_{D_{6,6} \rightarrow \pi_5}\| < 7200 \text{ N.m}$
donc le nombre de porteurs est compatible avec le critère de charge énoncé.

12- • J'isole $2n$ soumis aux actions mécaniques extérieures suivantes :

- $4n \rightarrow 2n$
- $3n \rightarrow 2n$

Dans l'hypothèse d'un pb plan, ces torseurs sont des glisseurs.

Le solide $2n$ n'est donc soumis qu'à deux glisseurs. On aura donc : $\vec{R}_{3n \rightarrow 2n} = \gamma_{3n2n} \cdot \vec{\gamma}_{4n}$
 $\vec{L}$ dirigé par $(AnCn)$.

On a encore $\vec{R}_{3n \rightarrow 2n} \cdot \vec{z}_0 = 0$

J'isole ensuite $3n$ soumis aux actions mécaniques extérieures suivantes :

- $2n \rightarrow 3n$
- $7n \rightarrow 3n$ connu
- $1n \rightarrow 3n$

J'écris ensuite le th. des résultantes en projection sur $\vec{z}_0$.
 J'obtiens donc $\vec{R}_{3n \rightarrow 1n} \cdot \vec{z}_0$.

J'isole enfin $1n$ soumis aux actions mécaniques extérieures suivantes :

- ressort $\rightarrow 1n$
- $4n \rightarrow 1n$
- $3n \rightarrow 1n$

J'écris le th. des moments en On et en projection sur $\vec{x}_{4n}$.
 Je vais donc trouver $\vec{R}_{ressort \rightarrow 1n}$ en fonction de $\vec{R}_{3n \rightarrow 1n} \cdot \vec{z}_0$
 (la composante $\vec{R}_{3n \rightarrow 1n} \cdot \vec{\gamma}_{4n}$ n'intervient pas dans le calcul du moment).

13 - La relation ne dépend que de n (le n° du module). Les paramètres angulaires κ_i et θ_i n'ont pas d'influence.

14 - Le câble est inextensible donc sa longueur est constante.
 On a, entre F_n et H_n :

$$\Delta L + L_{\text{câble}} = \overbrace{F_n Q_n}^{\text{AB}} + \underbrace{\overbrace{Q_n d_1}}_{\text{correspond à la longueur virgulaire entre A et B le long du câble}} + d_1 H_n$$

Seule longueur qui varie en f° de ΔL

$$\text{Avec } \begin{cases} \overbrace{Q_n d_1} = R_n \cdot \delta_0 & (\text{pour } \alpha_n = 0) \\ \overbrace{Q_n d_1} = R_n \cdot \delta & (-\alpha_n > 0) \end{cases}$$

On a donc $\Delta L = R_n \cdot (\delta - \delta_0) = R_n \cdot \alpha_n$

Avec la figure 12, on peut aussi écrire $\Delta L = R_0 \cdot \theta_n$

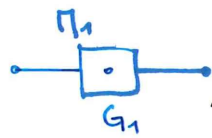
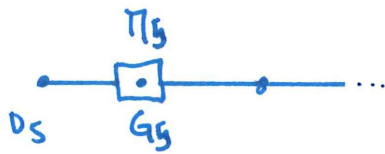
Donc $K_L = \frac{\partial n}{\partial \alpha_n} = \frac{R_n}{R_0}$

L'écart moyen vaut environ 1% ce qui est satisfaisant et valide bien l'identification.

18-

On peut écrire:

$$J_{G_1, \pi_1} = \frac{m_m}{12} \cdot L^2$$



Puis (th. de Huyghens):

$$\begin{aligned} J_{D_5, \pi_1} &= J_{G_1, \pi_1} + J_{G_1 \rightarrow D_5, \pi_1} \\ &= \frac{m_m}{12} \cdot L^2 + m_m \cdot \left(\frac{L}{2} + 4 \cdot L \right)^2 \end{aligned}$$

19- On peut écrire:

$$J_{D_5, \pi_n} = \frac{m_m}{12} \cdot L^2 + m_m \cdot \left(\frac{L}{2} + (5-n) \cdot L \right)^2$$

$$\text{On a aussi : } J_{D_5, \pi_c} = \frac{m}{12} \cdot L_c^2 + m \cdot \left(\frac{L_c}{2} + 5 \cdot L \right)^2$$

On a donc:

$$J_{TOT} = \sum_{n=1}^5 \left(\frac{m_m}{12} \cdot L^2 + m_m \cdot \left(\frac{L}{2} + (5-n) \cdot L \right)^2 \right) + \frac{m}{12} \cdot L_c^2 + m \cdot \left(\frac{L_c}{2} + 5 \cdot L \right)^2$$

20- On peut écrire directement:

câble s'enroulant sur poulie

$$\lambda = \frac{p_1}{2 \cdot \pi} \cdot \vartheta_{4b/(1+3)} - \vartheta \cdot R_0$$

câble relâché en translatant S_b

$$\text{et } \vartheta_{4b/(1+3)} = k \cdot \vartheta_m$$

Donc

$$\lambda = \frac{p_1}{2 \cdot \pi} \cdot k \cdot \vartheta_m - R_0 \cdot \vartheta$$

$$A_\lambda = \frac{p_1}{2 \cdot \pi} \cdot k \quad \text{et} \quad B_\lambda = R_0$$

21- J'isole l'ensemble du bras soumis aux actions mécaniques

extérieures suivantes :

• visq $\rightarrow (1+3)$

• $p_s \rightarrow$ bras

• $G \rightarrow S_a$

• $O \rightarrow (1+3)$

• $D_r \rightarrow S_b$

J'écris le th. des moments en D_S et en projection sur $\vec{z}_0$:

$$\underbrace{\vec{\Pi}_{D_S, visq \rightarrow 13} \cdot \vec{z}_0}_{-f_0 \cdot \dot{\theta}} + \vec{\Pi}_{D_S, G \rightarrow S_a} \cdot \vec{z}_0 + \vec{\Pi}_{D_S, Dr \rightarrow S_b} \cdot \vec{z}_0 + \vec{\Pi}_{D_S, ps \rightarrow bras} \cdot \vec{z}_0 + \underbrace{\vec{\Pi}_{D_S, O \rightarrow 13} \cdot \vec{z}_0}_{=0}$$

$$= \underbrace{\vec{\Sigma}_{D_S, bras/0} \cdot \vec{z}_0}_{J_{TOT} \cdot \ddot{\theta}}$$

$$\cdot \vec{\Pi}_{D_S, ps \rightarrow bras} \cdot \vec{z}_0 = \vec{\Pi}_{G, ps \rightarrow bras} \cdot \vec{z}_0 + (\overrightarrow{D_S G} \wedge (-\dots \cdot \vec{z}_0)) \cdot \vec{z}_0 = 0$$

s'annule

$$\cdot \vec{\Pi}_{D_S, G \rightarrow S_a} \cdot \vec{z}_0 = \vec{\Pi}_{H_S', G \rightarrow S_a} \cdot \vec{z}_0 + (\overrightarrow{D_S H_S'} \wedge ((F_{r \rightarrow S_a} + F_{a \rightarrow S_a}) \cdot \vec{Y}_1)) \cdot \vec{z}_0$$

$-\vec{R}_0 \cdot \vec{X}_1 + \dots \vec{Y}_1$

$$= -R_0 \cdot (F_{r \rightarrow S_a} + F_{a \rightarrow S_a}) = -R_0 \cdot (-k_c \cdot \lambda - f_c \cdot \dot{\lambda})$$

$$\cdot \vec{\Pi}_{D_S, Dr \rightarrow S_b} = + R_0 \cdot (F_{r \rightarrow S_b} + F_{r \rightarrow S_b}) = R_0 \cdot (k_c \cdot \lambda + f_c \cdot \dot{\lambda})$$

Donc:

$$-f_0 \cdot \dot{\theta} + 2 \cdot R_0 \cdot (k_c \cdot \lambda + f_c \cdot \dot{\lambda}) = J_{TOT} \cdot \ddot{\theta} \quad \text{avec } \lambda = A \lambda \cdot \dot{\theta}_m - B \lambda \cdot \dot{\theta}$$

$$-f_0 \cdot \dot{\theta} + 2 \cdot R_0 \cdot k_c \cdot A \lambda \cdot \dot{\theta}_m - 2 \cdot R_0 \cdot k_c \cdot B \lambda \cdot \dot{\theta} = J_{TOT} \cdot \ddot{\theta}$$

$$+ 2 \cdot R_0 \cdot f_c \cdot A \lambda \cdot \dot{\theta}_m - 2 \cdot R_0 \cdot f_c \cdot B \lambda \cdot \dot{\theta}$$

DONC:

$$\underbrace{J_{TOT} \cdot \ddot{\theta}}_A + \underbrace{(f_0 + 2 \cdot R_0 \cdot f_c \cdot B \lambda) \cdot \dot{\theta}}_B + \underbrace{2 \cdot R_0 \cdot k_c \cdot B \lambda \cdot \dot{\theta}}_C = \underbrace{2 \cdot R_0 \cdot f_c \cdot A \lambda \cdot \dot{\theta}_m}_D + \underbrace{2 \cdot R_0 \cdot k_c \cdot A \lambda \cdot \dot{\theta}_m}_E$$

22- Annexe

23- La réponse à un échelon présente des oscillations (déparagements).

Le critère d'amortissement n'est donc pas respecté. Avec un tel comportement, il y a deux inconvénients majeurs:

- risque de collision avec la paroi,
- temps d'attente long avant la prise d'image sinon la photo sera floue.

24 -

$$\begin{aligned}
 FTBF(p) &= K_p \cdot K_T \cdot \frac{K' \cdot \left[\frac{p^2}{\omega_0^2} + \frac{2\zeta}{\omega_0} p + 1 \right] \cdot \frac{K}{1+\zeta p} \cdot \frac{1}{p} \cdot \frac{K_A}{\frac{p^2}{\omega_0^2} + \frac{2\zeta}{\omega_0} p + 1}}{1 + K_p \cdot K_T \cdot K' \cdot \left[\frac{p^2}{\omega_0^2} + \frac{2\zeta}{\omega_0} p + 1 \right] \cdot \frac{K}{1+\zeta p} \cdot \frac{1}{p} \cdot \frac{K_A}{\frac{p^2}{\omega_0^2} + \frac{2\zeta}{\omega_0} p + 1}} \\
 &= \frac{K_p \cdot K_T \cdot K' \cdot K \cdot K_A}{K_p \cdot K_T \cdot K' \cdot K \cdot K_A + p + \zeta \cdot p^2}
 \end{aligned}$$

$$FTBF(p) = \frac{1}{1 + \frac{1}{K_p \cdot K_T \cdot K' \cdot K \cdot K_A} \cdot p + \frac{\zeta}{K_p \cdot K_T \cdot K' \cdot K \cdot K_A} \cdot p^2}$$

25 - ζ identifie: $\omega_{BF} = \sqrt{\frac{K_p \cdot K_T \cdot K' \cdot K \cdot K_A}{\zeta}}$

puis $\zeta_{BF} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{L \cdot K_p \cdot K_T \cdot K' \cdot K \cdot K_A}}$

Le cahier des charges impose $\zeta \gg 1$ (pas de dépassement). On aura donc, au plus rapide, $\zeta_{BF} = 1$ et donc

$$K' = \frac{1}{4 \cdot \zeta_{BF}^2} \cdot \frac{1}{L \cdot K_p \cdot K_T \cdot K \cdot K_A}$$

AN: $K' \approx 3,1$ sans unité

26 - On a donc : $\zeta_{BF} = 1$ et $\omega_{BF} \approx 0,71 \text{ rad/s}$. Je lis sur l'abaque : $\text{trédrit} = \text{tr}_{50\%} \cdot \omega_{BF} \approx 5$ et donc $\text{tr}_{50\%} \approx 7 \text{ s}$.

27 - Je calcule l'erreur statique:

$$\varepsilon_s = \lim_{t \rightarrow +\infty} \theta_c(t) - \theta(t)$$

$$= \lim_{t \rightarrow +\infty} \theta_c(t) - \lim_{t \rightarrow +\infty} \theta(t)$$

$$= \theta_{co} - 1 \times \theta_{co}$$

↑
amplitude de l'échelon
d'entrée

↑
Gain statique de la FTBF

Donc $\varepsilon_s = 0$: l'amorçissement sera bien précis par une entrée en échelon.

28 -

EXIGENCE ATTENDUE

valeurs relevées

Exigence respectée?

Pas de dépassement

Aucun dépassement significatif

oui

Erreur statique nulle

Erreur statique nulle

oui

Les exigences attendues sont bien respectées.

29 - Positionnement du module : id = "BR-15.1.1"

↳ 9° 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13.

structure

encombrement
géométrie

résistance
mécanique

• Performances de l'axe de laet : id = "BR-15.1.2.1.4"

↳ 9° 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23

choix technologiques

modélisation dynamique

vérification des exigences
avec simulation
et essai

Schéma-blocs à compléter

